

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 3.2.2026, skupina A

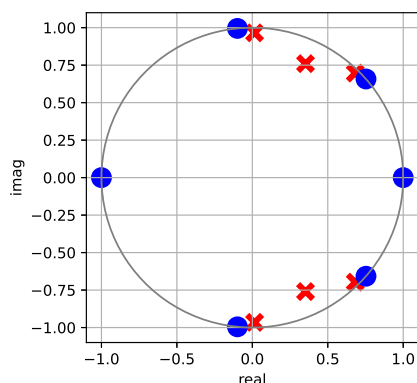
Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Diskrétní signál o délce $N = 32$ vzorků jsou 2 periody cosinusovky $x[n] = 0.6 \cos\left(2\pi \frac{2}{N}n\right)$. Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$.

Příklad 2 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu o délce $N = 100$ vzorků má koeficient $X[4] = j$. Napište, zda z něj můžeme určit jiný koeficient DFT $X[k]$, pokud ano, který, a jaká bude jeho hodnota.

Příklad 3 Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$ je periodická s periodou normované kruhové frekvence 2π rad, tedy že $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)})$, kde k je libovolné celé číslo.

Příklad 4 Na obrázku jsou nulové body (kolečka) a póly (křížky) číslicového filtru. Určete a zdůvodněte, o jaký typ filtru (dolní propust' / horní propust' / pásmová propust' / pásmová zadrž) se jedná.



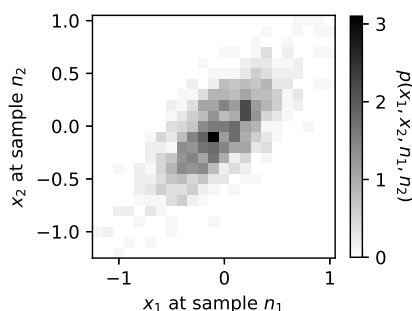
Příklad 5 Číslicový filtr je “drát” – jeho výstup je roven vstupu: $y[n] = x[n]$. Nakreslete nebo napište jeho impulsní odezvu $h[n]$.

Příklad 6 Vzorky signálu $x[n]$ obsahují celkovou ujetou dráhu v metrech. Navrhněte číslicový filtr, jehož výstupem bude signál udávající okamžitou rychlost v metrech za sekundu. Vzorkovací frekvence $F_s = 10$ Hz. Filtr můžete zapsat diferenční rovnicí, schématem, kódem, nebo přenosovou funkcí.

Příklad 7 Je dán obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců. Pixely jsou v intervalu $0 \dots 1$, hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak vygenerovat negativní (inverzní) obrázek.

Příklad 8 Popište (slovně, schéma nebo pseudo-kód), jak **rozmazat** obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců.

Příklad 9 Na obrázku je plot sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Rozhodněte, zda korelační koeficient $R[n_1, n_2]$ bude kladný, přibližně nula nebo záporný a vysvětlete proč.



Příklad 10 Vektor x obsahuje $N = 1000$ vzorků ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python / Numpy nebo pseudokód pro výpočet autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -10 do 10. Není povoleno použití `np.correlate`.

Příklad 11 Vstupní signál $x[n]$ kvantizéru má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -10 do 10. Máme k dispozici $L = 100$ kvantovacích hladin od -10 do 10 s konstantním kvantovacím krokem Δ . Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti hodnot chybového signálu $e[n] = x[n] - x_q[n]$, kde $x_q[n]$ je kvantovaný signál.

Příklad 12 Jedna perioda periodického signálu se spojitým časem o délce T_1 je dána

$$x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -4 & \text{pro } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \end{cases} . \quad \text{Spočítejte střední výkon } P_s.$$

Příklad 13 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ s periodou $T_1 = 10\text{ms}$ má jediný koeficient Fourierovy řady (FR) nenulový: $c_1 = 4$. Nakreslete jeho reálnou složku $\mathcal{R}(x(t))$ pro čas t od 0 do 20ms.

Příklad 14 Nakreslete modul i argument spektrální funkce $X(j\omega)$ pro signál, který je posunutým Diracovým impulsem: $x(t) = \delta(t - 4)$. Na argumentovém obrázku si vyberte jednu hodnotu kruhové frekvence ω a napište pro ni přesně hodnotu $\arg X(j\omega)$.

Příklad 15 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ dvou signálů se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} , \quad x_2(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} . \quad \text{Označte pečlivě hodnoty na obou osách.}$$

Příklad 16 Systém se spojitým časem je “drát”, který se v čase $t = 0$ “rozpojí”:

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{pro } t < 0 \\ 0 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases} . \quad \text{Určete a krátce zdůvodněte, zda je systém časově invariantní.}$$

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

$H(s) = (s - j16)(s - (-j16))$. Určete hodnotu jeho frekvenční charakteristiky $H(j\omega)$ pro kruhovou frekvenci $\omega = 10$ rad/s.

Příklad 18 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$.

Určete a krátce zdůvodněte, zda se jedná o stabilní systém.

Příklad 19 Do systému skládajícího se z ideálního vzorkování a ideální rekonstrukce s vzorkovací frekvencí $F_s = 16$ kHz vstupuje cosinusovka s frekvencí $f_1 = 9$ kHz. Určete, co bude signál na výstupu. Systém neobsahuje anti-aliasingový filtr.

Příklad 20 Diskrétní signál potřebujete převzorkovat z vzorkovací frekvence $F_{s1} = 10$ kHz na vzorkovací frekvenci $F_{s2} = 1$ kHz. Nakreslete impulsní odezvu anti-aliasingového filtru $h_{aa}[n]$ nebo pro ni napište vztah. Pomůcka: anti-aliasingový filtr bude pracovat na F_{s1} .