

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 21.1.2026, skupina A

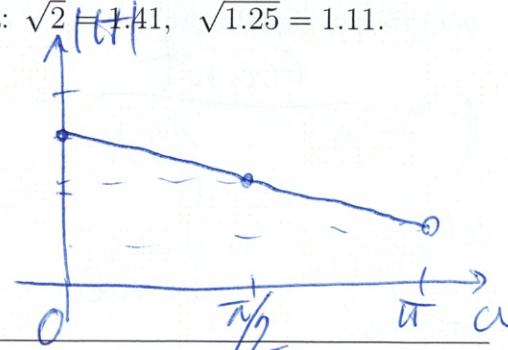
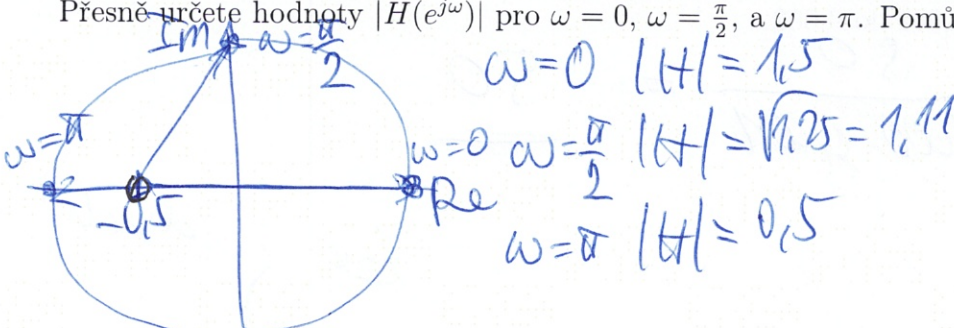
Login: Příjmení a jméno: Podpis: *Ref*
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Podle zadaného kódu napište přenosovou funkci $H(z)$ číslicového filtru.

```
for (n = 2; n < N; n++)
    y[n] = x[n] + 0.3 * x[n-1] - 0.5 * y[n-1] + 0.1 * y[n-2];
```

$$H(z) = \frac{1 + 0.3z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1} - 0.1z^{-2}}$$

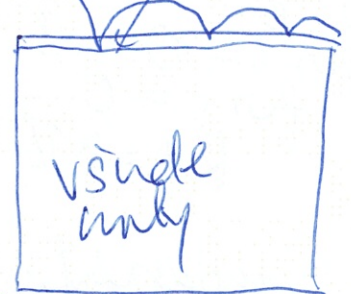
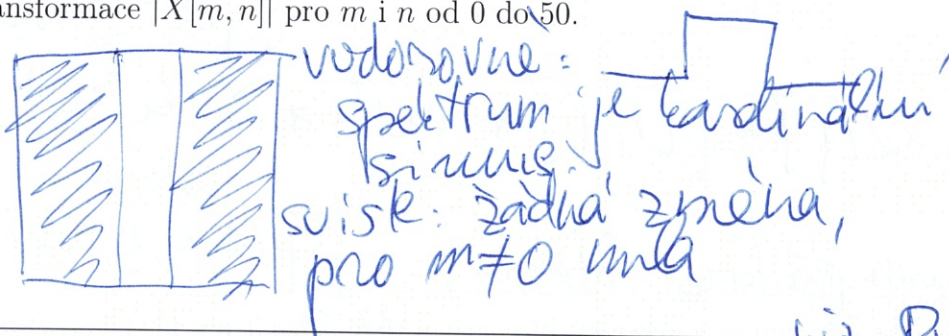
Příklad 2 Číslicový filtr typu FIR má přenosovou funkci $H(z) = 1 + 0.5z^{-1}$. Nakreslete přibližně modulovou část jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ pro normovanou kruhovou frekvenci ω od 0 do π rad. Přesně určete hodnoty $|H(e^{j\omega})|$ pro $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{2}$, a $\omega = \pi$. Pomůcka: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{1.25} = 1.11$.



Příklad 3 Impulsní odezva $h[n]$ číslicového filtru typu IIR je pro $n < 0$ nulová, pro $n \geq 0$ je dána $h[n] = 0.9^n$. Určete a krátce vysvětlete, zda je filtr stabilní.

Bude konvergovat k nule, $\sum |h[n]|$ je konečná
 $\Rightarrow$ stabilní

Příklad 4 Obrázek o rozměrech 100 řádků a 100 sloupců je černý se svislým bílým pruhem:
 $x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 40 \leq l < 60 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Popište nebo nakreslete, jaký bude modul jeho 2D-diskrétní Fourierovy transformace $|X[m, n]|$ pro m i n od 0 do 50.



Příklad 5 Je dán obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak zvýšit jeho jas. Hodnoty výsledného obrázku mimo rozsah 0 až 1 neřešte.

$$y[k, l] = x[k, l] + c$$

kladná konstanta

Příklad 6 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro realizaci mediánového filtru o rozměrech 5×5 . Vstupem je obrázek x o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnoty na okrajích obrázku nemusíte řešit. Není povoleno použít funkce `median` nebo `medfilt`.

for $k = 0 \dots K-1$
 for $l = 0 \dots L-1$
 vyber 25ti prvků $x[k, l]$ v oblasti 5×5
 seřad jeho hodnoty dle velikosti
 $y[k, l] =$ hodnota uprostřed

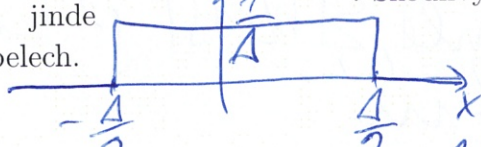
Příklad 7 Při zpracování ergodického náhodného signálu o délce $N = 1000$ vzorků bylo napočítáno 50 vzorků s hodnotou od 0.001 do 0.002. Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ tohoto signálu pro interval x od 0.001 do 0.002.

$$p = \frac{\text{count}}{N \cdot \Delta} = \frac{50}{1000 \cdot 0.001} = \underline{50}$$

↑ počet vzorků
 ↑ šířka intervalu
 Δx : odvodit

Příklad 8 Užitečný signál má uniformní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou $\Delta = \sqrt{12}$

$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}} & \text{pro } -\frac{\sqrt{12}}{2} \leq x < \frac{\sqrt{12}}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Škodlivý signál má výkon $P_e = 0.01$. Spočítejte poměr signálu k šumu v decibelech.



$$P_x = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_e} = 10 \log_{10} \frac{1}{0.01} = \underline{20 \text{ dB}}$$

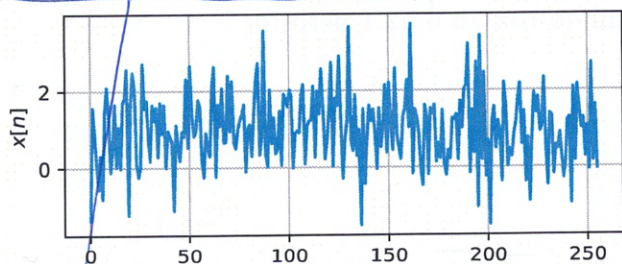
Příklad 9 Matice p o rozměrech 10×10 obsahuje nenulové odhady sdružených pravděpodobností $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Vektory x_1 a x_2 obsahují odpovídající hodnoty x_1, x_2 . Krok v obou vektorech je stejný a je v proměnné Delta. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet korelačního koeficientu $R(n_1, n_2)$.

$R = 0$
 for $i = 0 \dots 9$
 for $j = 0 \dots 9$
 $R += x_1[i] * x_2[j] * p[i, j] * \text{Delta} * \text{Delta}$

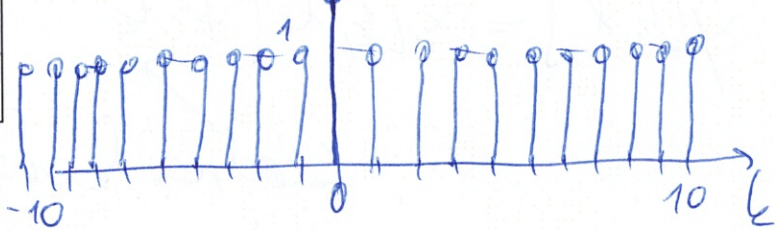
... lze elegantně vyřešit bez cyklu
 pomocí vektorů x_1 a x_2
 např. $\sum_i x_1[i] x_2[i] p[i, i] \Delta^2$

(implementace numer. počítání) $R[n_1, n_2] = \iint p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$

Příklad 10 Náhodný signál $x[n]$ na obrázku je gaussovský bílý šum s rozptylem 1 a s přidanou stejnosměrnou složkou s hodnotou 1. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k = -10 \dots +10$.

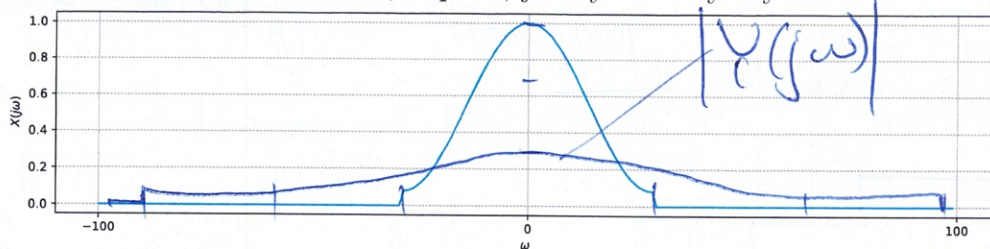


$$P = D = R[0] = \sigma^2 + \mu^2$$



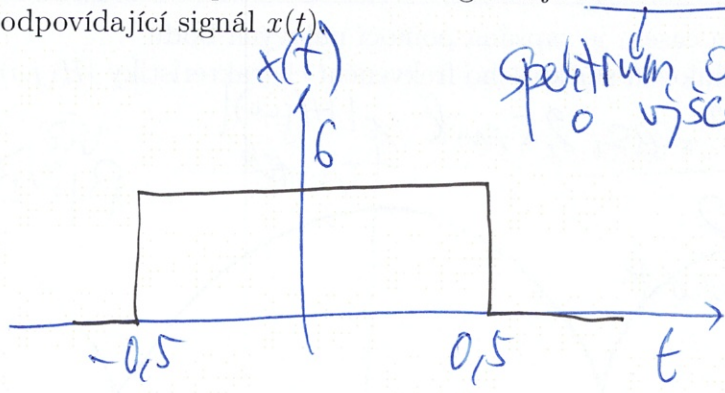
všechny $R[k] = 1^2 = 1$

Příklad 11 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu se spojitým časem $x(t)$. Nakreslete do téhož obrázku modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ zrychleného signálu $y(t) = x(3t)$. Pokud by výška spektra přesahovala obrázek, napište, jak by mělo být vysoké.



$x(t) \rightarrow x(mt)$
 $\Rightarrow X(j\omega) \rightarrow \frac{1}{m} X(j\frac{\omega}{m})$
 rychlejší signál
 $\Rightarrow$ širší a menší spektrum.

Příklad 12 Spektrální funkce signálu je kardinální sinus: $X(j\omega) = 6 \text{sinc}(0.5\omega)$. Napište nebo nakreslete odpovídající signál $x(t)$.



Spektrum obdélníkového impulsu
 o výšce 6 a šířce 1
 $X(j\omega) = D \text{sinc}(\frac{v}{2}\omega)$
 $\frac{v}{2} = 0.5$ $v = 1$
 $D \cdot v = 6$ $D = 6$

Příklad 13 Určete a krátce vysvětlete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x^2(t) - x(t - 3)$ kauzální.

Současnost ok
 minulost ok

Je kauzální

Příklad 14 Vysvětlete vztah mezi Laplaceovou transformací a Fourierovou transformací. Pouze opsání rovnic ze seznamu není vysvětlení.

$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$ "s"
 $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$
 nad rovinou "s" je funkce $X(s)$
 hodnoty nad imaginární osou jsou $X(j\omega)$
 F.T. je L.T. vyhodnocena pro hodnoty $s = j\omega$

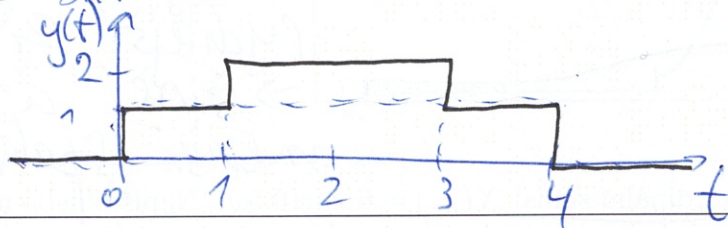
Příklad 15 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega = 2000\pi$ rad hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j2000\pi) = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Do systému vstupuje signál $x(t) = 16 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$. Napište vztah pro signál $y(t)$ na výstupu.

zesílení posun fázě
 $y(t) = 10 \cdot 16 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = 160 \cos(2000\pi t)$

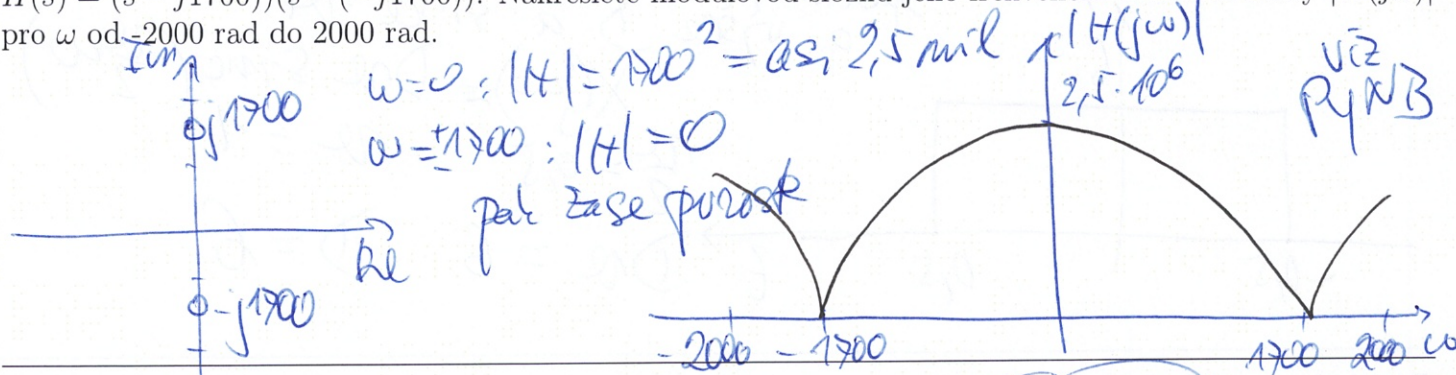
Příklad 16 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) * x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t-1), \text{ kde } \delta(t) \text{ označuje Diracův impuls.}$$

konvoluce s Diracem je copy/paste a posun. Pokud je Diraců více, vše se sečte.



Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů $H(s) = (s - j1700)(s - (-j1700))$. Nakreslete modulovou složku jeho frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro ω od -2000 rad do 2000 rad.

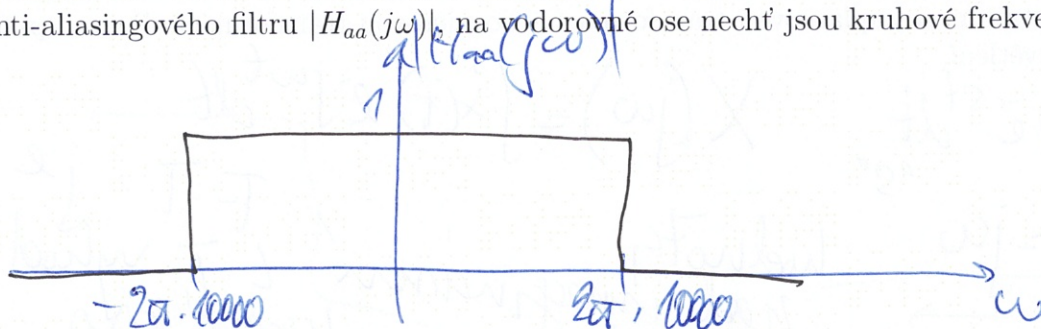


Příklad 18 Popište základní kroky numerického výpočtu koeficientů Fourierovy řady. Není třeba matematika nebo kód, stačí stručný textový popis v bodech. Omezující podmínky výpočtu nemusíte uvádět.

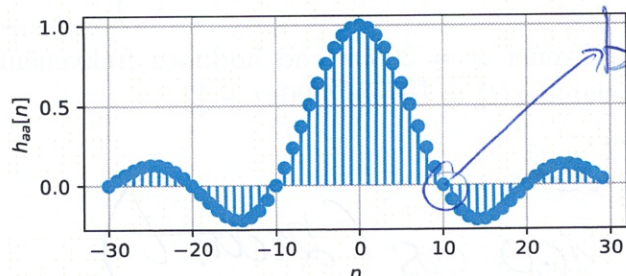
- 1) vyber jednu periodu
- 2) vzorokuj N vzorkem
- 3) DFT: $x[n] \rightarrow X[k]$
- 4) $c_k = \frac{X[k]}{N}$ pro $k=0 \dots \frac{N}{2}$

periodický signál s periodou T_1

Příklad 19 Je dána vzorkovací frekvence $F_s = 20$ kHz. Nakreslete modul frekvenční charakteristiky anti-aliasingového filtru $|H_{aa}(j\omega)|$ na vodorovné ose necht' jsou kruhové frekvence v rad/s.



Příklad 20 Diskrétní signál převzorkováváme z vzorkovací frekvence $F_{s1} = 70$ kHz na vzorkovací frekvenci F_{s2} . Impulsní odezva použitého anti-aliasingového filtru je na obrázku. Jaká je hodnota F_{s2} ?



bude se vybírat každý 10 vzorek, takže $F_{s2} = \frac{F_{s1}}{10} = 7 \text{ kHz}$

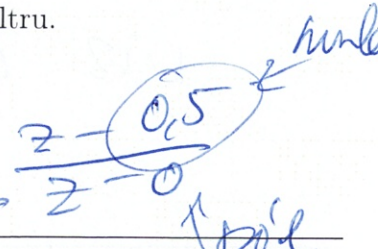
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 21.1.2026, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis: *Ref*
(prosím čitelně!)

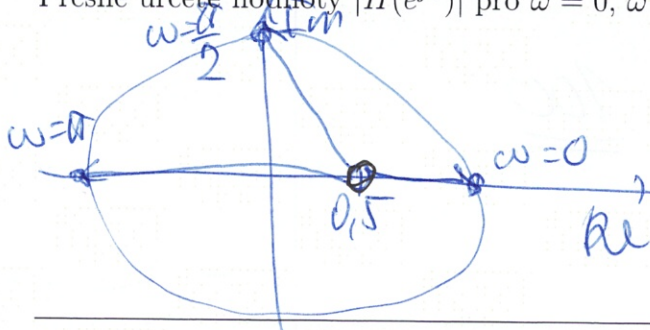
Příklad 1 Podle zadaného kódu napište přenosovou funkci $H(z)$ číslicového filtru.

```
for (n = 2; n < N; n++)  
    y[n] = x[n] - 0.3 * x[n-1] + 0.5 * y[n-1] + 0.1 * y[n-2];
```

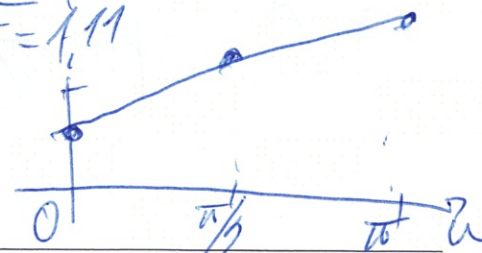
$$H(z) = \frac{1 - 0.3z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1} - 0.1z^{-2}}$$



Příklad 2 Číslicový filtr typu FIR má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 0.5z^{-1}$. Nakreslete přibližně modulovou část jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ pro normovanou kruhovou frekvenci ω od 0 do π rad. Přesně určete hodnoty $|H(e^{j\omega})|$ pro $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{2}$, a $\omega = \pi$. Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{1.25} = 1.11$.



$$\begin{aligned}\omega = 0: |H| &= 0.5 \\ \omega = \frac{\pi}{2}: |H| &= \sqrt{1.25} = 1.11 \\ \omega = \pi: |H| &= 1.5\end{aligned}$$



Příklad 3 Impulsní odezva $h[n]$ číslicového filtru typu IIR je pro $n < 0$ nulová, pro $n \geq 0$ je dána $h[n] = 1.4^n$. Určete a krátce vysvětlete, zda je filtr stabilní.

pro $n \rightarrow \infty$ poroste do ∞ , $\sum |h[n]|$ bude nekonečna $\Rightarrow$ nestabilní

Příklad 4 Obrázek o rozměrech 100 řádků a 100 sloupců je černý se svislým bílým pruhem:

$$x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 40 \leq l < 60 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$
. Popište nebo nakreslete, jaký bude modul jeho 2D-diskrétní Fourierovy transformace $|X[m, n]|$ pro m i n od 0 do 50.

viz A

Příklad 5 Je dán obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak zvýšit jeho jas. Hodnoty výsledného obrázku mimo rozsah 0 až 1 neřešte.

viz A

Příklad 6 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro realizaci mediánového filtru o rozměrech 5×5 . Vstupem je obrázek x o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnoty na okrajích obrázku nemusíte řešit. Není povoleno použít funkce `median` nebo `medfilt`.

viz A

Příklad 7 Při zpracování ergodického náhodného signálu o délce $N = 1000$ vzorků bylo napočítáno 100 vzorků s hodnotou od 0.001 do 0.002. Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ tohoto signálu pro interval x od 0.001 do 0.002.

viz A

$$p = \frac{100}{1000 \cdot 0,001} = \underline{\underline{100}}$$

Příklad 8 Užitečný signál má uniformní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou $p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}} & \text{pro } -\frac{\sqrt{12}}{2} \leq x < \frac{\sqrt{12}}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Škodlivý signál má výkon $P_e = 1$. Spočítejte poměr signálu k šumu v decibelech.

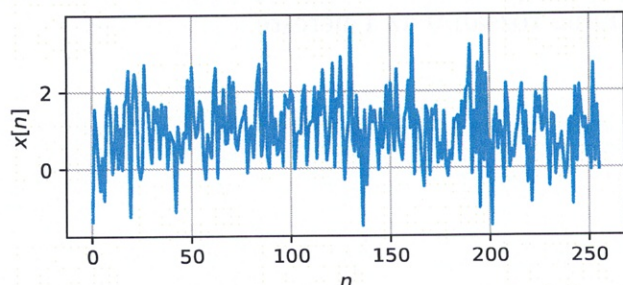
viz A

SNR = 0 dB.

Příklad 9 Matice p o rozměrech 10×10 obsahuje nenulové odhady sdružených pravděpodobností $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Vektory x_1 a x_2 obsahují odpovídající hodnoty x_1, x_2 . Krok v obou vektorech je stejný a je v proměnné Delta. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet korelačního koeficientu $R(n_1, n_2)$.

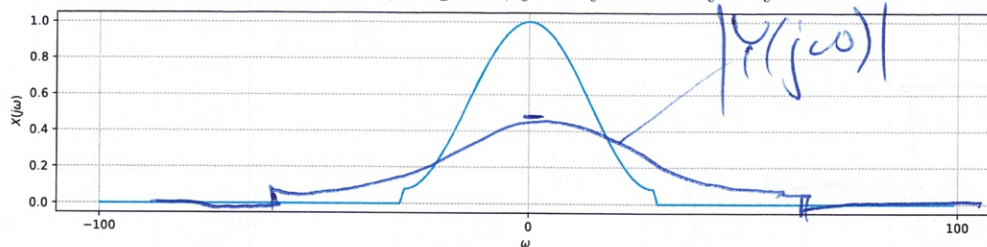
viz A

Příklad 10 Náhodný signál $x[n]$ na obrázku je gaussovský bílý šum s rozptylem 1 a s přidanou stejnosměrnou složkou s hodnotou 1. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k = -10 \dots +10$.



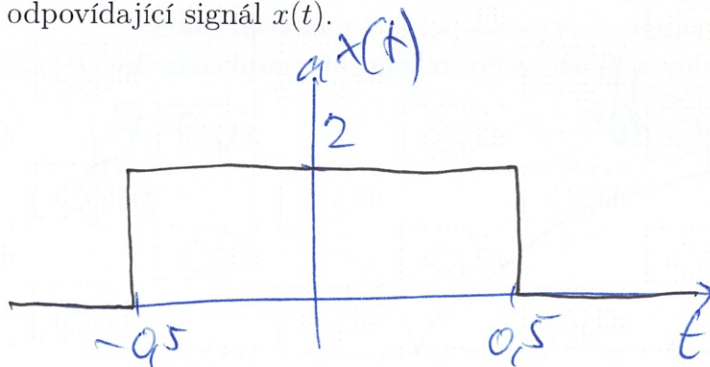
viz A

Příklad 11 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu se spojitým časem $x(t)$. Nakreslete do téhož obrázku modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ zrychleného signálu $y(t) = x(2t)$. Pokud by výška spektra přesahovala obrázek, napište, jak by mělo být vysoké.



viz A
sínus a menší
spektrum

Příklad 12 Spektrální funkce signálu je kardinální sinus: $X(j\omega) = 2 \text{sinc}(0.5\omega)$. Napište nebo nakreslete odpovídající signál $x(t)$.



viz A

$$\frac{a}{2} = 0.5$$

$$a = 1$$

$$T = 2$$

$$T = 2$$

Příklad 13 Určete a krátce vysvětlete, zda je systém popsán rovnicí $y(t) = x(t) - x^2(t+3)$ kauzální.

Současnost
OK

budoucnost
NOT OK

Není kauzální

Příklad 14 Vysvětlete vztah mezi Laplaceovou transformací a Fourierovou transformací. Pouze opsání rovnic ze seznamu není vysvětlení.

viz A

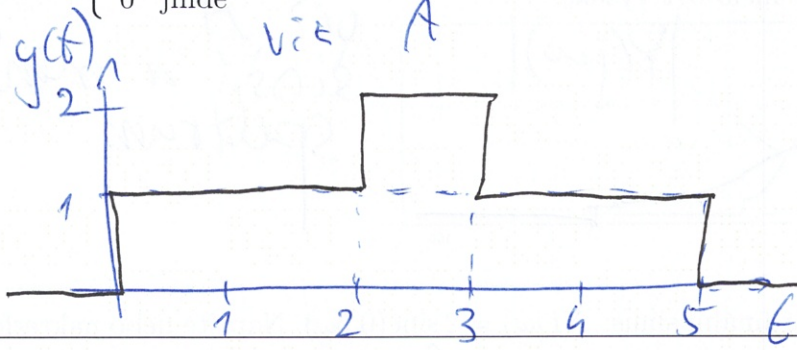
Příklad 15 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega = 2000\pi$ rad hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j2000\pi) = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Do systému vstupuje signál $x(t) = 10 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$. Napište vztah pro signál $y(t)$ na výstupu.

viz A

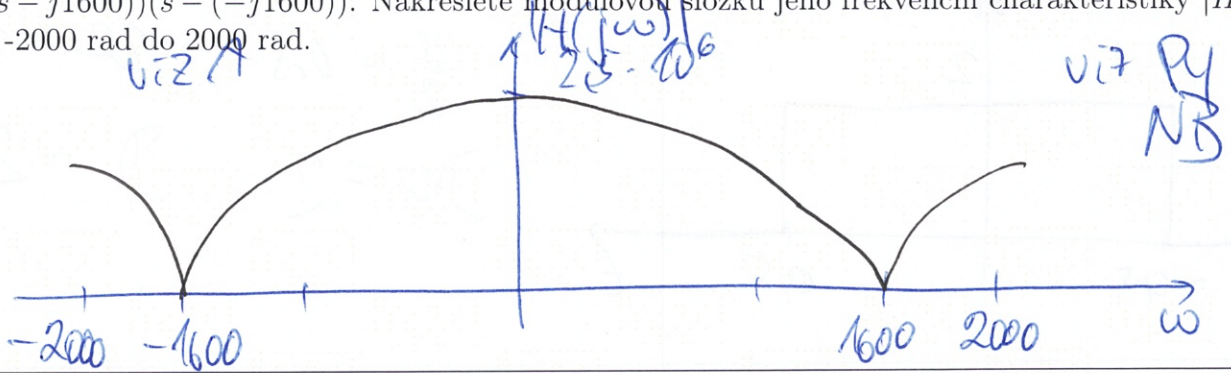
$$y(t) = 100 \cos(2000\pi t)$$

Příklad 16 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t - 2), \text{ kde } \delta(t) \text{ označuje Diracův impuls.}$$



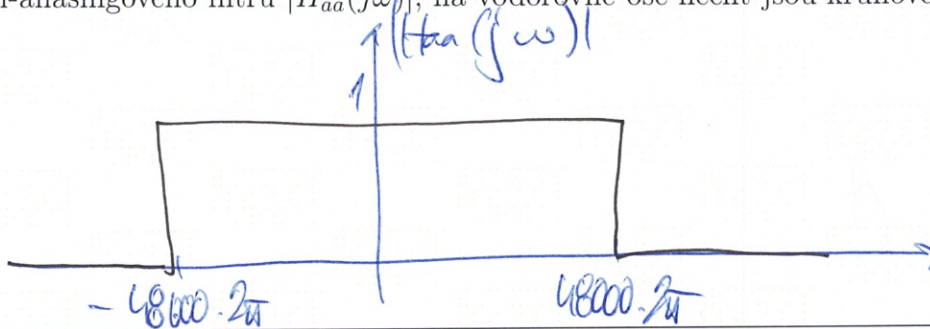
Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů $H(s) = (s - j1600)(s - (-j1600))$. Nakreslete modulovou složku jeho frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro ω od -2000 rad do 2000 rad.



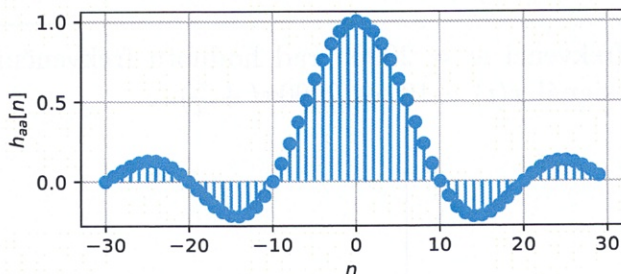
Příklad 18 Popište základní kroky numerického výpočtu koeficientů Fourierovy řady. Není třeba matematika nebo kód, stačí stručný textový popis v bodech. Omezující podmínky výpočtu nemusíte uvádět.

viz A

Příklad 19 Je dána vzorkovací frekvence $F_s = 96$ kHz. Nakreslete modul frekvenční charakteristiky anti-aliasingového filtru $|H_{aa}(j\omega)|$, na vodorovné ose nechtě jsou kruhové frekvence v rad/s.



Příklad 20 Diskrétní signál převzorkováváme z vzorkovací frekvence $F_{s1} = 80$ kHz na vzorkovací frekvenci F_{s2} . Impulsní odezva použitého anti-aliasingového filtru je na obrázku. Jaká je hodnota F_{s2} ?



viz A

$$F_{s2} = 86 \text{ kHz}$$

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 21.1.2026, skupina C

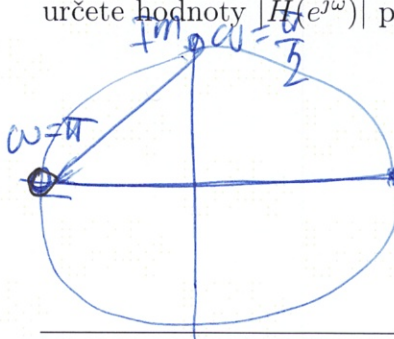
Login: Příjmení a jméno: Podpis: Ref
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Podle zadaného kódu napište přenosovou funkci $H(z)$ číslicového filtru.

```
for (n = 2; n < N; n++)
    y[n] = x[n] + 0.3 * x[n-1] + 0.1 * x[n-2] - 0.5 * y[n-1];
```

$$H(z) = \frac{1 + 0.3z^{-1} + 0.1z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1}}$$

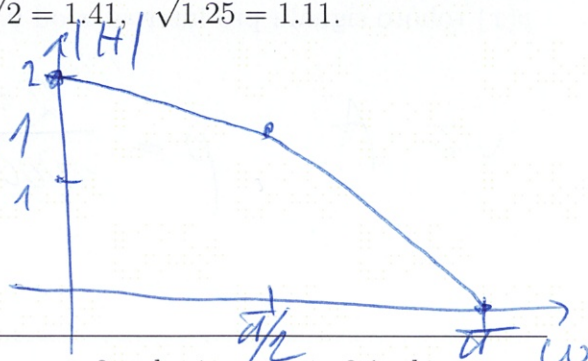
Příklad 2 Číslicový filtr typu FIR má přenosovou funkci $H(z) = 1 + z^{-1}$. Nakreslete přibližně modulovou část jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ pro normovanou kruhovou frekvenci ω od 0 do π rad. Přesně určete hodnoty $|H(e^{j\omega})|$ pro $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{2}$, a $\omega = \pi$. Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{1.25} = 1.11$.



$$\omega=0: |H|=2$$

$$\omega=\frac{\pi}{2}: |H|=\sqrt{2}=1.41$$

$$\omega=\pi: |H|=0$$



Příklad 3 Impulsní odezva $h[n]$ číslicového filtru typu IIR je pro $n < 0$ nulová, pro $n \geq 0$ je dána $h[n] = (-1.4)^n$. Určete a krátce vysvětlete, zda je filtr stabilní.

viz B $\Rightarrow$ nestabilní

Příklad 4 Obrázek o rozměrech 100 řádků a 100 sloupců je černý se svislým bílým pruhem:

$x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 40 \leq l < 60 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Popište nebo nakreslete, jaký bude modul jeho 2D-diskrétní Fourierovy transformace $|X[m, n]|$ pro m i n od 0 do 50.

viz A

Příklad 5 Je dán obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak zvýšit jeho jas. Hodnoty výsledného obrázku mimo rozsah 0 až 1 neřešte.

viz A

Příklad 6 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro realizaci mediánového filtru o rozměrech 5×5 . Vstupem je obrázek x o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnoty na okrajích obrázku nemusíte řešit. Není povoleno použít funkce `median` nebo `medfilt`.

viz A

Příklad 7 Při zpracování ergodického náhodného signálu o délce $N = 1000$ vzorků bylo napočítáno 200 vzorků s hodnotou od 0.001 do 0.002. Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ tohoto signálu pro interval x od 0.001 do 0.002.

viz A

$$p = \frac{200}{1000 \cdot 0.001} = \underline{\underline{200}}$$

Příklad 8 Užitečný signál má uniformní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou $p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}} & \text{pro } -\frac{\sqrt{12}}{2} \leq x < \frac{\sqrt{12}}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Škodlivý signál má výkon $P_e = 0.1$. Spočítejte poměr signálu k šumu v decibelech.

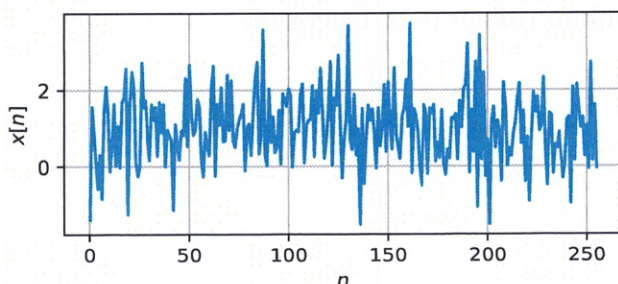
viz A

SNR = 10 dB.

Příklad 9 Matice p o rozměrech 10×10 obsahuje nenulové odhady sdružených pravděpodobností $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Vektory x_1 a x_2 obsahují odpovídající hodnoty x_1, x_2 . Krok v obou vektorech je stejný a je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet korelačního koeficientu $R(n_1, n_2)$.

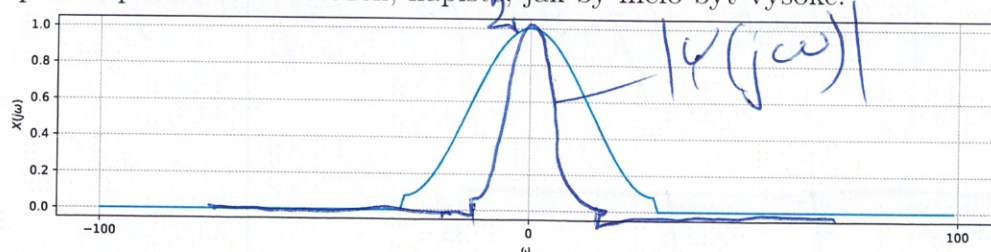
viz A

Příklad 10 Náhodný signál $x[n]$ na obrázku je gaussovský bílý šum s rozptylem 1 a s přidanou stejnosměrnou složkou s hodnotou 1. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k = -10 \dots +10$.



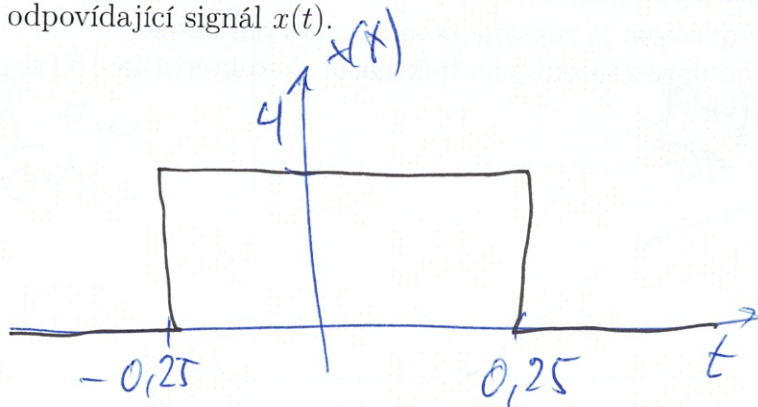
viz A

Příklad 11 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu se spojitým časem $x(t)$. Nakreslete do téhož obrázku modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ zpomaleného signálu $y(t) = x(\frac{t}{2})$. Pokud by výška spektra přesahovala obrázek, napište, jak by mělo být vysoké.



viz A
 $\Rightarrow$ užší a
 vyšší spektrum

Příklad 12 Spektrální funkce signálu je kardinální sinus: $X(j\omega) = 2 \text{sinc}(0.25\omega)$. Napište nebo nakreslete odpovídající signál $x(t)$.



viz A

$$\frac{A}{2} = 0.25$$

$$A = 0.5$$

$$B = 2$$

$$D = 4$$

Příklad 13 Určete a krátce vysvětlete, zda je systém popsán rovnicí $y(t) = x(t) - x(t - 3)$ kauzální.

sočasnost ok
 minulost ok

Je kauzální

Příklad 14 Vysvětlete vztah mezi Laplaceovou transformací a Fourierovou transformací. Pouze opsání rovnic ze seznamu není vysvětlení.

viz A

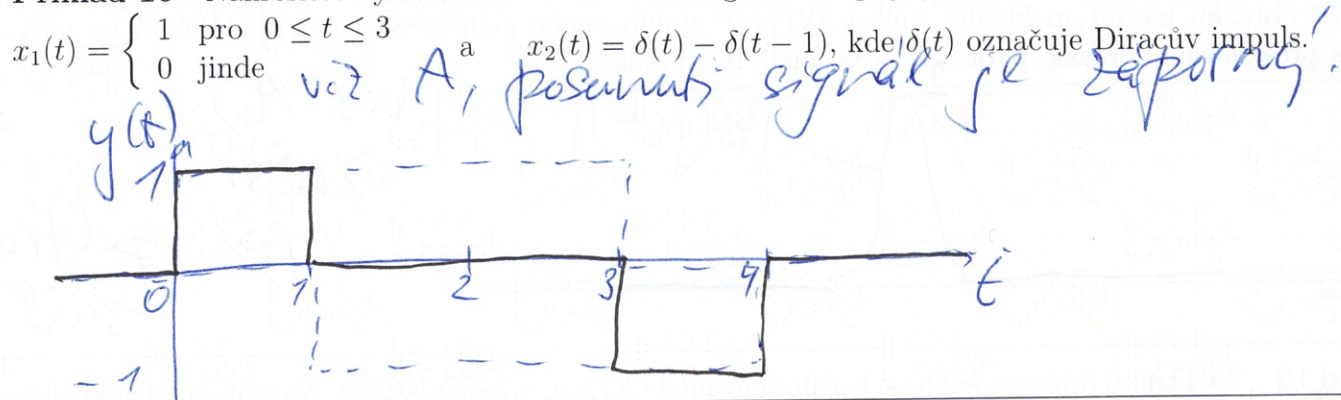
Příklad 15 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega = 2000\pi$ rad hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j2000\pi) = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Do systému vstupuje signál $x(t) = 6 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$. Napište vztah pro signál $y(t)$ na výstupu.

viz A

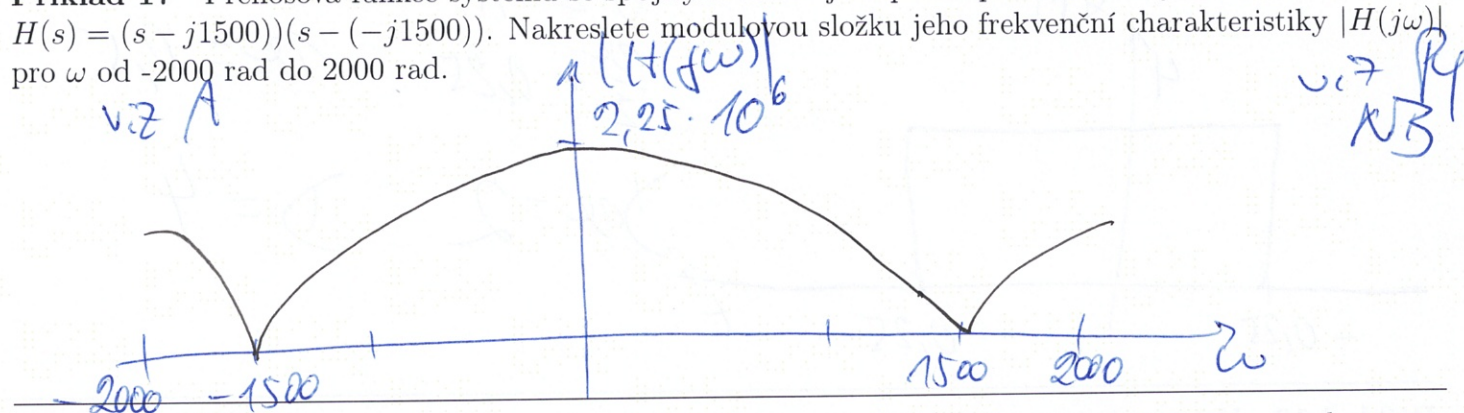
$$y(t) = 60 \cos(2000\pi t)$$

Příklad 16 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \delta(t) - \delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ označuje Diracův impuls.



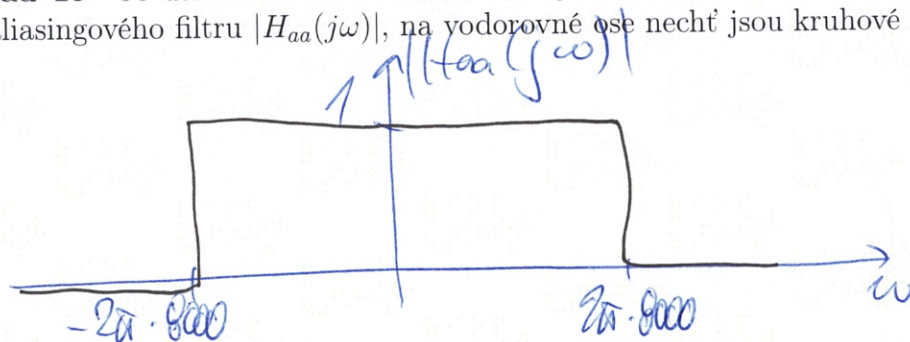
Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů $H(s) = (s - j1500)(s - (-j1500))$. Nakreslete modulovou složku jeho frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro ω od -2000 rad do 2000 rad.



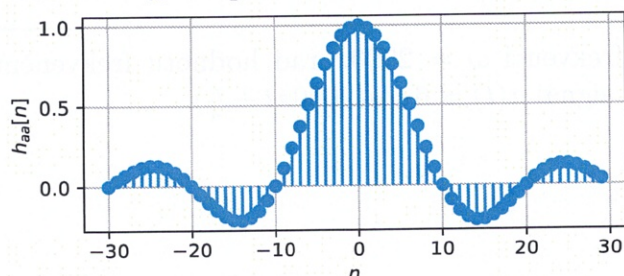
Příklad 18 Popište základní kroky numerického výpočtu koeficientů Fourierovy řady. Není třeba matematika nebo kód, stačí stručný textový popis v bodech. Omezující podmínky výpočtu nemusíte uvádět.

viz A

Příklad 19 Je dána vzorkovací frekvence $F_s = 16$ kHz. Nakreslete modul frekvenční charakteristiky anti-aliasingového filtru $|H_{aa}(j\omega)|$, na vodorovné ose nechte jsou kruhové frekvence v rad/s.



Příklad 20 Diskrétní signál převzorkováváme z vzorkovací frekvence $F_{s1} = 90$ kHz na vzorkovací frekvenci F_{s2} . Impulsní odezva použitého anti-aliasingového filtru je na obrázku. Jaká je hodnota F_{s2} ?



viz A

$F_{s2} = 9 \text{ kHz}$

Login: Příjmení a jméno: Podpis: Ref
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Podle zadaného kódu napište přenosovou funkci $H(z)$ číslicového filtru.

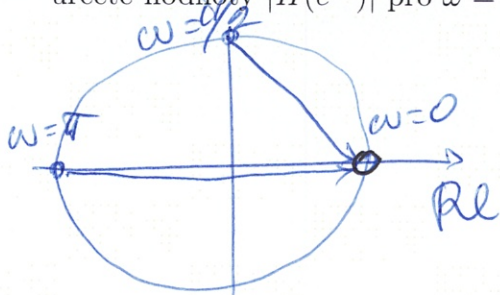
for (n = 2; n < N; n++)

y[n] = x[n] + 0.3 * x[n-1] + 0.1 * x[n-2] - 0.5 * y[n-1] + 0.1 * y[n-2];

$$H(z) = \frac{1 + 0.3z^{-1} + 0.1z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1} - 0.1z^{-2}}$$

$\frac{z^{-1}}{z^{-1}}$ nula
 $\frac{z^{-1}}{z^{-1}}$ póla

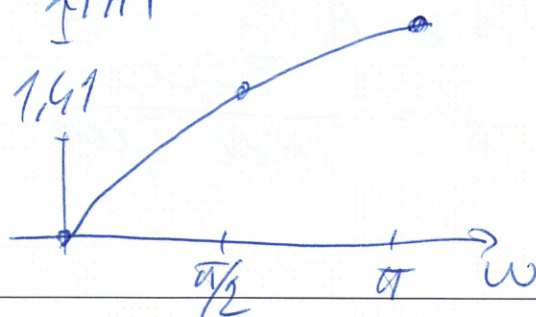
Příklad 2 Číslicový filtr typu FIR má přenosovou funkci $H(z) = 1 - z^{-1}$. Nakreslete přibližně modulovou část jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ pro normovanou kruhovou frekvenci ω od 0 do π rad. Přesně určete hodnoty $|H(e^{j\omega})|$ pro $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{2}$, a $\omega = \pi$. Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{1.25} = 1.11$.



$$\omega = 0: |H| = 0$$

$$\omega = \frac{\pi}{2}: |H| = \sqrt{2} = 1.41$$

$$\omega = \pi: |H| = 2$$



Příklad 3 Impulsní odezva $h[n]$ číslicového filtru typu IIR je pro $n < 0$ nulová, pro $n \geq 0$ je dána $h[n] = (-0.9)^n$. Určete a krátce vysvětlete, zda je filtr stabilní.

viz A $\Rightarrow$ stabilní

Příklad 4 Obrázek o rozměrech 100 řádků a 100 sloupců je černý se svislým bílým pruhem:

$x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 40 \leq l < 60 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Popište nebo nakreslete, jaký bude modul jeho 2D-diskrétní Fourierovy transformace $|X[m, n]|$ pro m i n od 0 do 50.

viz A

Příklad 5 Je dán obrázek $x[k, l]$ o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnota 0 odpovídá černé, 1 bílé. Napište, jak zvýšit jeho jas. Hodnoty výsledného obrázku mimo rozsah 0 až 1 neřešte.

viz A

Příklad 6 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro realizaci mediánového filtru o rozměrech 5×5 . Vstupem je obrázek x o rozměrech K řádků a L sloupců. Hodnoty na okrajích obrázku nemusíte řešit. Není povoleno použít funkce `median` nebo `medfilt`.

viz A

Příklad 7 Při zpracování ergodického náhodného signálu o délce $N = 1000$ vzorků bylo napočítáno 300 vzorků s hodnotou od 0.001 do 0.002. Odhadněte hodnotu funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ tohoto signálu pro interval x od 0.001 do 0.002.

viz A

$$p = \frac{300}{1000 \cdot 0.001} = \underline{\underline{300}}$$

Příklad 8 Užitečný signál má uniformní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou $p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}} & \text{pro } -\frac{\sqrt{12}}{2} \leq x < \frac{\sqrt{12}}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Škodlivý signál má výkon $P_e = 0.001$. Spočítejte poměr signálu k šumu v decibelech.

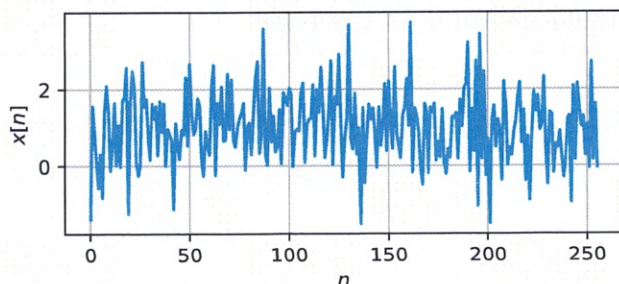
viz A

SNR = 30 dB.

Příklad 9 Matice p o rozměrech 10×10 obsahuje nenulové odhady sdružených pravděpodobností $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro náhodný signál se spojitými hodnotami. Vektory x_1 a x_2 obsahují odpovídající hodnoty x_1, x_2 . Krok v obou vektorech je stejný a je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet korelačního koeficientu $R(n_1, n_2)$.

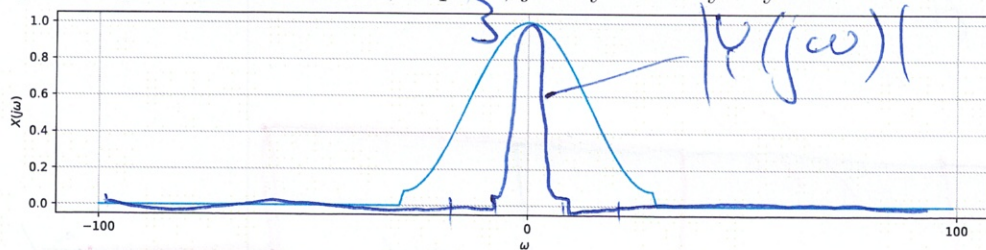
viz A

Příklad 10 Náhodný signál $x[n]$ na obrázku je gaussovský bílý šum s rozptylem 1 a s přidanou stejnosměrnou složkou s hodnotou 1. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k = -10 \dots +10$.

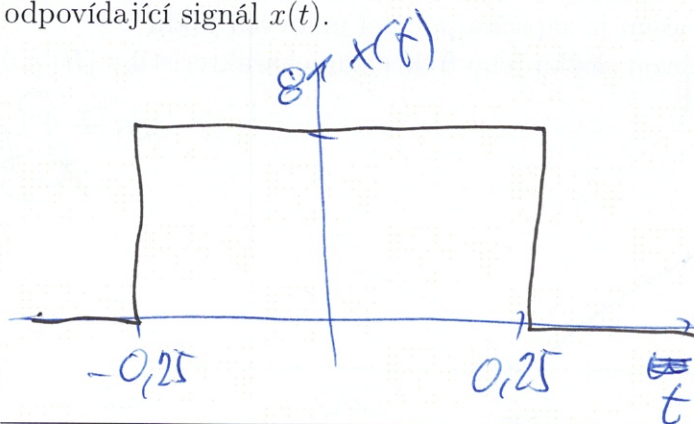


viz A

Příklad 11 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu se spojitým časem $x(t)$. Nakreslete do téhož obrázku modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ zpomaleného signálu $y(t) = x(\frac{t}{3})$. Pokud by výška spektra přesahovala obrázek, napište, jak by mělo být vysoké.



Příklad 12 Spektrální funkce signálu je kardinální sinus: $X(j\omega) = 4 \text{sinc}(0.25\omega)$. Napište nebo nakreslete odpovídající signál $x(t)$.



$\omega = 0.25$ $\omega = 0.5$
 $D = 4$ $D = 8$

Příklad 13 Určete a krátce vysvětlete, zda je systém popsáný rovnicí $y(t) = x(t) - x(t+3)$ kauzální.

Není kauzální

sečasnost
OK

tržnost
NOT OK

Příklad 14 Vysvětlete vztah mezi Laplaceovou transformací a Fourierovou transformací. Pouze opsání rovnic ze seznamu není vysvětlení.

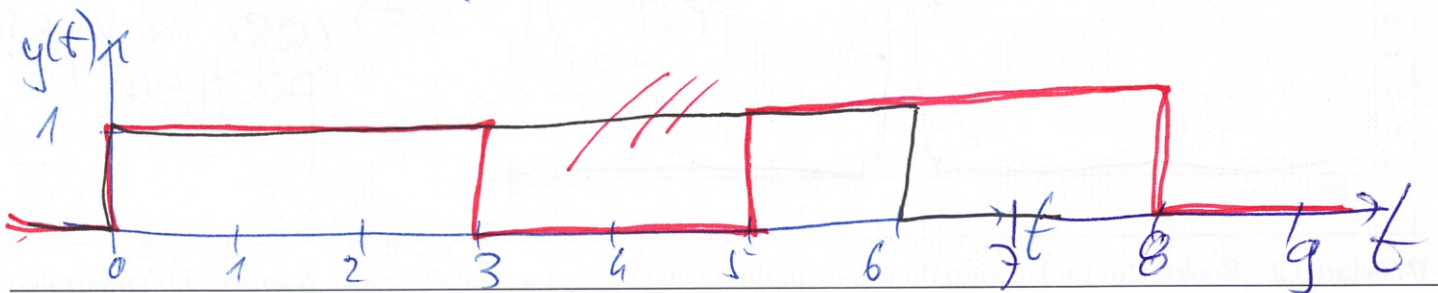
viz A

Příklad 15 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega = 2000\pi$ rad hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j2000\pi) = 10e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Do systému vstupuje signál $x(t) = 2 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$. Napište vztah pro signál $y(t)$ na výstupu.

$y(t) = 20 \cos(2000\pi t)$
 viz A

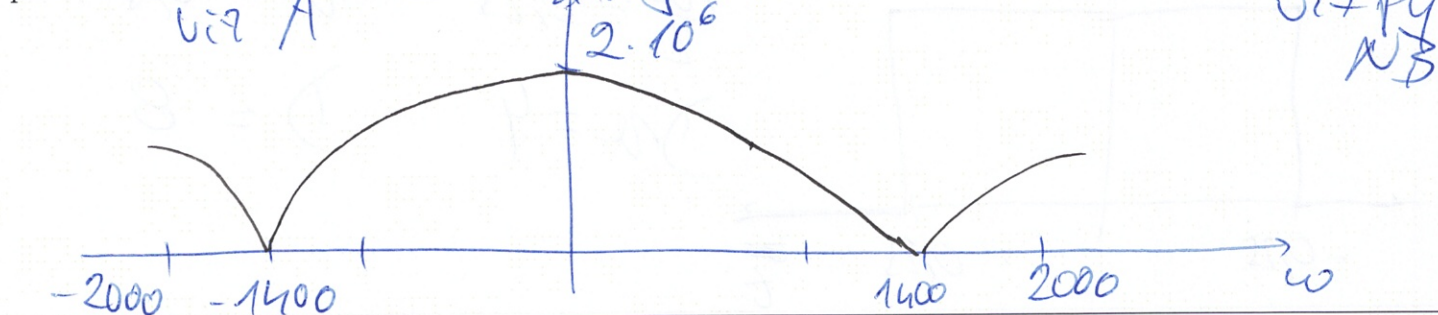
Příklad 16 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t - 5), \text{ kde } \delta(t) \text{ označuje Diracův impuls.}$$



Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zapsána pomocí nulových bodů

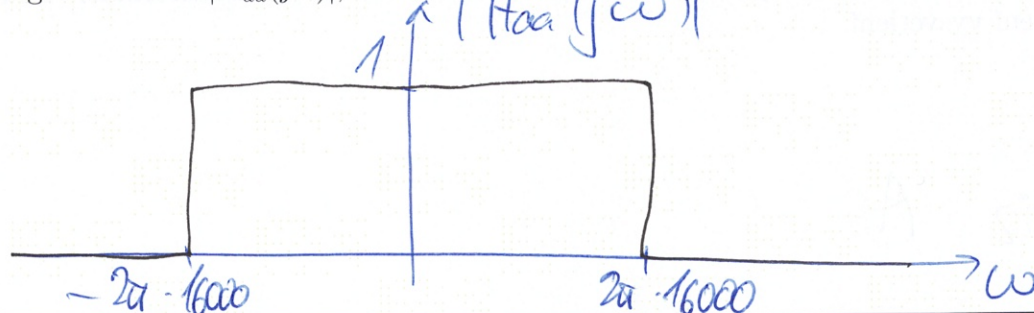
$H(s) = (s - j1400)(s - (-j1400))$. Nakreslete modulovou složku jeho frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro ω od -2000 rad do 2000 rad.



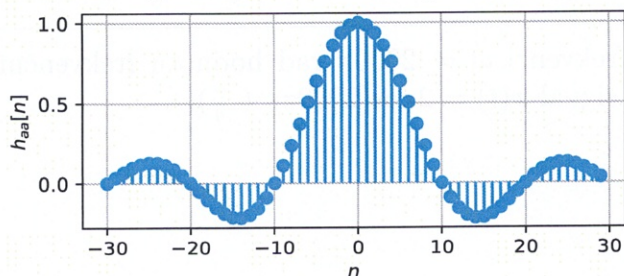
Příklad 18 Popište základní kroky numerického výpočtu koeficientů Fourierovy řady. Není třeba matematika nebo kód, stačí stručný textový popis v bodech. Omezující podmínky výpočtu nemusíte uvádět.

viz A

Příklad 19 Je dána vzorkovací frekvence $F_s = 32$ kHz. Nakreslete modul frekvenční charakteristiky anti-aliasingového filtru $|H_{aa}(j\omega)|$, na vodorovné ose nechte jsou kruhové frekvence v rad/s.



Příklad 20 Diskrétní signál převzorkováváme z vzorkovací frekvence $F_{s1} = 100$ kHz na vzorkovací frekvenci F_{s2} . Impulsní odezva použitého anti-aliasingového filtru je na obrázku. Jaká je hodnota F_{s2} ?



viz A

$$F_{s2} = 10 \text{ kHz}$$