

Ref

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....

**Příklad 1** Diskrétní signál o délce  $N = 32$  vzorků jsou 2 periody cosinusovky  $x[n] = 0.6 \cos(2\pi \frac{2}{N}n)$ . Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)  $X[k]$ .

$$x[n] = 0.3 e^{j2\pi \frac{2}{N}n} + 0.3 e^{-j2\pi \frac{2}{N}n} \quad \text{takže } 32-2=30$$

$$0.3 = \frac{1}{32} \cdot X[2]$$

$$X[2] = 0.3 \cdot 32 = 9.6 \quad X[30] = 9.6$$

**Příklad 2** Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu o délce  $N = 100$  vzorků má koeficient  $X[4] = j$ . Napište, zda z něj můžeme určit jiný koeficient DFT  $X[k]$ , pokud ano, který, a jaká bude jeho hodnota.

ANO:  $X[N-k] = X^*[k]$  takže

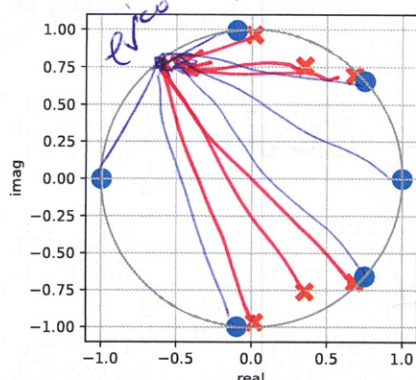
$$X[96] = -j$$

**Příklad 3** Dokažte, že Fourierova transformace s diskretním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$  je periodická s periodou normované kruhové frekvence  $2\pi$  rad, tedy že  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+2\pi k)})$ , kde  $k$  je libovolné celé číslo.

$$\tilde{X}(e^{j(\omega+2\pi k)}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j(\omega+2\pi k)n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} e^{-j2\pi kn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} = \tilde{X}(e^{j\omega})$$

vždy 1, protože  $kn$  je celé číslo

**Příklad 4** Na obrázku jsou nulové body (kolečka) a póly (křížky) číslicového filtru. Určete a zdůvodněte, o jaký typ filtru (dolní propust / horní propust / pásmová propust / pásmová zadrž) se jedná.

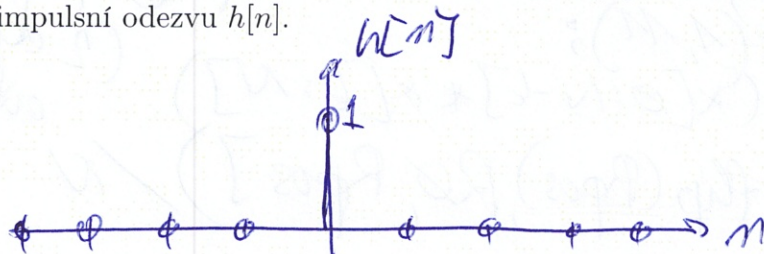


$$|H(e^{j\omega})| = \frac{\text{součin délek modrých vektorů}}{\text{součin délek červených vektorů}}$$

- pro nulové body nula  
- blízkosti pólů velké hodnoty

$\Rightarrow$  pásmová propust

**Příklad 5** Číslicový filtr je "drát" - jeho výstup je roven vstupu  $y[n] = x[n]$ . Nakreslete nebo napište jeho impulsní odezvu  $h[n]$ .



**Příklad 6** Vzorčky signálu  $x[n]$  obsahují celkovou ujetou dráhu v metrech. Navrhněte číslicový filtr, jehož výstupem bude signál udávající okamžitou rychlost v metrech za sekundu. Vzorkovací frekvence  $F_s = 10$  Hz. Filtr můžete zapsat (diferenční rovnicí, schématem, kódem, nebo přenosovou funkcí).

rychlost =  $\frac{\text{rozdíl dráhy}}{\text{čas}}$   $v[n] = \frac{x[n] - x[n-1]}{T_s}$

$$v[n] = 10x[n] - 10x[n-1]$$

$$H(z) = 10 - 10z^{-1}$$



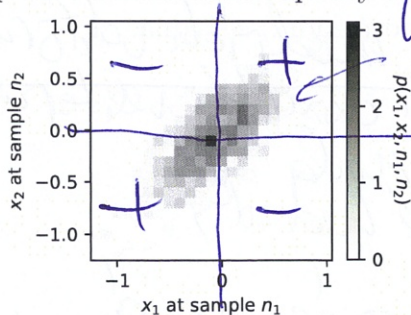
**Příklad 7** Je dán obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců. Pixely jsou v intervalu  $0 \dots 1$ , hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak vygenerovat negativní (inverzní) obrázek.

$$y[k, l] = 1 - x[k, l]$$

**Příklad 8** Popište (slovně, schéma nebo pseudo-kód), jak **rozmazat** obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců.

1. Filtrací konvoluční maskou typu dolní propust (např.  $\frac{1}{9} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3}$ )
2. 2D-DFT, ~~odstranění~~ vynulování vysokých frekvencí, 2D-IDFT.

**Příklad 9** Na obrázku je plot sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$  pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Rozhodněte, zda korelační koeficient  $R[n_1, n_2]$  bude kladný, přibližně nula nebo záporný a vysvětlete proč.



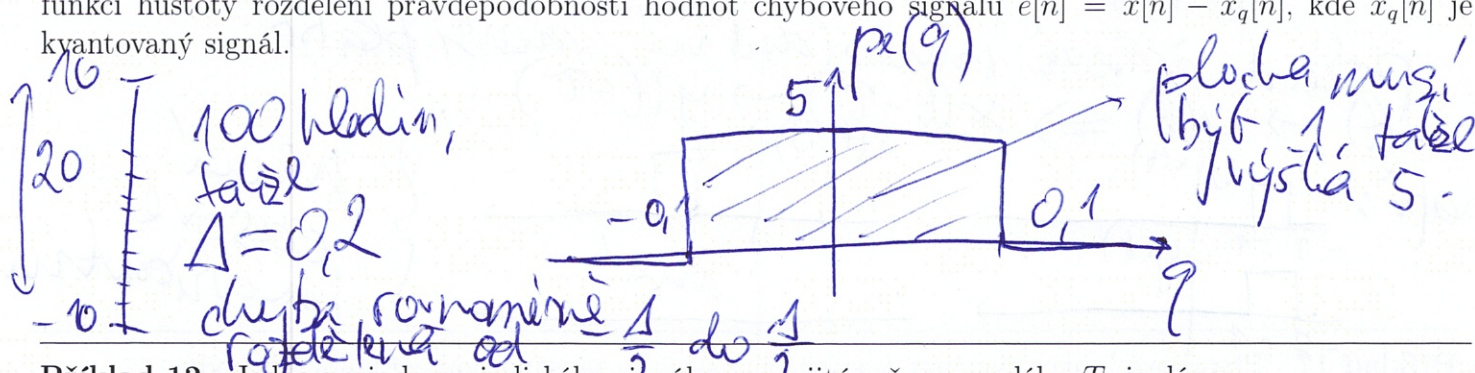
$R[n_1, n_2] = \int \int p(x_1, x_2, n_1, n_2) x_1 x_2 dx_1 dx_2$   
integrál "včetně" více kladných hodnot  $\Rightarrow$  kladný.

**Příklad 10** Vektor  $x$  obsahuje  $N = 1000$  vzorků ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python / Numpy nebo pseudokód pro výpočet autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od 10 do 10. Není povoleno použití `np.correlate`.

$R_0 = \text{np.sum}(x * x)$   
 $\text{for } k \text{ in np.arange(1, N):}$   
 $\quad R_{\text{pos}}[k] = \text{np.sum}(x[0:N-k] * x[k:N])$   
 $R = \text{np.concatenate}(\text{np.flip}(R_{\text{pos}}), R_0, R_{\text{pos}}) / N$

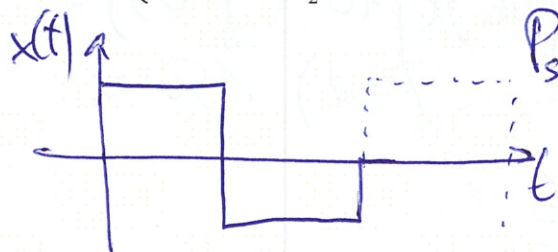
*příklad, jak to i jinak (2 dykly atd...)*

**Příklad 11** Vstupní signál  $x[n]$  kvantizéru má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -10 do 10. Máme k dispozici  $L = 100$  kvantovacích hladin od -10 do 10 s konstantním kvantovacím krokem  $\Delta$ . Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti hodnot chybového signálu  $e[n] = x[n] - x_q[n]$ , kde  $x_q[n]$  je kvantovaný signál.



**Příklad 12** Jedna perioda periodického signálu se spojitým časem o délce  $T_1$  je dána

$$x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -4 & \text{pro } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \end{cases} \quad \text{Spočítejte střední výkon } P_s.$$

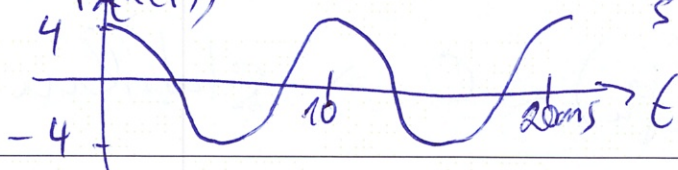


$$P_s = \frac{1}{T_1} \int_{T_1} x^2(t) dt = \frac{1}{T_1} \cdot 16 \cdot T_1 = \underline{\underline{16}}$$

**Příklad 13** Periodický signál se spojitým časem  $x(t)$  s periodou  $T_1 = 10\text{ms}$  má jediný koeficient Fourierovy řady (FR) nenulový:  $c_1 = 4$ . Nakreslete jeho reálnou složku  $\mathcal{R}(x(t))$  pro čas  $t$  od 0 do 20ms.

$$x(t) = \sum c_n e^{j\omega_n t} = c_1 e^{j\omega_1 t}$$

← komplexní exponenciála  
Re. složka je  $\cos$  vlnovka s amplitudou  $|c_1|$



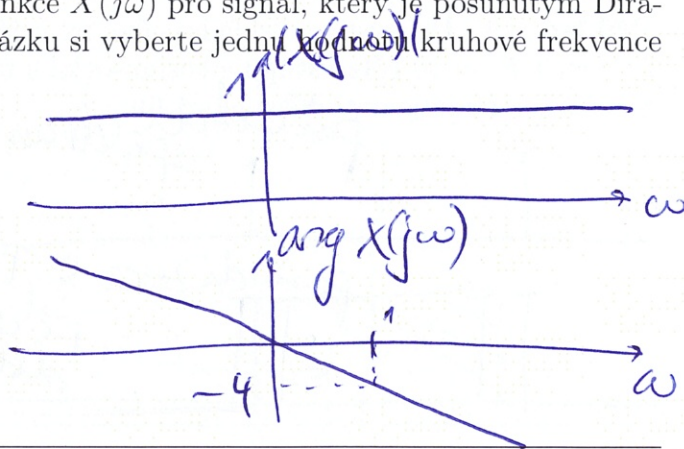
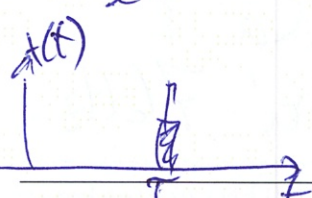
**Příklad 14** Nakreslete modul i argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  pro signál, který je posunutým Diracovým impulsem:  $x(t) = \delta(t - 4)$ . Na argumentovém obrázku si vyberte jednu hodnotu (kruhové frekvence  $\omega$  a napište pro ni přesně hodnotu  $\arg X(j\omega)$ .

$$X(j\omega) = \int x(t) e^{j\omega t} dt =$$

$$= e^{-j\omega\tau}$$

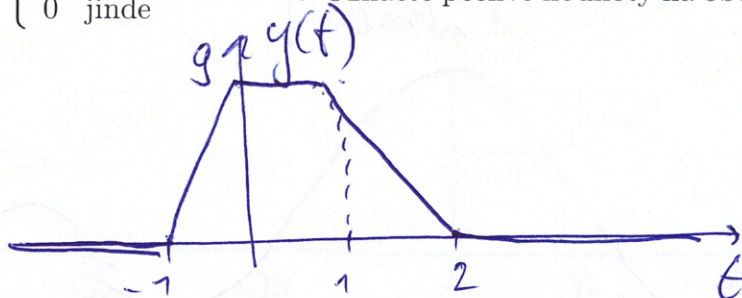
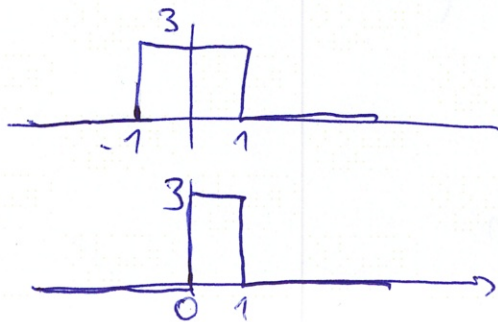
$$|X(j\omega)| = 1$$

$$\arg X(j\omega) = -\omega\tau$$



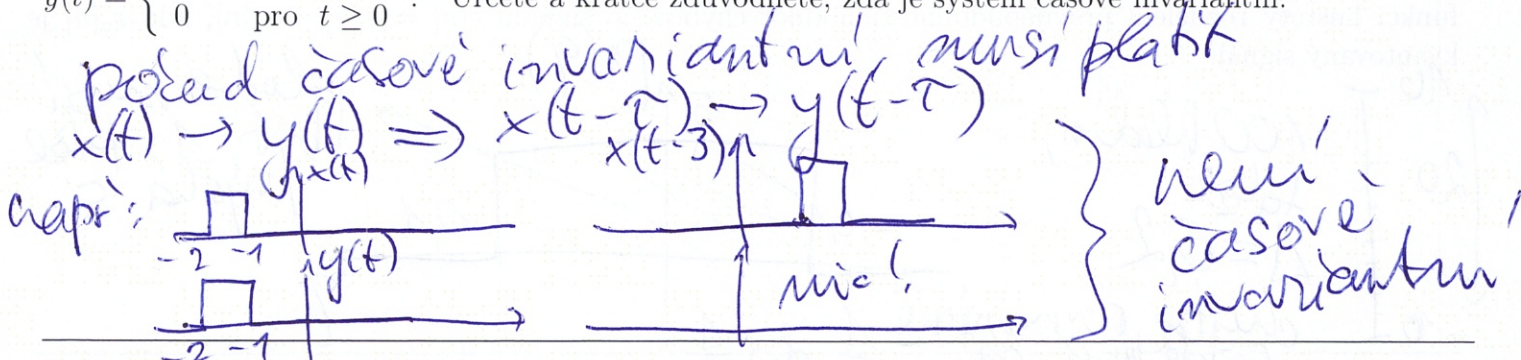
**Příklad 15** Nakreslete výsledek konvoluce  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$  dvou signálů se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \quad x_2(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{Označte pečlivě hodnoty na obou osách.}$$



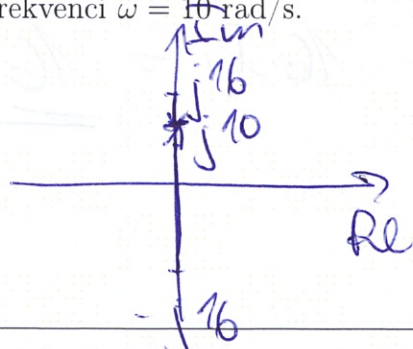
**Příklad 16** Systém se spojitým časem je "drát", který se v čase  $t = 0$  "rozpojí":

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{pro } t < 0 \\ 0 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{Určete a krátce zdůvodněte, zda je systém časově invariantní.}$$



**Příklad 17** Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

$H(s) = (s - j16)(s - (-j16))$ . Určete hodnotu jeho frekvenční charakteristiky  $H(j\omega)$  pro kruhovou frekvenci  $\omega = 10$  rad/s.



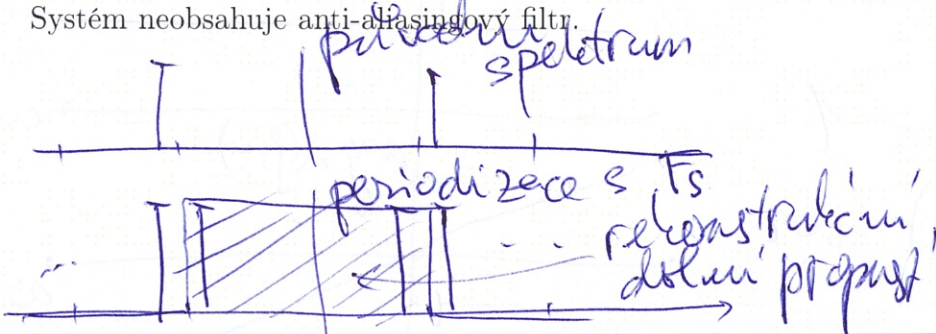
$$\begin{aligned} H(j10) &= (j10 - j16)(j10 - (-j16)) = \\ &= -j6 \cdot j26 = -(-1) \cdot 156 = \\ &= \underline{\underline{156}} \end{aligned}$$

**Příklad 18** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$ . Určete a krátce zdůvodněte, zda se jedná o stabilní systém.

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+1)} = \frac{1}{(s-(-1))(s-(-1))}$$

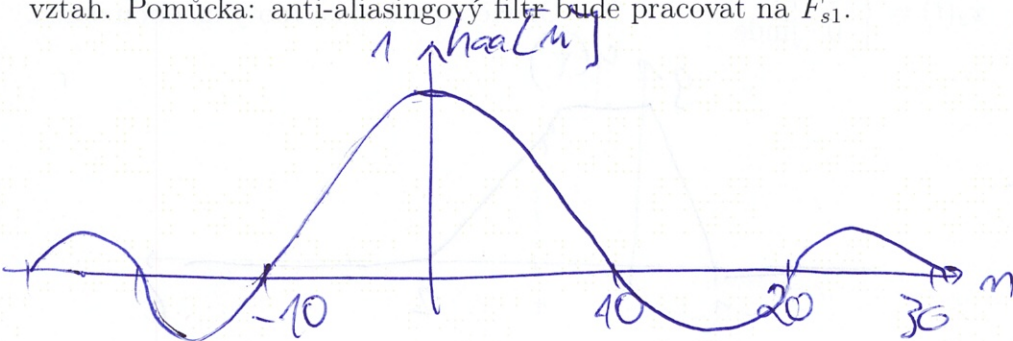
$\text{Re}(p_c) < 0 \Rightarrow \text{stabilní}$

**Příklad 19** Do systému skládajícího se z ideálního vzorkování a ideální rekonstrukce s vzorkovací frekvencí  $F_s = 16$  kHz vstupuje cosinusovka s frekvencí  $f_1 = 9$  kHz. Určete, co bude signál na výstupu. Systém neobsahuje anti-aliasingový filtr.



Na výstupu bude cosinusovka s frekvencí 7 kHz.

**Příklad 20** Diskrétní signál potřebujete převzorkovat z vzorkovací frekvence  $F_{s1} = 10$  kHz na vzorkovací frekvenci  $F_{s2} = 1$  kHz. Nakreslete impulsní odezvu anti-aliasingového filtru  $h_{aa}[n]$  nebo pro ni napište vztah. Pomůcka: anti-aliasingový filtr bude pracovat na  $F_{s1}$ .



poměr 10!

## Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 3.2.2026, skupina B

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Diskrétní signál o délce  $N = 32$  vzorků jsou 2 periody cosinusovky  $x[n] = 0.8 \cos\left(2\pi \frac{2}{N}n\right)$ . Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)  $X[k]$ .

viz A

$$X[2] = 0.4 \cdot 32 = 12.8 \quad X[30] = 12.8$$

**Příklad 2** Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu o délce  $N = 100$  vzorků má koeficient  $X[3] = j$ . Napište, zda z něj můžeme určit jiný koeficient DFT  $X[k]$ , pokud ano, který, a jaká bude jeho hodnota.

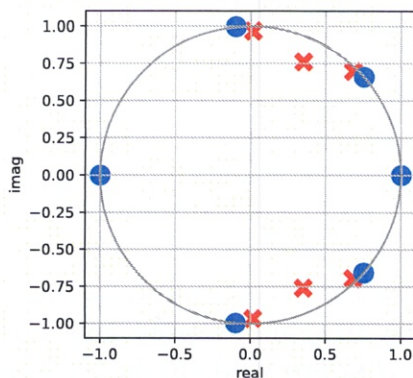
viz A

$$X[97] = -j$$

**Příklad 3** Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$  je periodická s periodou normované kruhové frekvence  $2\pi$  rad, tedy že  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)})$ , kde  $k$  je libovolné celé číslo.

viz A

**Příklad 4** Na obrázku jsou nulové body (kolečka) a póly (křížky) číslicového filtru. Určete a zdůvodněte, o jaký typ filtru (dolní propust' / horní propust' / pásmová propust' / pásmová zadrž) se jedná.



viz A

**Příklad 5** Číslicový filtr časem je "drát" – jeho výstup je roven vstupu:  $y[n] = x[n]$ . Nakreslete nebo napište jeho impulsní odezvu  $h[n]$ .

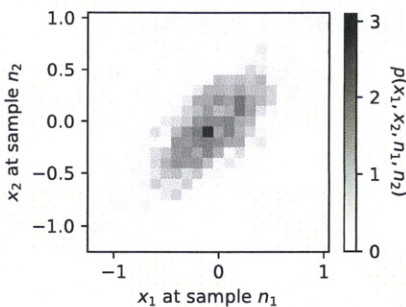
viz A

**Příklad 6** Vzorčky signálu  $x[n]$  obsahují celkovou ujetou dráhu v metrech. Navrhněte číslicový filtr, jehož výstupem bude signál udávající okamžitou rychlost v metrech za sekundu. Vzorkovací frekvence  $F_s = 10$  Hz. Filtr můžete zapsat diferenční rovnicí, schématem, kódem, nebo přenosovou funkcí.

**Příklad 7** Je dán obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců. Pixely jsou v intervalu  $0 \dots 1$ , hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak vygenerovat negativní (inverzní) obrázek.

**Příklad 8** Popište (slovně, schéma nebo pseudo-kód), jak **rozmazat** obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců.

**Příklad 9** Na obrázku je plot sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$  pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Rozhodněte, zda korelační koeficient  $R[n_1, n_2]$  bude kladný, přibližně nula nebo záporný a vysvětlete proč.



**Příklad 10** Vektor  $\mathbf{x}$  obsahuje  $N = 1000$  vzorků ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python / Numpy nebo pseudokód pro výpočet autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -10 do 10. Není povoleno použití `np.correlate`.

**Příklad 11** Vstupní signál  $x[n]$  kvantizéru má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -10 do 10. Máme k dispozici  $L = 100$  kvantovacích hladin od -10 do 10 s konstantním kvantovacím krokem  $\Delta$ . Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti hodnot chybového signálu  $e[n] = x[n] - x_q[n]$ , kde  $x_q[n]$  je kvantovaný signál.

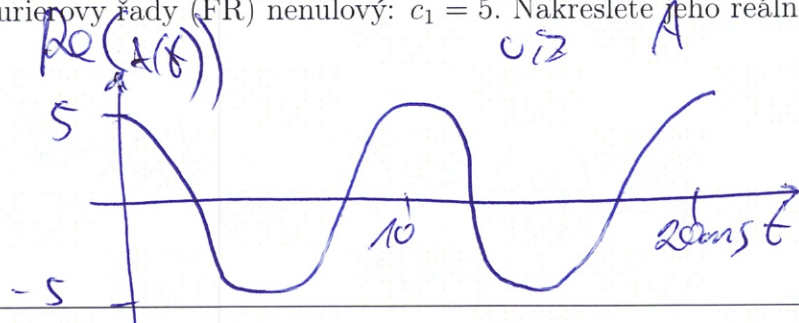
viz A

**Příklad 12** Jedna perioda periodického signálu se spojitým časem o délce  $T_1$  je dána

$$x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -4 & \text{pro } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \end{cases} \quad \text{Spočítejte střední výkon } P_s.$$

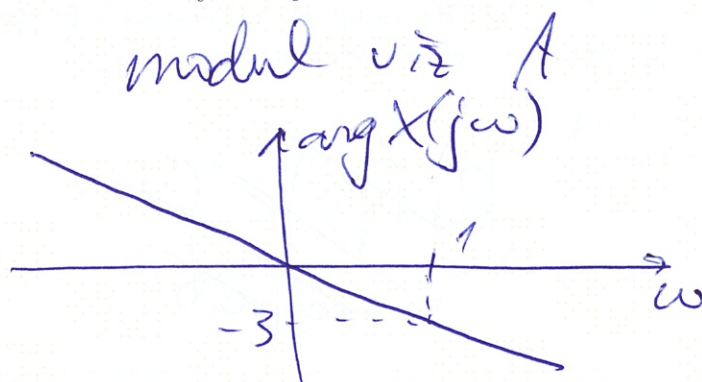
viz A

**Příklad 13** Periodický signál se spojitým časem  $x(t)$  s periodou  $T_1 = 10\text{ms}$  má jediný koeficient Fourierovy řady (FR) nenulový:  $c_1 = 5$ . Nakreslete jeho reálnou složku  $\mathcal{R}(x(t))$  pro čas  $t$  od 0 do 20ms.



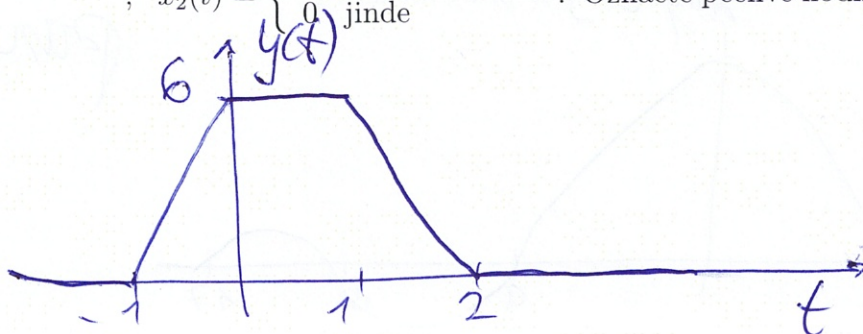
**Příklad 14** Nakreslete modul i argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  pro signál, který je posunutým Diracovým impulsem:  $x(t) = \delta(t - 3)$ . Na argumentovém obrázku si vyberte jednu hodnotu kruhové frekvence  $\omega$  a napište pro ni přesně hodnotu  $\arg X(j\omega)$ .

viz A



**Příklad 15** Nakreslete výsledek konvoluce  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$  dvou signálů se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \quad x_2(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{Označte pečlivě hodnoty na obou osách.}$$



**Příklad 16** Systém se spojitým časem je "drát", který se v čase  $t = 0$  "rozpojí".

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{pro } t < 0 \\ 0 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{Určete a krátce zdůvodněte, zda je systém časově invariantní.}$$

viz A

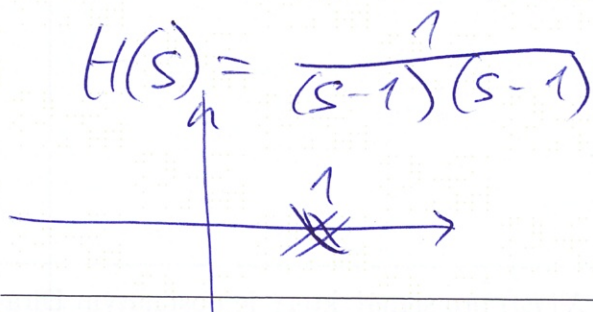
**Příklad 17** Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

$H(s) = (s - j15)(s - (-j15))$ . Určete hodnotu jeho frekvenční charakteristiky  $H(j\omega)$  pro kruhovou frekvenci  $\omega = 10$  rad/s.

viz A

$$H(j10) = 5 \cdot 25 = \underline{\underline{125}}$$

**Příklad 18** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{1}{s^2 - 2s + 1}$ . Určete a krátce zdůvodněte, zda se jedná o stabilní systém.



$\text{Re}(p_e) < 0$   
neplatí  $\Rightarrow$  nestabilita

**Příklad 19** Do systému skládajícího se z ideálního vzorkování a ideální rekonstrukce s vzorkovací frekvencí  $F_s = 16$  kHz vstupuje cosinusovka s frekvencí  $f_1 = 10$  kHz. Určete, co bude signál na výstupu. Systém neobsahuje anti-aliasingový filtr.

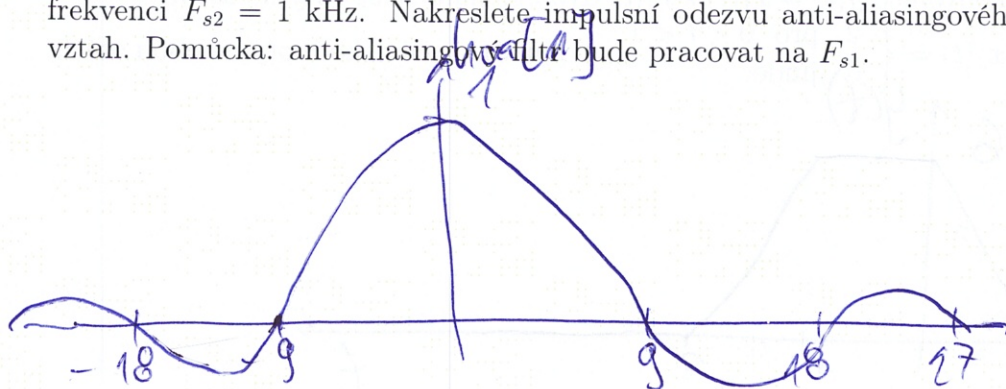
viz A

~~$\text{Re}(p_e) < 0$~~   
~~neplatí~~

cosinusovka  
s frekvencí  
6 kHz

**Příklad 20** Diskrétní signál potřebujete převzorkovat z vzorkovací frekvence  $F_{s1} = 9$  kHz na vzorkovací frekvenci  $F_{s2} = 1$  kHz. Nakreslete impulsní odezvu anti-aliasingového filtru  $h_{aa}[n]$  nebo pro ni napište vztah. Pomůcka: anti-aliasingový filtr bude pracovat na  $F_{s1}$ .

panen 9



# Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 3.2.2026, skupina C

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Diskrétní signál o délce  $N = 32$  vzorků jsou 2 periody cosinusovky  $x[n] = 1.4 \cos\left(2\pi \frac{2}{N}n\right)$ . Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)  $X[k]$ .

viz A

$$X[2] = 0.7 \cdot 32 = 22.4 \quad X[30] = 22.4$$

**Příklad 2** Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu o délce  $N = 100$  vzorků má koeficient  $X[2] = j$ . Napište, zda z něj můžeme určit jiný koeficient DFT  $X[k]$ , pokud ano, který, a jaká bude jeho hodnota.

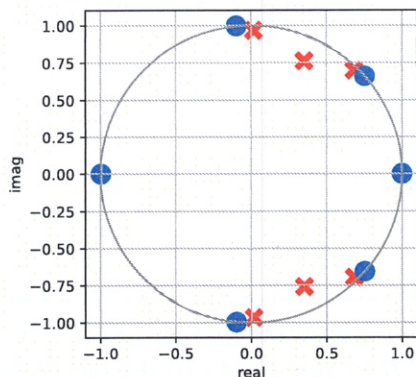
viz A

$$X[98] = -j$$

**Příklad 3** Dokažte, že Fourierova transformace s diskretním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$  je periodická s periodou normované kruhové frekvence  $2\pi$  rad, tedy že  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)})$ , kde  $k$  je libovolné celé číslo.

viz A

**Příklad 4** Na obrázku jsou nulové body (kolečka) a póly (křížky) číslcového filtru. Určete a zdůvodněte, o jaký typ filtru (dolní propust / horní propust / pásmová propust / pásmová zadrž) se jedná.



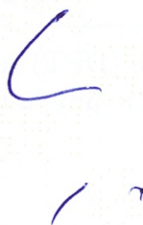
viz A

**Příklad 5** Číslcový filtr je “drát” – jeho výstup je roven vstupu:  $y[n] = x[n]$ . Nakreslete nebo napište jeho impulsní odezvu  $h[n]$ .

viz A

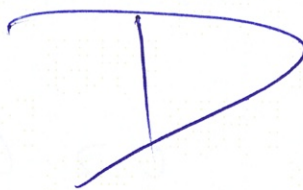
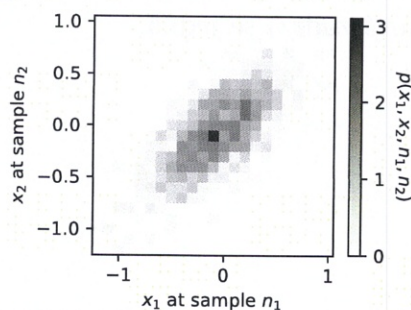
**Příklad 6** Vzorky signálu  $x[n]$  obsahují celkovou ujetou dráhu v metrech. Navrhněte číslicový filtr, jehož výstupem bude signál udávající okamžitou rychlost v metrech za sekundu. Vzorkovací frekvence  $F_s = 10$  Hz. Filtr můžete zapsat diferenční rovnicí, schématem, kódem, nebo přenosovou funkcí.

**Příklad 7** Je dán obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců. Pixely jsou v intervalu  $0 \dots 1$ , hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak vygenerovat negativní (inverzní) obrázek.



**Příklad 8** Popište (slovně, schéma nebo pseudo-kód), jak **rozmazat** obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců.

**Příklad 9** Na obrázku je plot sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$  pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Rozhodněte, zda korelační koeficient  $R[n_1, n_2]$  bude kladný, přibližně nula nebo záporný a vysvětlete proč.



**Příklad 10** Vektor  $\mathbf{x}$  obsahuje  $N = 1000$  vzorků ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python / Numpy nebo pseudokód pro výpočet autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -10 do 10. Není povoleno použití `np.correlate`.

**Příklad 11** Vstupní signál  $x[n]$  kvantizéru má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -10 do 10. Máme k dispozici  $L = 100$  kvantovacích hladin od -10 do 10 s konstantním kvantovacím krokem  $\Delta$ . Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti hodnot chybového signálu  $e[n] = x[n] - x_q[n]$ , kde  $x_q[n]$  je kvantovaný signál.

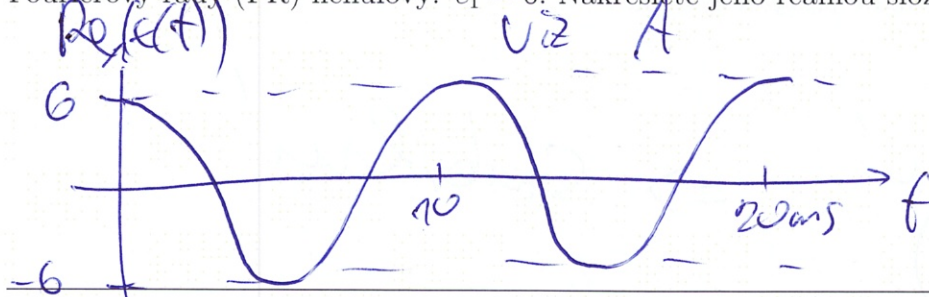
viz A

**Příklad 12** Jedna perioda periodického signálu se spojitým časem o délce  $T_1$  je dána

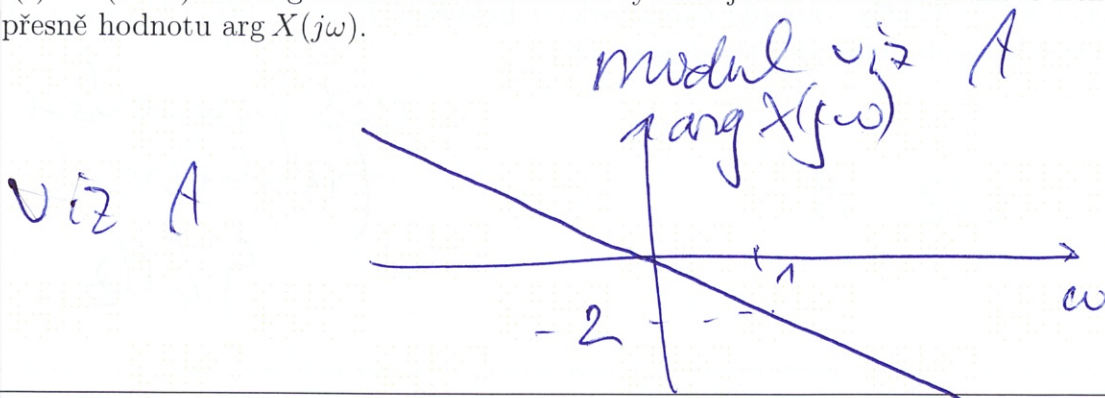
$$x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -4 & \text{pro } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \end{cases} \quad \text{Spočítejte střední výkon } P_s.$$

viz A

**Příklad 13** Periodický signál se spojitým časem  $x(t)$  s periodou  $T_1 = 10\text{ms}$  má jediný koeficient Fourierovy řady (FŘ) nenulový:  $c_1 = 6$ . Nakreslete jeho reálnou složku  $\mathcal{R}(x(t))$  pro čas  $t$  od 0 do 20ms.

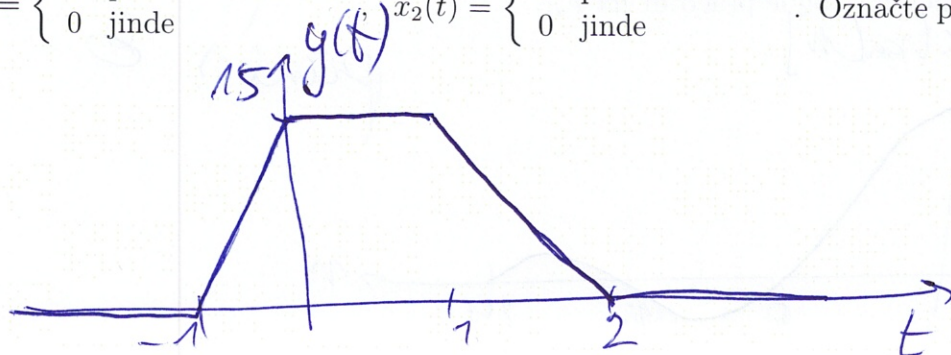


**Příklad 14** Nakreslete modul i argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  pro signál, který je posunutým Diracovým impulsem:  $x(t) = \delta(t - 2)$ . Na argumentovém obrázku si vyberte jednu hodnotu kruhové frekvence  $\omega$  a napište pro ni přesně hodnotu  $\arg X(j\omega)$ .



**Příklad 15** Nakreslete výsledek konvoluce  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$  dvou signálů se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{Označte pečlivě hodnoty na obou osách.}$$



**Příklad 16** Systém se spojitým časem je "drát", který se v čase  $t = 0$  "rozpojí":

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{pro } t < 0 \\ 0 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{Určete a krátce zdůvodněte, zda je systém časově invariantní.}$$

viz A

**Příklad 17** Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

$H(s) = (s - j17)(s - (-j17))$ . Určete hodnotu jeho frekvenční charakteristiky  $H(j\omega)$  pro kruhovou frekvenci  $\omega = 10$  rad/s.

viz A

$$H(j10) = 7 \cdot 27 = \underline{\underline{189}}$$

**Příklad 18** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 1}$ . Určete a krátce zdůvodněte, zda se jedná o stabilní systém.

viz A  
(čitatel není důležitý)

$\Rightarrow$  stabilní

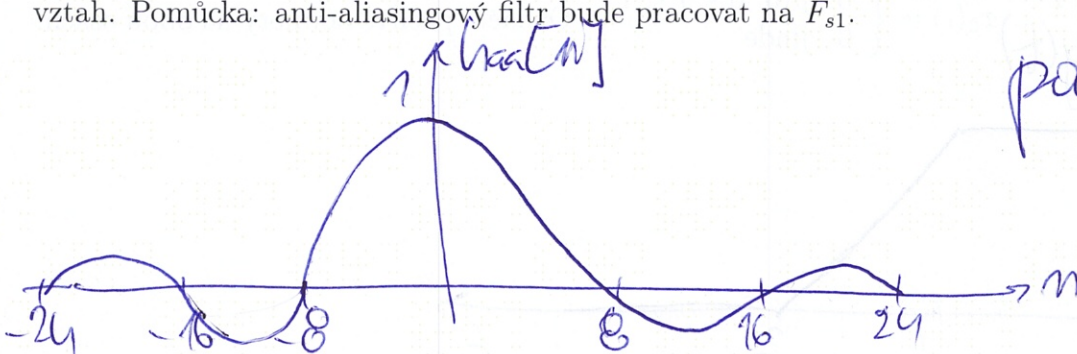
**Příklad 19** Do systému skládajícího se z ideálního vzorkování a ideální rekonstrukce s vzorkovací frekvencí  $F_s = 16$  kHz vstupuje cosinusovka s frekvencí  $f_1 = 11$  kHz. Určete, co bude signál na výstupu. Systém neobsahuje anti-aliasingový filtr.

viz A

cosinusovka s  
frekvencí  
56 kHz

**Příklad 20** Diskrétní signál potřebujete převzorkovat z vzorkovací frekvence  $F_{s1} = 8$  kHz na vzorkovací frekvenci  $F_{s2} = 1$  kHz. Nakreslete impulsní odezvu anti-aliasingového filtru  $h_{aa}[n]$  nebo pro ni napište vztah. Pomůcka: anti-aliasingový filtr bude pracovat na  $F_{s1}$ .

panenka



## Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 3.2.2026, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Diskrétní signál o délce  $N = 32$  vzorků jsou 2 periody cosinusovky  $x[n] = 2 \cos\left(2\pi \frac{2}{N}n\right)$ . Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)  $X[k]$ .

viz A

$$X[2] = 1 \cdot 32 = 32 \quad X[30] = 32$$

**Příklad 2** Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu o délce  $N = 100$  vzorků má koeficient  $X[1] = j$ . Napište, zda z něj můžeme určit jiný koeficient DFT  $X[k]$ , pokud ano, který, a jaká bude jeho hodnota.

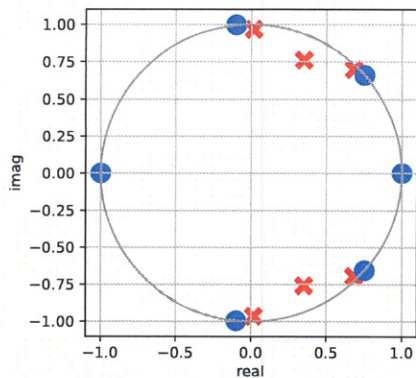
viz A

$$X[99] = j$$

**Příklad 3** Dokažte, že Fourierova transformace s diskretním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$  je periodická s periodou normované kruhové frekvence  $2\pi$  rad, tedy že  $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+k2\pi)})$ , kde  $k$  je libovolné celé číslo.

viz A

**Příklad 4** Na obrázku jsou nulové body (kolečka) a póly (křížky) číslicového filtru. Určete a zdůvodněte, o jaký typ filtru (dolní propust' / horní propust' / pásmová propust' / pásmová zadrž) se jedná.



viz A

**Příklad 5** Číslicový filtr je "drát" – jeho výstup je roven vstupu:  $y[n] = x[n]$ . Nakreslete nebo napište jeho impulsní odezvu  $h[n]$ .

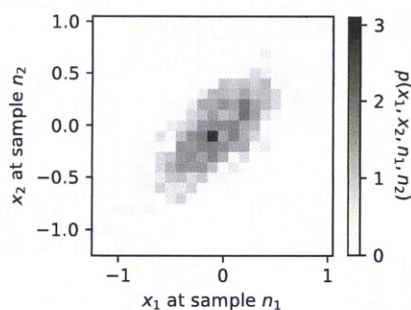
viz A

**Příklad 6** Vzorke signálu  $x[n]$  obsahují celkovou ujetou dráhu v metrech. Navrhněte číslicový filtr, jehož výstupem bude signál udávající okamžitou rychlost v metrech za sekundu. Vzorkovací frekvence  $F_s = 10$  Hz. Filtr můžete zapsat diferenční rovnicí, schématem, kódem, nebo přenosovou funkcí.

**Příklad 7** Je dán obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců. Pixely jsou v intervalu  $0 \dots 1$ , hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak vygenerovat negativní (inverzní) obrázek.

**Příklad 8** Popište (slovně, schéma nebo pseudo-kód), jak **rozmazat** obrázek  $x[k, l]$  o rozměrech  $K$  řádků a  $L$  sloupců.

**Příklad 9** Na obrázku je plot sdružené funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$  pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Rozhodněte, zda korelační koeficient  $R[n_1, n_2]$  bude kladný, přibližně nula nebo záporný a vysvětlete proč.



**Příklad 10** Vektor  $\mathbf{x}$  obsahuje  $N = 1000$  vzorků ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python / Numpy nebo pseudokód pro výpočet autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -10 do 10. Není povoleno použití `np.correlate`.

**Příklad 11** Vstupní signál  $x[n]$  kvantizéru má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -10 do 10. Máme k dispozici  $L = 100$  kvantovacích hladin od -10 do 10 s konstantním kvantovacím krokem  $\Delta$ . Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti hodnot chybového signálu  $e[n] = x[n] - x_q[n]$ , kde  $x_q[n]$  je kvantovaný signál.

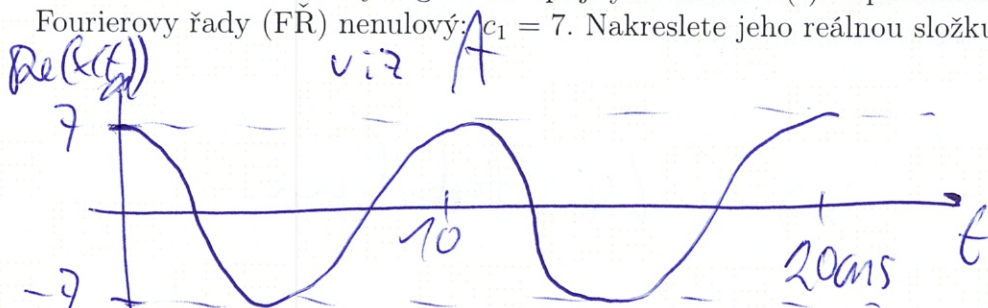
viz A

**Příklad 12** Jedna perioda periodického signálu se spojitým časem o délce  $T_1$  je dána

$$x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -4 & \text{pro } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \end{cases} \quad \text{Spočítejte střední výkon } P_s.$$

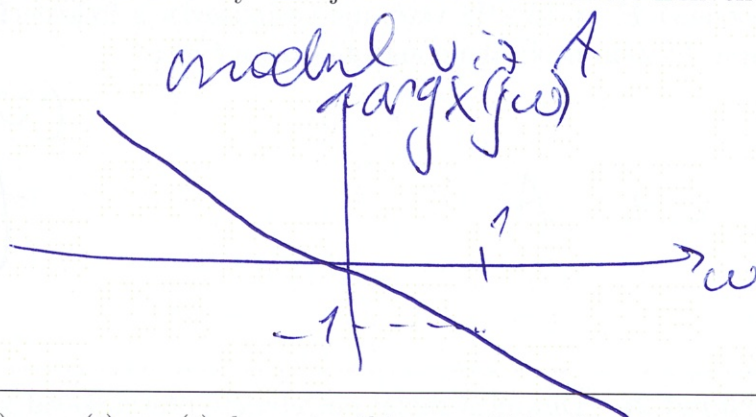
viz A

**Příklad 13** Periodický signál se spojitým časem  $x(t)$  s periodou  $T_1 = 10\text{ms}$  má jediný koeficient Fourierovy řady (FŘ) nenulový:  $c_1 = 7$ . Nakreslete jeho reálnou složku  $\mathcal{R}(x(t))$  pro čas  $t$  od 0 do 20ms.



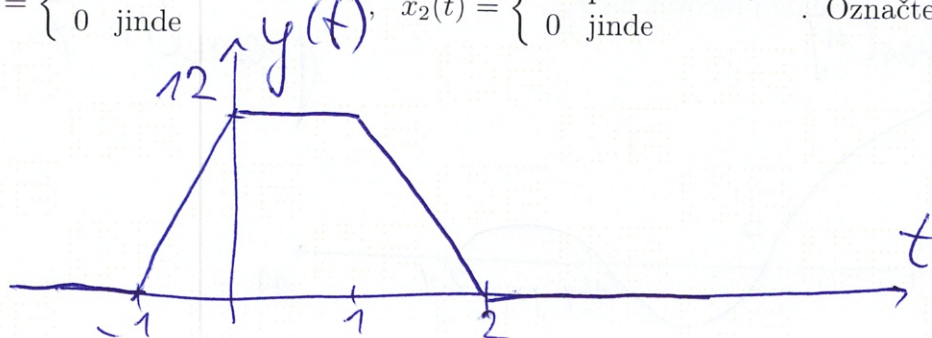
**Příklad 14** Nakreslete modul i argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  pro signál, který je posunutým Diracovým impulsem:  $x(t) = \delta(t - 1)$ . Na argumentovém obrázku si vyberte jednu hodnotu kruhové frekvence  $\omega$  a napište pro ni přesně hodnotu  $\arg X(j\omega)$ .

viz A



**Příklad 15** Nakreslete výsledek konvoluce  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$  dvou signálů se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \quad x_2(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{Označte pečlivě hodnoty na obou osách.}$$



**Příklad 16** Systém se spojitým časem je "drát", který se v čase  $t = 0$  "rozpojí":

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{pro } t < 0 \\ 0 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases} . \quad \text{Určete a krátce zdůvodněte, zda je systém časově invariantní.}$$

viz A

**Příklad 17** Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

$H(s) = (s - j14)(s - (-j14))$ . Určete hodnotu jeho frekvenční charakteristiky  $H(j\omega)$  pro kruhovou frekvenci  $\omega = 10$  rad/s.

viz A

$$H(j10) = 4.24 = \underline{\underline{96}}$$

**Příklad 18** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{s}{s^2 - 2s + 1}$ . Určete a krátce zdůvodněte, zda se jedná o stabilní systém.

viz B

(číslo není důležitý)

=> nestabilní.

**Příklad 19** Do systému skládajícího se z ideálního vzorkování a ideální rekonstrukce s vzorkovací frekvencí  $F_s = 16$  kHz vstupuje cosinusovka s frekvencí  $f_1 = 12$  kHz. Určete, co bude signál na výstupu. Systém neobsahuje anti-aliasingový filtr.

viz A

cosinusovka s  
frekvencí  
4 kHz

**Příklad 20** Diskrétní signál potřebujete převzorkovat z vzorkovací frekvence  $F_{s1} = 7$  kHz na vzorkovací frekvenci  $F_{s2} = 1$  kHz. Nakreslete impulsní odezvu anti-aliasingového filtru  $h_{aa}[n]$  nebo pro ni napište vztah. Pomůcka: anti-aliasingový filtr bude pracovat na  $F_{s1}$ .

omezení 7

