

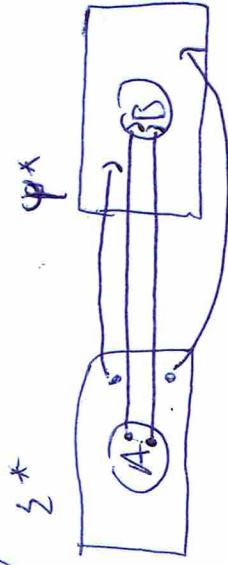
Připomínka: Co je redukce a jak ji použít

- funkce $\sigma: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ (Σ^* jsou abecedy)

• σ je implementovatelná úplným TS ($\Pi\sigma$)

• σ zachovává členství

$$\forall w \in \Sigma^* : w \in A \Leftrightarrow \sigma(w) \in B$$



$A \subseteq B$ právě tehdy pokud existuje funkce σ

(A se redukuje na B)

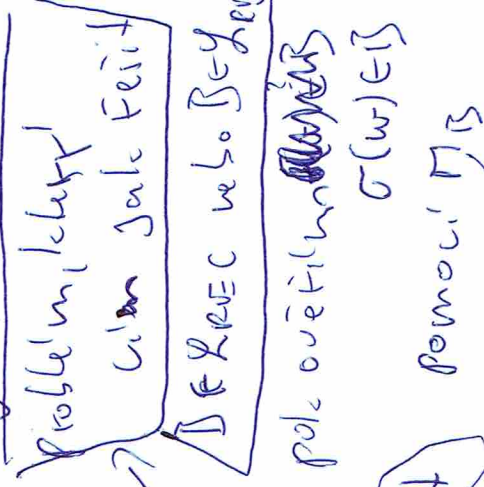
redukcí

k čemu redukce je dosta: 1) Chci vyřešit A pomocí B

$$\text{Pokud } A \subseteq B \wedge B \in \Sigma_{REC} \Rightarrow A \in \Sigma_{REC}$$

(podobně proto $B \in \Sigma_{REC}$)

$w \in A$: sestavím $\sigma(w)$ pomocí $\Pi\sigma$ a pak ověřím $\sigma(w) \in B$



2) Chci ukázat, že B nelze Fejt na základě toho, že A nelze Fejt

② $A \notin \mathcal{L}_{REC} \wedge A \leq \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B} \in \mathcal{L}_{REC} \rightarrow$ toto využítí budeme

Za A budeme uvažovat $HP = \{ \langle \sigma \rangle \mid \# \langle w \rangle \mid \sigma \text{ je TS. t. z. } \exists n \text{ a } w \text{ zůstává} \}$
 trénovat
 případy
 Co-HP

Problem 1: $NEP = \{ \langle \sigma \rangle \mid \sigma \text{ je TS t. z. } \exists \sigma' \text{ } \langle \sigma' \rangle \neq \emptyset \}$

klasifikuje NEP \rightarrow přírodní technici, NEP na HP
 1) $NEP \in \mathcal{L}_{RE}$ (úhádnu slovo a ověřím, že σ ho akceptuje)

2) $NEP \notin \mathcal{L}_{REC}$ (certifikát nepříslednosti není končící
 "zamítnutí/cykli: nad všemi slovy")
 technici HP na NEP: $HP \in NEP$

- Zkonstruujeme počítačovou technici σ :
 - trp σ : $\sigma(\langle \sigma \rangle \# \langle w \rangle) = \langle \sigma' \rangle$
 instanční HP instanční NEP
- = σ lze realizovat úpravně TS (např. σ nemůže řídit HP)
- = příslednost $\langle \sigma \rangle \# \langle w \rangle \in HP \Leftrightarrow \langle \sigma' \rangle \in NEP$

$\Pi \sigma$ "naprogramujeme" Π' na základě vstup $\langle \Pi \rangle \# \langle w \rangle$

kód stroje Π' kód Π a w je součástí kódu Π'

- vstup: w'
- 1) simulace Π na w
 - 2) akceptuje w'

→ pouze syntaktická manipulace tj. realizovatelná na úroveň Π' závisí na $\langle \Pi \rangle$ a $\langle w \rangle$

$L(\Pi')$: chovánií stroje Π' závisí na

• Π na w zastaví $\Rightarrow \Pi'$ akceptuje $\Rightarrow L(\Pi') = \Sigma^*$ $\Rightarrow \langle \Pi \rangle \in NER$
 každý svůj vstup w'

• Π neakce $\Rightarrow \Pi'$ cykli: proto každý $\Rightarrow L(\Pi') = \emptyset \Rightarrow \langle \Pi \rangle \notin NER$
 svůj vstup w'

→ Rozbor Π' nám dáva důkaz korektnosti tj.
 σ zachováva přislíbenost



Proč $co-HP \notin NER$?
 jelikož $co-HP \notin RE$ a
 $NER \subseteq RE$

Problem 2: $ENP = \{ \langle \sigma \rangle \mid \sigma \text{ je T.H. z. } \langle \sigma \rangle = \emptyset \}$ (4)

Klasifikace ENP

ENP ~~je~~ **RE** (ani certifikace přisloužnosti ani komunity)
↓ viz certifikace přisloužnosti pro NEP

↓ musí použít technici z co-HP (technici z HP mi nestací)

$$\text{co-HP} \leq ENP$$

$\sigma(\langle \sigma \rangle \# \langle \omega \rangle) = \langle \sigma' \rangle$ - pouziji konstrukci z minulého předkladu

Pak dostáváme:

$$\sigma \cdot \Pi \text{ na } w \text{ zastaví} \Rightarrow \langle \sigma' \rangle = \langle \omega^* \rangle \Rightarrow \langle \sigma' \rangle \notin ENP$$

$$\langle \sigma \rangle \# \langle \omega \rangle \notin \text{co-HP} \quad \# \#$$

$$\Pi \text{ na } w \text{ cyklu} \Rightarrow \langle \sigma' \rangle = \emptyset \Rightarrow \langle \sigma \rangle \in ENP$$

$$\langle \sigma \rangle \# \langle \omega \rangle \in \text{co-HP}$$

Problem 3: $REG = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ je TS t. z. } L(M) \in \Sigma^* \}$

5

$REG \notin \Sigma_{RE}$ (certifikační přislušnosti musí mlouit \bullet všech $w \in \Sigma^*$)

\bullet proč nefunguje M' z předchozích příkladů abeceda Σ

$\exists w \text{ na } w \text{ zastaví} \Rightarrow L(M') = \Sigma^* \Rightarrow \langle M' \rangle \in REG$

$\langle M \rangle \notin CO-HP$

na w zastaví $\Rightarrow L(M') = \{ a^n s^n \mid n \geq 0 \}$

Upravíme TS M' :

na w cykličí $\Rightarrow \langle M' \rangle = \emptyset \Rightarrow \langle M' \rangle \notin REG$

Vstup: w' \rightarrow vnaříme ier abeced Σ' obsahují a, i, s $\Rightarrow \langle M' \rangle \in REG$

- 1) simulují Π na w
- 2) IF $w' \in \{ a^n s^n \mid n \geq 0 \}$ akceptuj w'
- 3) ELSE zamítne w'

D

6

Problem 4: $co-REG = \{ \langle \sigma \rangle \mid \Pi \text{ je TS t.j. } L(\Pi) \neq \Sigma \}$

$co-REG \notin \Sigma_{RE}$ (certifikát přisloužnosti podobný jako pro REG)

~~QVNS~~ $co-HP \leq co-REG$

řed- musí ma zajištit, že pokud Π ma w cykli pak Π' musí akceptovat ketegoritni jazyk (\emptyset nefunguje)

• Upravíme Π' :
↓ musí "něco" udělat před spuštěním

- Vstup: w'
- 1) IF $w' \in \{a^h s^h \mid h \geq 1\}$
 - 2) akceptuj w'
 - 3) ~~simulace~~ simuluj Π na w
 - 4) akceptuj w'

~~Π~~ ma w cykli $\Rightarrow L(\sigma') = \{a^h s^h \mid h > 0\}$
↓
Simulace
 $\langle \sigma' \rangle \in co-REG$

Π ma w zůstavi $\Rightarrow L(\sigma') = \Sigma^* = \langle \sigma' \rangle \notin co-REG$
□

7

Problem 5: $L = \{ \langle \sigma_n \rangle \# \langle \sigma_2 \rangle \# \langle \sigma_n \rangle \mid \sigma_n \text{ a } \sigma_2 \text{ jsou TS t.j.} \}$

$\{ \langle \sigma_n \rangle \cap \langle \sigma_2 \rangle \} / \{ \sigma_n \}$

Klasifikace L: certifikát přístrojnosti musí být akceptován; tj. cyklus "milit" 0

L je RE pomocí co-HP $\leq L$
stačí využít NP-problem \uparrow (NEP) a položit jako co-HP

HP: $\sigma(\langle \sigma_n \rangle \# \langle \sigma_2 \rangle) = \langle \sigma_n \rangle \# \langle \sigma_2 \rangle = \xi^*$
 $h = \uparrow$

* Problem TOTAL = { <M> / M je Turingova úplň TSS }

TOTAL \notin ZRE (certifikace pŕis/ujnosti musí "mluvit" o vŕech vstupech)
Úkolem tŕzŕi technika

(Co-HP \leq TOTAL : $\exists \langle M \rangle \neq \langle w \rangle = \langle M' \rangle$)

• proč nekunje konstrukce pro REG a Co-REG ?

\exists na w cyklickŕ \Rightarrow M' musí vŕsem zastavit / kontrolovat
 \exists na w zastavit \Rightarrow M' musí na vŕcem cyklickŕ

• Vxu zŕjeme vstup w' stroje M'

- vstup w' \leftarrow
- 1) simuluj M na w do |w'| krokŕ
- 2) IF simulace skonŕila do |w'| krokŕ
- 3) cyklickŕ na w'
- 4) ELSE akceptuj w'

abcedovŕnŕ

\exists na w cyklickŕ $\Rightarrow \exists h \in \mathbb{N} \exists$ na w

w nezastavit do h krokŕ \Rightarrow

$\exists w' \in \Sigma^* : M'$ zastavit na w'

$\Rightarrow \langle M' \rangle \in TOTAL$

\exists na w zastavit $\Rightarrow \exists h \in \mathbb{N} \exists$ na w

w zastavit do h krokŕ \Rightarrow

$\exists w' \in \Sigma^* : M'$ na w' cyklickŕ \Rightarrow
 $\langle M \rangle \notin TOTAL$

Tedy něco jiného:

Rozhodněte a dokažte zda platí ($\Sigma = \{a, b, c\}$)

$\forall L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{REC} : L_1 \leq L_2$ (platí pro $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{REC} \mid \{\phi, \Sigma^*\}$)

• Úvaha: platí $\{a\} \leq \{b\}$? Ano σ v x padá' následovně

$\forall w \in \Sigma^* \sigma(w) = \begin{cases} b & \text{pokud } w = 'a'' \\ a & \text{pokud } w \neq 'a'' \end{cases}$
zachování' PFIŠLOŠNOST

Umím implementovat jako

$\{a\} \in \{a\}$ jeliže $\{a\} \in \mathcal{L}_{REC}$

Umím implementovat jak $\{ind\} \in \{b\}$

$\{ind\} \notin \{b\}$

shu metygr w

= tuto úvahu umíme zobecnit na libovolné $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{REC}$

= Pozor na ϕ a Σ^* zda neplatí i např. $\{a\} \notin \phi \rightsquigarrow$ kam namapuje a
 $\{a\} \notin \Sigma^* \rightsquigarrow$ kam namapuje b

Stále jsme si heka za li že $Y_{LOA} \subset Y_{REC}$

kontextové jazyky

Dokážeme, že $\exists \bar{L} \in Y_{REC} : \bar{L} \not\subseteq Y_{LOA}$ pomocí diagonalizace

w_j - množina všech vstupů

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pokud } w_j \in L(LOA_i) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Pak $\bar{L} = \{ w_i \mid a_{ii} = 0 \}$ - li se od všech LOA_i

$\bar{L} \in Y_{REC}$
 • LOA umim detekovat
 cykly (vit předvíkka)
 aspoň na w_i

	w_0	w_1	...
LOA_0	a_{00}	a_{01}	...
LOA_1	a_{10}	a_{11}	...
...			

LOA_i - faktor matice kódy všech kódování LOA

Pozor: uplyTD
 nezávislé enuntivum

enuntivum všech LOA : to umim, jelikož je to jiná funkcionální vlastnost (nepřepíší & funkcionální znáčku Δ)