

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 21.1.2026, skupina D

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Podle zadaného kódu napište přenosovou funkci $H(z)$ číslicového filtru.

```
for (n = 2; n < N; n++)  
    y[n] = x[n] + 0.3 * x[n-1] + 0.1 * x[n-2] - 0.5 * y[n-1] + 0.1 * y[n-2];
```

$H(z) =$

Příklad 2 Číslicový filtr typu FIR má přenosovou funkci $H(z) = 1 - z^{-1}$. Nakreslete přibližně modulovou část jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ pro normovanou kruhovou frekvenci ω od 0 do π rad. Přesně určete hodnoty $|H(e^{j\omega})|$ pro $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{2}$, a $\omega = \pi$. Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{1.25} = 1.11$.

Příklad 3 Impulsní odezva $h[n]$ číslicového filtru typu IIR je pro $n < 0$ nulová, pro $n \geq 0$ je dána $h[n] = (-0.9)^n$. Určete a krátce vysvětlete, zda je filtr stabilní.

Příklad 4 Obrázek o rozměrech 100 řádků a 100 sloupců je černý se svislým bílým pruhem:

$$x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 40 \leq l < 60 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$
. Popište nebo nakreslete, jaký bude modul jeho 2D-diskrétní Fourierovy transformace $|X[m, n]|$ pro m i n od 0 do 50.

Příklad 5 Je dán obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak zvýšit jeho jas. Hodnoty výsledného obrázku mimo rozsah 0 až 1 neřešte.

Příklad 6 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro realizaci mediánového filtru o rozměrech 5×5 . Vstupem je obrázek x o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnoty na okrajích obrázku nemusíte řešit. Není povoleno použít funkce `median` nebo `medfilt`.

Příklad 7 Při zpracování ergodického náhodného signálu o délce $N = 1000$ vzorků bylo napočítáno 300 vzorků s hodnotou od 0.001 do 0.002. Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ tohoto signálu pro interval x od 0.001 do 0.002.

Příklad 8 Užitečný signál má uniformní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou

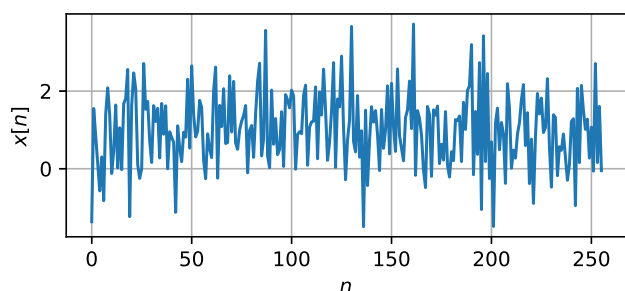
$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}} & \text{pro } -\frac{\sqrt{12}}{2} \leq x < \frac{\sqrt{12}}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}.$$

Škodlivý signál má výkon $P_e = 0.001$. Spočítejte poměr signálu k šumu v decibelech.

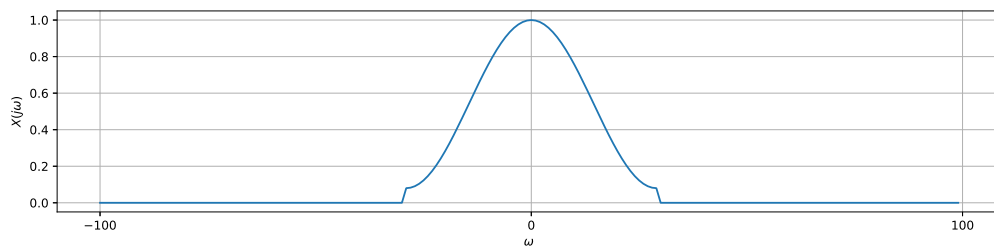
SNR = dB.

Příklad 9 Matice p o rozměrech 10×10 obsahuje nenulové odhady sdružených pravděpodobností $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Vektory x_1 a x_2 obsahují odpovídající hodnoty x_1, x_2 . Krok v obou vektorech je stejný a je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet korelačního koeficientu $R(n_1, n_2)$.

Příklad 10 Náhodný signál $x[n]$ na obrázku je gaussovský bílý šum s rozptylem 1 a s přidanou stejnosměrnou složkou s hodnotou 1. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k = -10 \dots +10$.



Příklad 11 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu se spojitým časem $x(t)$. Nakreslete do téhož obrázku modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ zpomaleného signálu $y(t) = x(\frac{t}{3})$. Pokud by výška spektra přesahovala obrázek, napište, jak by mělo být vysoké.



Příklad 12 Spektrální funkce signálu je kardinální sinus: $X(j\omega) = 4 \text{sinc}(0.25\omega)$. Napište nebo nakreslete odpovídající signál $x(t)$.

Příklad 13 Určete a krátce vysvětlete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x(t) - x(t + 3)$ kauzální.

Příklad 14 Vysvětlete vztah mezi Laplaceovou transformací a Fourierovou transformací. Pouze opsání rovnic ze seznamu není vysvětlení.

Příklad 15 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega = 2000\pi$ rad hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j2000\pi) = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Do systému vstupuje signál $x(t) = 2 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$. Napište vztah pro signál $y(t)$ na výstupu.

$y(t) =$

Příklad 16 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.
 $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \delta(t) + \delta(t - 5)$, kde $\delta(t)$ označuje Diracův impuls.

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů $H(s) = (s - j1400)(s - (-j1400))$. Nakreslete modulovou složku jeho frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro ω od -2000 rad do 2000 rad.

Příklad 18 Popište základní kroky numerického výpočtu koeficientů Fourierovy řady. Není třeba matematika nebo kód, stačí stručný textový popis v bodech. Omezující podmínky výpočtu nemusíte uvádět.

Příklad 19 Je dána vzorkovací frekvence $F_s = 32$ kHz. Nakreslete modul frekvenční charakteristiky anti-aliasingového filtru $|H_{aa}(j\omega)|$, na vodorovné ose nechtě jsou kruhové frekvence v rad/s.

Příklad 20 Diskrétní signál převzorkováváme z vzorkovací frekvence $F_{s1} = 100$ kHz na vzorkovací frekvenci F_{s2} . Impulsní odezva použitého anti-aliasingového filtru je na obrázku. Jaká je hodnota F_{s2} ?

