

## Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 3.2.2026, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Diskrétní signál o délce  $N = 32$  vzorků jsou 2 periody cosinusovky  $x[n] = 2 \cos\left(2\pi \frac{2}{N}n\right)$ . Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)  $X[k]$ .

---

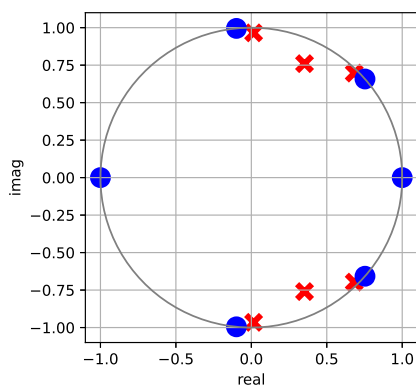
**Příklad 2** Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu o délce  $N = 100$  vzorků má koeficient  $X[1] = j$ . Napište, zda z něj můžeme určit jiný koeficient DFT  $X[k]$ , pokud ano, který, a jaká bude jeho hodnota.

---

**Příklad 3** Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$  je periodická s periodou normované kruhové frekvence  $2\pi$  rad, tedy že  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)})$ , kde  $k$  je libovolné celé číslo.

---

**Příklad 4** Na obrázku jsou nulové body (kolečka) a póly (křížky) číslicového filtru. Určete a zdůvodněte, o jaký typ filtru (dolní propust' / horní propust' / pásmová propust' / pásmová zadrž) se jedná.



---

**Příklad 5** Číslicový filtr je “drát” – jeho výstup je roven vstupu:  $y[n] = x[n]$ . Nakreslete nebo napište jeho impulsní odezvu  $h[n]$ .

**Příklad 6** Vzorky signálu  $x[n]$  obsahují celkovou ujetou dráhu v metrech. Navrhněte číslicový filtr, jehož výstupem bude signál udávající okamžitou rychlost v metrech za sekundu. Vzorkovací frekvence  $F_s = 10$  Hz. Filtr můžete zapsat diferenční rovnicí, schématem, kódem, nebo přenosovou funkcí.

---

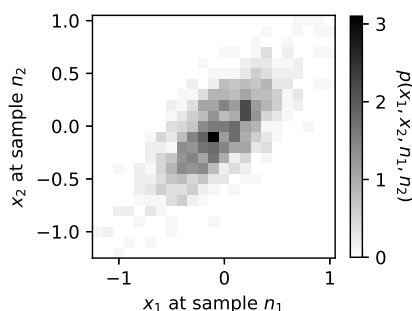
**Příklad 7** Je dán obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců. Pixely jsou v intervalu  $0 \dots 1$ , hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak vygenerovat negativní (inverzní) obrázek.

---

**Příklad 8** Popište (slovně, schéma nebo pseudo-kód), jak **rozmazat** obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců.

---

**Příklad 9** Na obrázku je plot sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$  pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Rozhodněte, zda korelační koeficient  $R[n_1, n_2]$  bude kladný, přibližně nula nebo záporný a vysvětlete proč.



---

**Příklad 10** Vektor  $x$  obsahuje  $N = 1000$  vzorků ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python / Numpy nebo pseudokód pro výpočet autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -10 do 10. Není povoleno použití `np.correlate`.

**Příklad 11** Vstupní signál  $x[n]$  kvantizéru má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -10 do 10. Máme k dispozici  $L = 100$  kvantovacích hladin od -10 do 10 s konstantním kvantovacím krokem  $\Delta$ . Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti hodnot chybového signálu  $e[n] = x[n] - x_q[n]$ , kde  $x_q[n]$  je kvantovaný signál.

---

**Příklad 12** Jedna perioda periodického signálu se spojitým časem o délce  $T_1$  je dána

$$x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -4 & \text{pro } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \end{cases} . \quad \text{Spočítejte střední výkon } P_s.$$

---

**Příklad 13** Periodický signál se spojitým časem  $x(t)$  s periodou  $T_1 = 10\text{ms}$  má jediný koeficient Fourierovy řady (FR) nenulový:  $c_1 = 7$ . Nakreslete jeho reálnou složku  $\mathcal{R}(x(t))$  pro čas  $t$  od 0 do 20ms.

---

**Příklad 14** Nakreslete modul i argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  pro signál, který je posunutým Diracovým impulsem:  $x(t) = \delta(t - 1)$ . Na argumentovém obrázku si vyberte jednu hodnotu kruhové frekvence  $\omega$  a napište pro ni přesně hodnotu  $\arg X(j\omega)$ .

---

**Příklad 15** Nakreslete výsledek konvoluce  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$  dvou signálů se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} , \quad x_2(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} . \quad \text{Označte pečlivě hodnoty na obou osách.}$$

**Příklad 16** Systém se spojitým časem je “drát”, který se v čase  $t = 0$  “rozpojí”:

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{pro } t < 0 \\ 0 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases} . \quad \text{Určete a krátce zdůvodněte, zda je systém časově invariantní.}$$

---

**Příklad 17** Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

$H(s) = (s - j14)(s - (-j14))$ . Určete hodnotu jeho frekvenční charakteristiky  $H(j\omega)$  pro kruhovou frekvenci  $\omega = 10$  rad/s.

---

**Příklad 18** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{s}{s^2 - 2s + 1}$ .

Určete a krátce zdůvodněte, zda se jedná o stabilní systém.

---

**Příklad 19** Do systému skládajícího se z ideálního vzorkování a ideální rekonstrukce s vzorkovací frekvencí  $F_s = 16$  kHz vstupuje cosinusovka s frekvencí  $f_1 = 12$  kHz. Určete, co bude signál na výstupu. Systém neobsahuje anti-aliasingový filtr.

---

**Příklad 20** Diskrétní signál potřebujete převzorkovat z vzorkovací frekvence  $F_{s1} = 7$  kHz na vzorkovací frekvenci  $F_{s2} = 1$  kHz. Nakreslete impulsní odezvu anti-aliasingového filtru  $h_{aa}[n]$  nebo pro ni napište vztah. Pomůcka: anti-aliasingový filtr bude pracovat na  $F_{s1}$ .