

**Teoretická informatika TIN - 2025/2026**

**1. test (varianta A) 3. 10. 2025**

**Čas na řešení: 120 minut**

**Jméno/přihlašovací jméno:**

**Hodnocení:**

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|

**Poznámka:** Pokud při vypracování zkoušky použijete jinou notaci a konvence, než byly zavedeny na přednáškách, je nutné takovou notaci popsat. Písemnou zkoušku zpracujte čitelně a úhledně.

**Příklad 1**  
**2 body**

- a) Necht'  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  je *deterministický konečný automat*. Formálně definujte
- i) *přechodovou funkci*  $\delta$  a ii) *relaci přechodu* mezi konfiguracemi.
- b) Uvažte abecedu  $\Sigma = \{a, b\}$  a jazyk

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) > 0 \vee |w| < 2\}$$

kde  $|w|$  značí délku slova  $w$  a  $\#_x(w)$  značí počet znaků  $x$  v řetězci  $w$ .

Sestrojte relaci pravé kongruence  $\sim$ , pro kterou platí, že  $L$  je sjednocením některých tříd rozkladu určeného relací  $\sim$  na  $\Sigma^*$  a index  $\sim$  je o jedna větší než index  $\sim_L$ .

---

Rozhodněte a dokažte, zda jsou následující jazyky regulární:

**Příklad 2**  
**2 body**

a)  $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) = \#_b(w) + \#_c(w)) \vee \#_a(w) > 1\},$

b)  $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) = \#_b(w) + \#_c(w)) \vee \#_a(w) < 1\}.$

kde  $\#_x(w)$  značí počet znaků  $x$  v řetězci  $w$ .

*Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma nebo Myhill-Nerodovu větu.*

---

Uvažme abecedu  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Necht'  $\mathcal{L}_3$  značí třídu všech regulárních jazyků nad  $\Sigma$  a  $|w|$  značí délku slova  $w$ . Rozhodněte a dokažte, zda platí následující tvrzení:

**Příklad 3**  
**2 body**

- a)  $L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$ .
- b) Problém *n-omezenosti* je rozhodnutelný pro třídu regulárních jazyků, kde *n-omezenost* je pro dané  $n$  definovaná následovně:  $L$  je *n-omezený*  $\iff \forall w \in L : |w| \leq n$

*Poznámka: Regularitu a neregularitu jazyků, které byly probírány na přednáškách a cvičení, nemusíte dokazovat.*

---

Navrhněte algoritmus, který má na vstupu dva úplně definované deterministické konečné automaty

**Příklad 4**  
**1 bod**

$A_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  a  $A_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ , kde  $Q_1 \cap Q_2 = \emptyset$ ,

a výstupem je úplně definovaný deterministický konečný automat  $A_\diamond$  takový, že

$$L(A_\diamond) = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L(A_1) \wedge w \notin L(A_2)\}$$

*Poznámka: Vyžaduje se obecná konstrukce  $A_\diamond$  pro libovolné automaty  $A_1$  a  $A_2$  a formální zápis této konstrukce.*