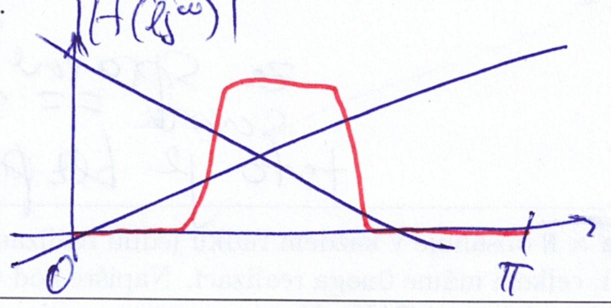
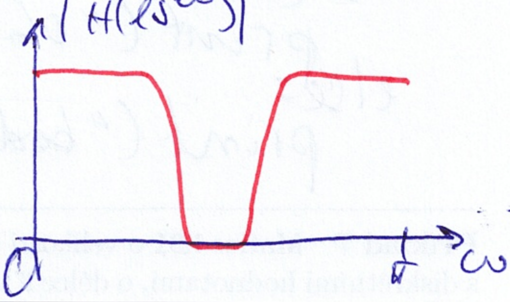
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 20.1.2025, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

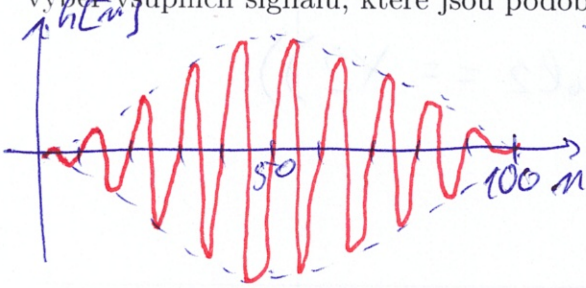
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete příklad modulu frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ číslicového filtru typu pásmová zádrž. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence.



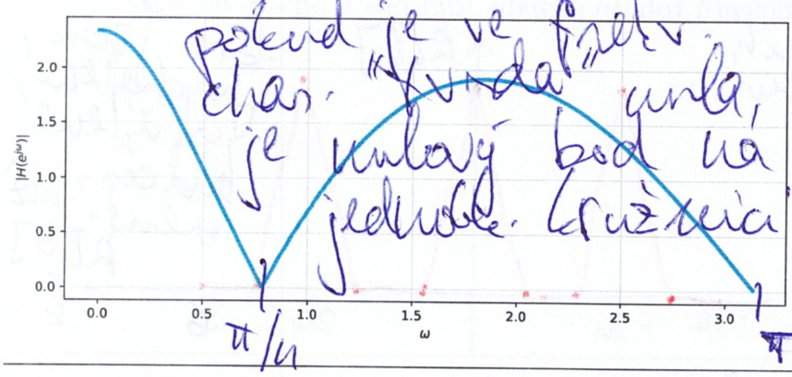


Příklad 2 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu pásmová propusť s maximem frekvenční charakteristiky na $\omega = \frac{2\pi}{10}$ rad. Její délka nechť je $N = 100$ vzorků. Pomůcka: principem filtrování je výběr vstupních signálů, které jsou podobné impulsní odezvě.

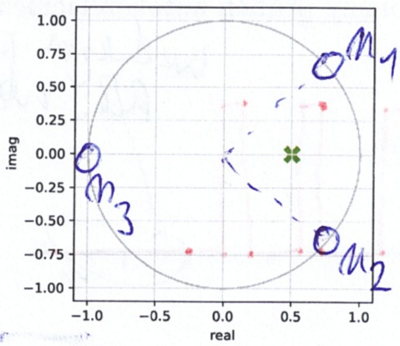


Imp. odezva musí být podobná period. signálu na $\omega = \frac{2\pi}{10}$, tedy s periodou $N_1 = 10$. Je dobré ji na krajích utlumit, ale není to 100% nutné!

Příklad 3 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru, jehož přenosová funkce má jeden pól a 3 nulové body. V z-rovině je znázorněn jen pól. Doplňte nulové body.



Pokud je ve char. H nula, je nulový bod na jednot. kružnici

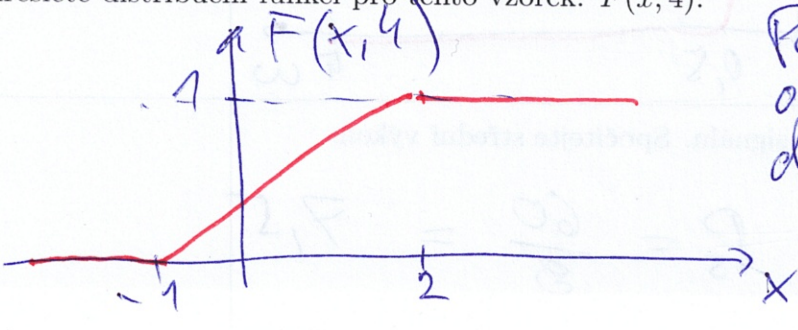


komplexně sdružený pár.

Příklad 4 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište všechny nenulové vzorky jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	2	3		
$x_2[n]$	1	0	3		
$y[n]$	1	2	6	6	9

Příklad 5 Hodnoty náhodného signálu $\xi(n)$ pro vzorek $n = 4$ jsou rovnoměrně rozděleny od -1 do 2. Nakreslete distribuční funkci pro tento vzorek: $F(x, 4)$.



Pokud jste považovali obor hodnot ξ za diskrétní a $F(x,4)$ jsou „schodečky", je to OK :)

Příklad 6 V poli `p` o velikosti `Np` jsou uloženy hodnoty funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o korektní PDF. Víte, že osa x byla vzorkována s rovnoměrným krokem, ten je v proměnné `Delta`.

```
suma = np.sum(p) * Delta
if (~~suma~~ isclose(suma, 1.0)):
    print("ok")
else:
    print("bad")
```

za správné bereme i suma == 1.0, ale toto je bezpečnější!

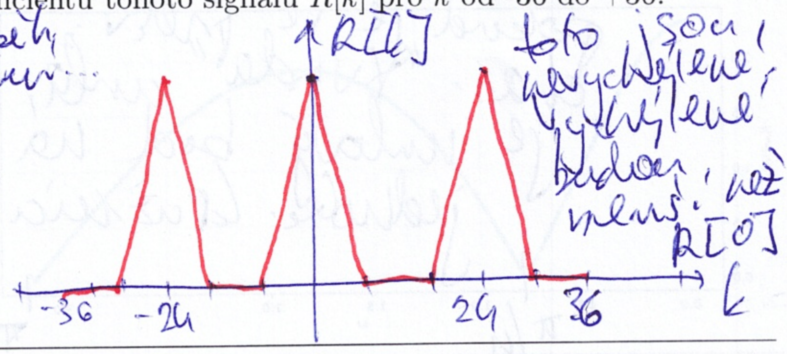
Příklad 7 Matice `KSI` o velikosti `Omega` × `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu s diskrétními hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro určení sdružené pravděpodobnosti $\mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2)$ že ve vzorku $n_1 = 5$ bude hodnota $X_1 = 17$ a ve vzorku $n_2 = 7$ bude hodnota $X_2 = 4$.

n1 = 5, X1 = 17, n2 = 7, X2 = 4

```
col1 = KSI[:, n1]
col2 = KSI[:, n2]
cnt = np.sum((col1 == X1) & (col2 == X2))
prob = cnt / Omega
```

Příklad 8 Náhodný signál $x[n]$ je týdenní záznam hodinové spotřeby elektřiny v továrně, která vyrábí denně od 08:00 do 16:00. Vzorkovací perioda je jedna hodina, takže záznam má 24 × 7 = 168 vzorků. Nakreslete přibližný průběh autokorelačních koeficientů tohoto signálu $R[k]$ pro k od -36 do +36.

weekend průběh R[k] nemění

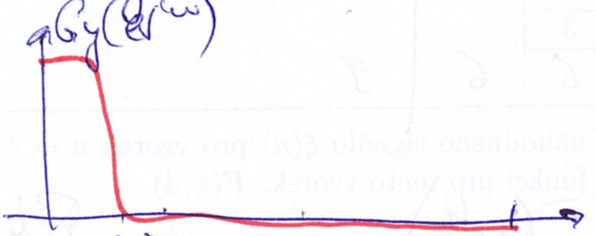


toto jsou vychýlené, vychýlené budou menší než R[0]

Příklad 9 Vstupem číslicového filtru je bílý šum. Filtr je typu dolní propusť s propustným pásmem do $\omega_p = 0.5$ rad. Nakreslete přibližně průběh spektrální hustoty výkonu (PSD) výstupního signálu. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence. Absolutní velikost PSD neřešte.

$G_y(e^{j\omega}) = G_x(e^{j\omega}) \cdot |H(e^{j\omega})|^2$

plochá PSD $G_x(e^{j\omega}) = 1$



Příklad 10 V tabulce je zadáno 8 vzorků signálu. Spočítejte střední výkon.

$P_s = \frac{1}{N} \sum x^2[n]$

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	2	3	-1	-2	-3	4	4
	1	4	9	1	4	9	16	16

$P_s = \frac{60}{8} = 7{,}5$

4

Příklad 11 Ternární signál nabývá se stejnou pravděpodobností $\frac{1}{3}$ hodnot -1, 0, +1. Signál je kvantován na 2 kvantovací hladiny, které jsou -0.5 a +0.5. Určete poměr signálu k šumu v deciBellech. Vztah co nejvíce zjednodušte, ale nemusíte dojít až k závěrečnému číslu.

užitečný: $P_s = \frac{1}{3}\cdot 1^2 + \frac{1}{3}\cdot 0^2 + \frac{1}{3}\cdot 1^2 = \frac{2}{3}$

chyba: $P_e = \frac{1}{3}(0,5)^2 + \frac{1}{3}(0,5)^2 + \frac{1}{3}(0,5)^2 = 0,25$

$SNR = 10 \log_{10} \frac{\frac{2}{3}}{0,25} = 10 \log_{10} \frac{2}{0,75}$

Příklad 12 Napište konvoluční jádro (masku) o rozměrech 3 × 3 pro zesílení šikmých hran v obrázku. Můžete si vybrat, zda "šikmá" znamená "z kopce" nebo "do kopce".

-2	-1	0
-1	0	1
0	1	2

nebo

0	-1	-2
1	0	-1
2	1	0

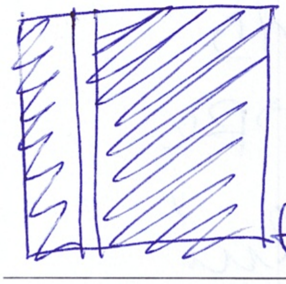
nebo podobné.

Příklad 13 Napište kód v C pro 2D konvoluci. Předpokládejte, že je obrázek v poli `x` o rozměrech `K` × `K` a konvoluční jádro (maska) v poli `h` o rozměrech `I` × `I`, kde `I` je liché. Výsledek nechť je v poli `y` o rozměrech `K` × `K`, které už je alokováno. Okraje obrázku řešte nejjednodušším možným způsobem.

```
for (k = I/2; k < K - I/2; k++)
for (l = I/2; l < K - I/2; l++) {
    acc = 0.0;
    for (m = 0; m < I; m++)
      for (n = 0; n < I; n++)
        acc += h[m,n] * x[k-m+I/2, l-n+I/2];
    y[k,l] = acc;
}
```

že i jinak...

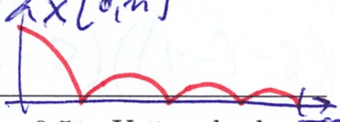
Příklad 14 Nakreslete a/nebo slovně popište, jak bude vypadat modul 2D-DFT $|X[m,n]|$ obrázku $x[k,l]$ o rozměrech 100 × 100. Obrázek je černý se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů. Černá je 0, bílá je 1. Na umístění pruhu výsledek nezáleží. Zabývejte se jen hodnotami pro $m, n \leq 50$.



jeden řádek

vodorovný obdélníkový impuls, takže 0. řádek matice bude kardinální sinus

$X[0,n]$



Svisle žádná změna, takže $X[m,n]$ pro $m > 0$ budou nulové

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ je klesající lineární funkce $x(t) = 1 - 0.5t$. Určete hodnotu $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-4)dt$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

Dirac "nasampluje" signál v čase, kde leží

$= 1 - 0,5 \cdot 4 = 1 - 2 = \underline{\underline{-1}}$

Příklad 16 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1\ \mu s$ a výšce $D = 5$. Perioda je $T_1 = 2\ \mu s$. Určete absolutní hodnoty uvedených koeficientů Fourierovy řady tohoto signálu. Pomůcka $\text{sinc}(\frac{\pi}{2})$=0.64, $\text{sinc}(\frac{3\pi}{2})$= -0.21.

$$c_i = \frac{D\vartheta}{T_1} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2} i\omega_1\right) = \frac{5\cdot \cancel{10^{-6}}}{2\cdot \cancel{10^{-6}}} \text{sinc}\left(0{,}5\cdot \cancel{10^{-6}}\cdot i \cdot \frac{2\pi}{2\cdot \cancel{10^{-6}}}\right) = 2{,}5\,\text{sinc}\left(i\frac{\pi}{2}\right)$$

$2{,}5\cdot 1$ $\quad 2{,}5\cdot 0{,}6$

$|c_0| =$ 2,5 , $|c_1| =$ 1,5 , $|c_2| =$ 0 , $|c_3| =$ $|-2{,}5\cdot 0{,}2| = 0{,}5$

Příklad 17 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce zpožděného signálu $y(t) = x(t-2)$.

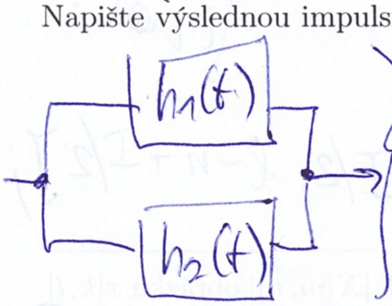
$Y(j\omega) = X(j\omega)\cdot e^{-j\omega\tau}$ ← červené je změna argumentu.

$\arg Y(j\omega) =$ .... $\arg X(j\omega) - 2\omega$

Příklad 18 Systémy se spojitým časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro} \quad 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2(t) = \begin{cases} -1+t & \text{pro} \quad 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, a komentujte výsledek.



celková imp. odezva je $h(t) = h_1(t) + h_2(t)$

$h(t) = \cancel{1} \cancel{-t} + \cancel{(-1)} \cancel{+t} = 0$

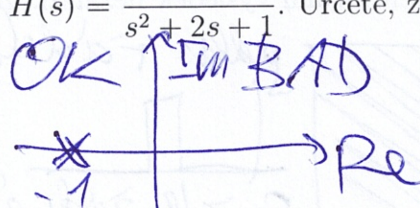
Systém nebude propouštět nic.

Příklad 19 Systém se spojitým časem má přenosovou funkci $H(s) = \dfrac{1}{s^2+2s+1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

faktorizace jmenovatele

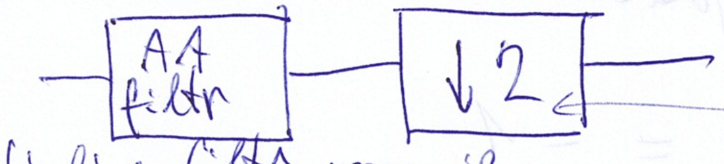
$s^2+2s+1 = (s+1)(s+1) =$

$(s-(-1))(s-(-1))$



dvojitý pól v $-1 \Rightarrow$ stabilní

Příklad 20 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 100$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 50$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.



výběr každého druhého vzorku

antialias filtr pracuje na 100kHz, Dolní propust s mezní frekvencí $\frac{F_{s2}}{2} = 25$kHz

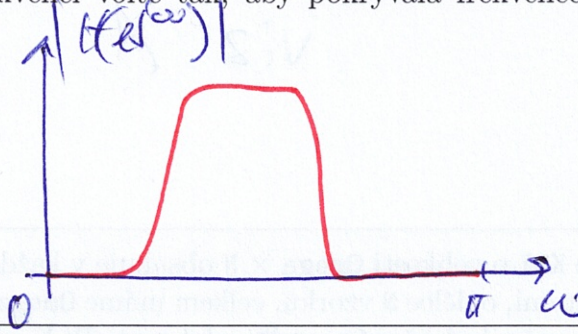
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 20.1.2025, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: Ref

(prosím čitelně!)

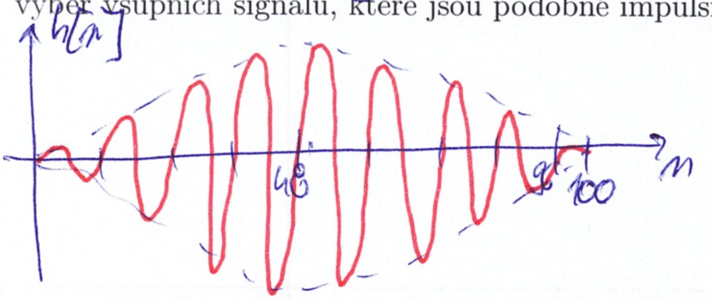
Příklad 1 Nakreslete příklad modulu frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ číslicového filtru typu pásmová propusť. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence.

~~viz A~~

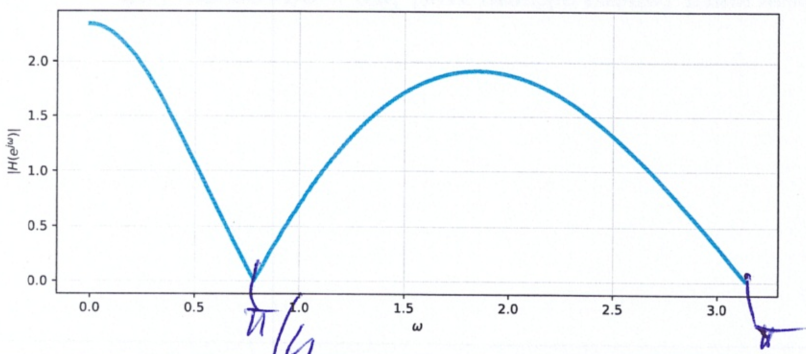


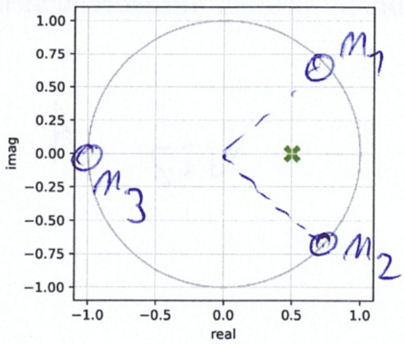
Příklad 2 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu pásmová propusť s maximem frekvenční charakteristiky na $\omega = \frac{2\pi}{12}$ rad. Její délka nechť je $N = 100$ vzorků. Pomůcka: principem filtrování je výběr vstupních signálů, které jsou podobné impulsní odezvě.

viz A příklad $N_1 = 12$ vzorků



Příklad 3 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru, jehož přenosová funkce má jeden pól a 3 nulové body. V z-rovině je znázorněn jen pól. Doplňte nulové body.



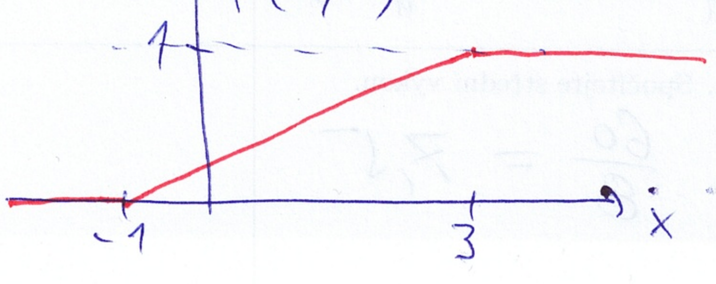


viz A

Příklad 4 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište všechny nenulové vzorky jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	2	3		
$x_2[n]$	1	0	-1		
$y[n]$	1	2	2	-2	-3

Příklad 5 Hodnoty náhodného signálu $\xi(n)$ pro vzorek $n = 4$ jsou rovnoměrně rozděleny od -1 do 3. Nakreslete distribuční funkci pro tento vzorek: $F(x, 4)$.



viz A

Příklad 6 V poli p o velikosti Np jsou uloženy hodnoty funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o korektní PDF. Víte, že osa x byla vzorkována s rovnoměrným krokem, ten je v proměnné Delta.

viz A

Příklad 7 Matice KSI o velikosti Omega × N obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu s diskrétními hodnotami, o délce N vzorků, celkem máme Omega realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro určení sdružené pravděpodobnosti $\mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2)$ že ve vzorku $n_1 = 6$ bude hodnota $X_1 = 2$ a ve vzorku $n_2 = 69$ bude hodnota $X_2 = 4$.

n1 = 6; x1 = 2; n2 = 69; x2 = 4

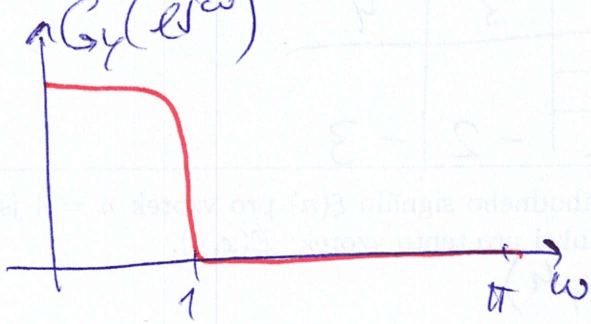
viz A

Příklad 8 Náhodný signál $x[n]$ je týdenní záznam hodinové spotřeby elektřiny v továrně, která vyrábí denně od 08:00 do 16:00. Vzorkovací perioda je jedna hodina, takže záznam má 24 × 7 = 168 vzorků. Nakreslete přibližný průběh autokorelačních koeficientů tohoto signálu $R[k]$ pro k od -36 do +36.

viz A

Příklad 9 Vstupem číslisového filtru je bílý šum. Filtr je typu dolní propusť s propustným pásmem do $\omega_p = 1$ rad. Nakreslete přibližně průběh spektrální hustoty výkonu (PSD) výstupního signálu. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence. Absolutní velikost PSD neřešte.

viz A



Příklad 10 V tabulce je zadáno 8 vzorků signálu. Spočítejte střední výkon.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	2	3	1	-2	-3	4	4
	1	4	9	1	4	9	16	16

$P_s = \frac{60}{8} = 7{,}5$

B

Příklad 11 Ternární signál nabývá se stejnou pravděpodobností $\frac{1}{3}$ hodnot -1, 0, +1. Signál je kvantován na 2 kvantovací hladiny, které jsou -0.5 a +0.5. Určete poměr signálu k šumu v deciBellech. Vztah co nejvíce zjednodušte, ale nemusíte dojít až k závěrečnému číslu.

viz A

Příklad 12 Napište konvoluční jádro (masku) o rozměrech 3 × 3 pro zesílení šikmých hran v obrázku. Můžete si vybrat, zda "šikmá" znamená "z kopce" nebo "do kopce".

viz A

Příklad 13 Napište kód v C pro 2D konvoluci. Předpokládejte, že je obrázek v poli `x` o rozměrech `K` × `K` a konvoluční jádro (maska) v poli `h` o rozměrech `I` × `I`, kde `I` je liché. Výsledek nechť je v poli `y` o rozměrech `K` × `K`, které už je alokováno. Okraje obrázku řešte nejjednodušším možným způsobem.

viz A

Příklad 14 Nakreslete a/nebo slovně popište, jak bude vypadat modul 2D-DFT $|X[m,n]|$ obrázku $x[k,l]$ o rozměrech 100 × 100. Obrázek je černý se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů. Černá je 0, bílá je 1. Na umístění pruhu výsledek nezáleží. Zabývejte se jen hodnotami pro $m, n \leq 50$.

viz A

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ je klesající lineární funkce $x(t) = 1 - 0.5t$. Určete hodnotu $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-3)dt$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

viz A $= 1 - 0{,}5 \cdot 3 = \underline{\underline{-0{,}5}}$

Příklad 16 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1\ \mu s$ a výšce $D = 5$. Perioda je $T_1 = 2\ \mu s$. Určete absolutní hodnoty uvedených koeficientů Fourierovy řady tohoto signálu. Pomůcka sinc($\frac{\pi}{2}$)=0.64, sinc($\frac{3\pi}{2}$)= -0.21.

viz A

$|c_0| =$, $|c_1| =$, $|c_2| =$, $|c_3| =$

Příklad 17 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce zpožděného signálu $y(t) = x(t - 0.5)$.

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ $\arg X(j\omega) - 0{,}5\omega$

Příklad 18 Systémy se spojitým časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

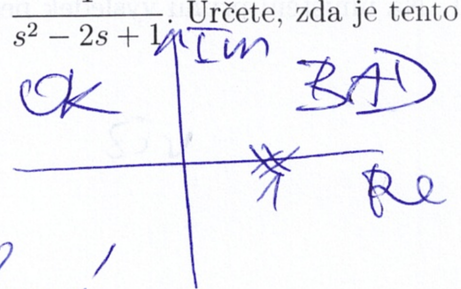
$$h_1(t) = \begin{cases} 1 - t & \text{pro} \quad 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2(t) = \begin{cases} -1 + t & \text{pro} \quad 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, a komentujte výsledek.

viz A

Příklad 19 Systém se spojitým časem má přenosovou funkci $H(s) = \dfrac{1}{s^2 - 2s + 1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

viz A

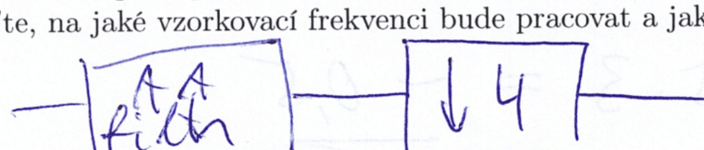


$s^2 - 2s + 1 = (s-1)(s-1)$

dvojitý pól v $+1 \Rightarrow$ nestabilní

Příklad 20 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 100$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 25$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.

viz A



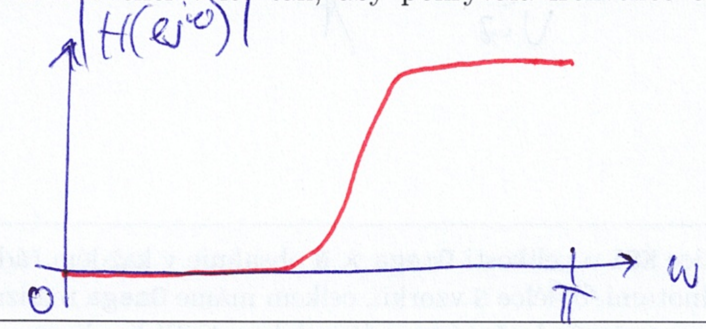
mezní frekvence $\frac{F_{s2}}{2} = 12{,}5$ kHz

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 20.1.2025, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: Ref
(prosím čitelně!)

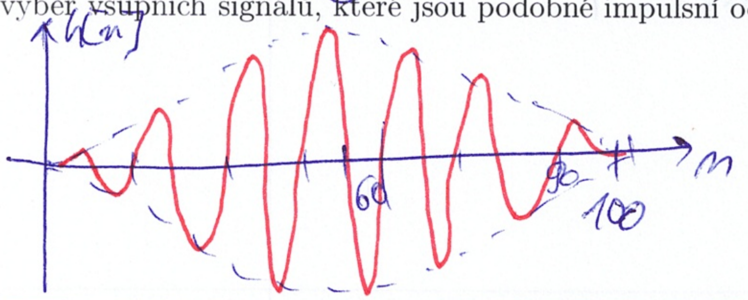
Příklad 1 Nakreslete příklad modulu frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ číslicového filtru typu horní propusť. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence.

viz



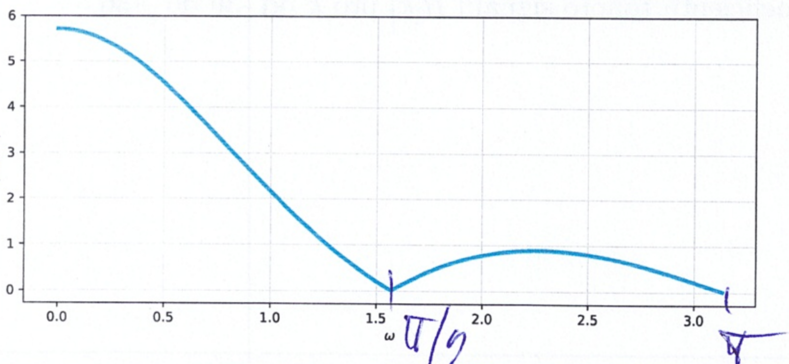
Příklad 2 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu pásmová propusť s maximem frekvenční charakteristiky na $\omega = \frac{2\pi}{15}$ rad. Její délka nechť je $N = 100$ vzorků. Pomůcka: principem filtrování je výběr vsupních signálů, které jsou podobné impulsní odezvě.

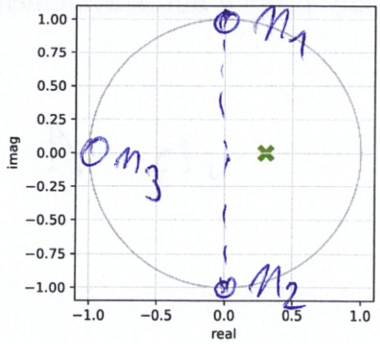
viz A, příklad $N_1 = 15$ vzorků



Příklad 3 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru, jehož přenosová funkce má jeden pól a 3 nulové body. V z-rovině je znázorněn jen pól. Doplňte nulové body.

viz A

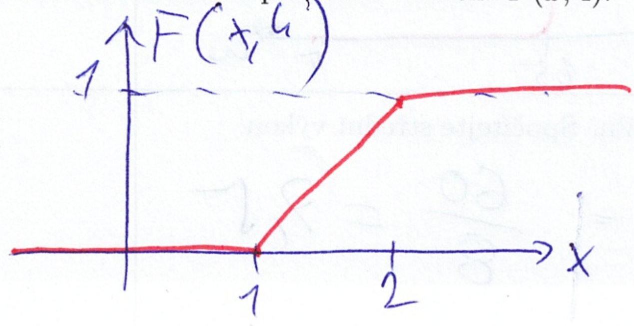




Příklad 4 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište všechny nenulové vzorky jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	2	3		
$x_2[n]$	1	0	-2		
$y[n]$	1	2	1	-4	-6

Příklad 5 Hodnoty náhodného signálu $\xi(n)$ pro vzorek $n = 4$ jsou rovnoměrně rozděleny od 1 do 2. Nakreslete distribuční funkci pro tento vzorek: $F(x, 4)$.



viz A

Příklad 6 V poli `p` o velikosti `Np` jsou uloženy hodnoty funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o korektní PDF. Víte, že osa x byla vzorkována s rovnoměrným krokem, ten je v proměnné `Delta`.

viz A

Příklad 7 Matice `KSI` o velikosti `Omega` × `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu s diskrétními hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro určení sdružené pravděpodobnosti $\mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2)$ že ve vzorku $n_1 = 8$ bude hodnota $X_1 = 4$ **a** ve vzorku $n_2 = 51$ bude hodnota $X_2 = 4$.

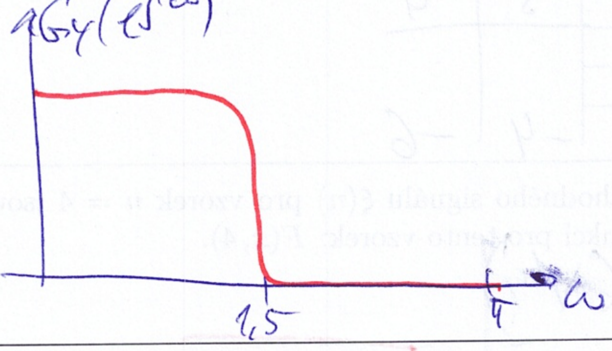
n1 = 8; X1 = 4; n2 = 51; X2 = 4

viz A

Příklad 8 Náhodný signál $x[n]$ je týdenní záznam hodinové spotřeby elektřiny v továrně, která vyrábí denně od 08:00 do 16:00. Vzorkovací perioda je jedna hodina, takže záznam má 24 × 7 = 168 vzorků. Nakreslete přibližný průběh autokorelačních koeficientů tohoto signálu $R[k]$ pro k od -36 do +36.

viz A

Příklad 9 Vstupem číslisového filtru je bílý šum. Filtr je typu dolní propusť s propustným pásmem do $\omega_p = 1.5$ rad. Nakreslete přibližně průběh spektrální hustoty výkonu (PSD) výstupního signálu. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence. Absolutní velikost PSD neřešte.



Příklad 10 V tabulce je zadáno 8 vzorků signálu. Spočítejte střední výkon.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	2	3	1	2	-3	4	4
	1	4	9	1	4	9	16	16

$$P_s = \frac{60}{8} = 7{,}5$$

C

Příklad 11 Ternární signál nabývá se stejnou pravděpodobností $\frac{1}{3}$ hodnot -1, 0, +1. Signál je kvantován na 2 kvantovací hladiny, které jsou -0.5 a +0.5. Určete poměr signálu k šumu v deciBellech. Vztah co nejvíce zjednodušte, ale nemusíte dojít až k závěrečnému číslu.

viz A

Příklad 12 Napište konvoluční jádro (masku) o rozměrech 3 × 3 pro zesílení šikmých hran v obrázku. Můžete si vybrat, zda "šikmá" znamená "z kopce" nebo "do kopce".

viz A

Příklad 13 Napište kód v C pro 2D konvoluci. Předpokládejte, že je obrázek v poli `x` o rozměrech `K` × `K` a konvoluční jádro (maska) v poli `h` o rozměrech `I` × `I`, kde `I` je liché. Výsledek nechť je v poli `y` o rozměrech `K` × `K`, které už je alokováno. Okraje obrázku řešte nejjednodušším možným způsobem.

viz A

Příklad 14 Nakreslete a/nebo slovně popište, jak bude vypadat modul 2D-DFT $|X[m,n]|$ obrázku $x[k,l]$ o rozměrech 100 × 100. Obrázek je černý se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů. Černá je 0, bílá je 1. Na umístění pruhu výsledek nezáleží. Zabývejte se jen hodnotami pro $m, n \leq 50$.

viz A

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ je klesající lineární funkce $x(t) = 1 - 0.5t$. Určete hodnotu $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-2)dt$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

viz A

$= 1 - 0{,}5 \cdot 2 = \underline{\underline{0}}$

Příklad 16 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1\ \mu s$ a výšce $D = 5$. Perioda je $T_1 = 2\ \mu s$. Určete absolutní hodnoty uvedených koeficientů Fourierovy řady tohoto signálu. Pomůcka $\mathrm{sinc}(\frac{\pi}{2})$=0.64, $\mathrm{sinc}(\frac{3\pi}{2})$= -0.21.

viz A

$|c_0| =$, $|c_1| =$, $|c_2| =$, $|c_3| =$

Příklad 17 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce zpožděného signálu $y(t) = x(t - 0.3)$.

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ $\arg X(j\omega) - 0{,}3\,\omega$

Příklad 18 Systémy se spojitým časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

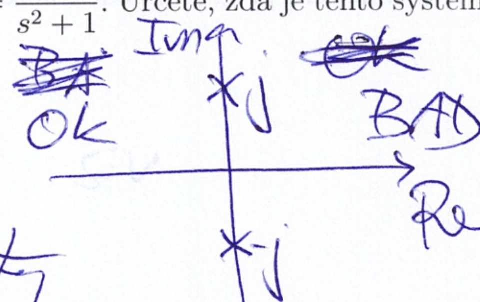
$$h_1(t) = \begin{cases} 1 - t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2(t) = \begin{cases} -1 + t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, a komentujte výsledek.

viz A

Příklad 19 Systém se spojitým časem má přenosovou funkci $H(s) = \frac{1}{s^2+1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

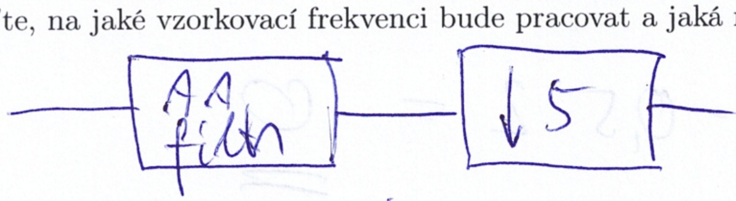
viz A



$s^2 + 1 = (s+j)(s-j)$

póly v $\pm j$ ⇒ na mezi stability

Příklad 20 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 100$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 20$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.



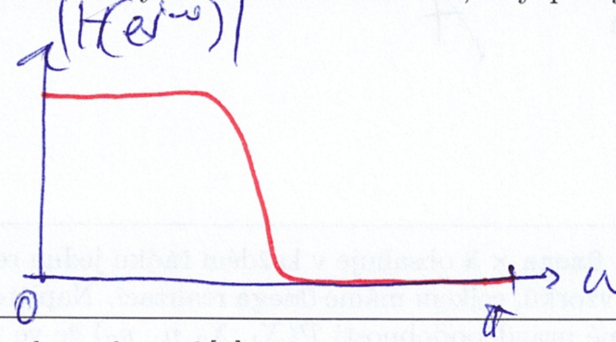
viz A

mezní frekv $\frac{F_{s2}}{2} = 10$ kHz

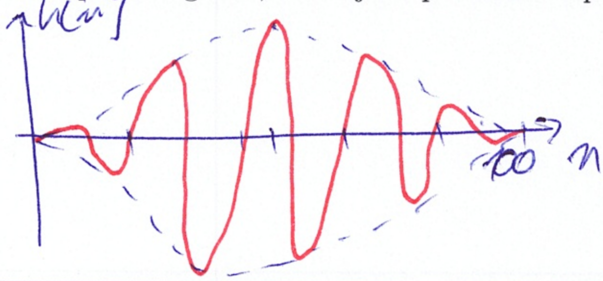
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 20.1.2025, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: Ref
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete příklad modulu frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ číslicového filtru typu dolní propusť. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence.



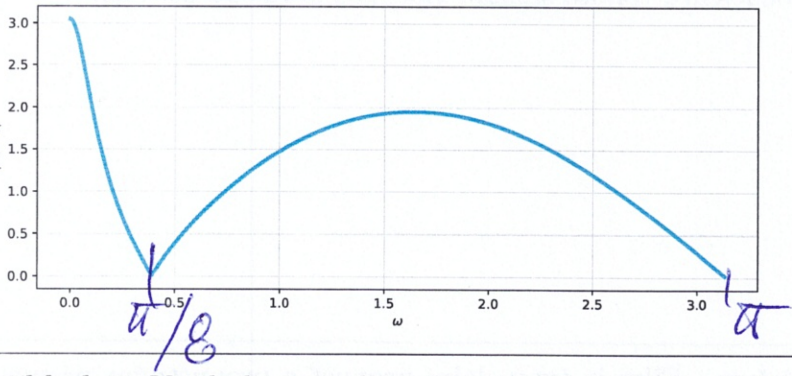
Příklad 2 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu pásmová propusť s maximem frekvenční charakteristiky na $\omega = \frac{2\pi}{20}$ rad. Její délka nechť je $N = 100$ vzorků. Pomůcka: principem filtrování je výběr vstupních signálů, které jsou podobné impulsní odezvě.

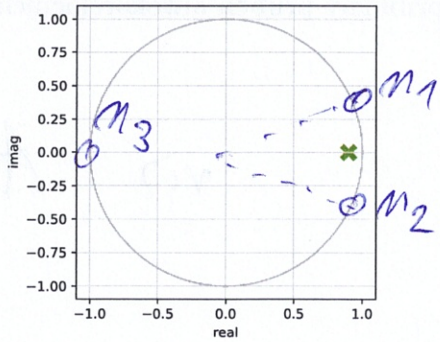


viz A perioda N_1 = 20 vzorků

Příklad 3 Na obrázku je modul frekvenční charakteristiky číslicového filtru, jehož přenosová funkce má jeden pól a 3 nulové body. V z-rovině je znázorněn jen pól. Doplňte nulové body.

viz A

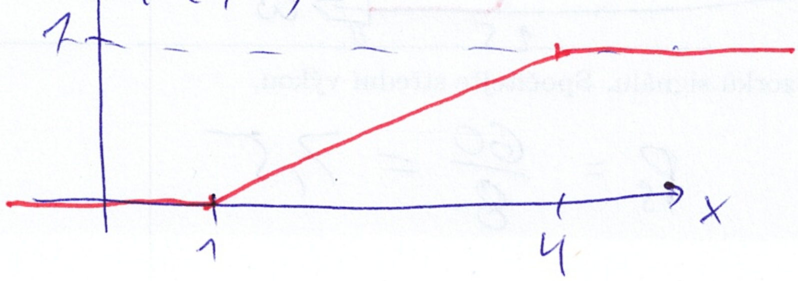




Příklad 4 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 3$. Vypočtěte a zapište všechny nenulové vzorky jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$. Pozor, tabulku budete možná muset rozšířit.

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	2	3		
$x_2[n]$	1	0	2		
$y[n]$	1	2	5	4	6

Příklad 5 Hodnoty náhodného signálu $\xi(n)$ pro vzorek $n = 4$ jsou rovnoměrně rozděleny od 1 do 4. Nakreslete distribuční funkci pro tento vzorek: $F(x, 4)$.



viz A

Příklad 6 V poli `p` o velikosti `Np` jsou uloženy hodnoty funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x,n)$. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o korektní PDF. Víte, že osa x byla vzorkována s rovnoměrným krokem, ten je v proměnné `Delta`.

viz A

Příklad 7 Matice `KSI` o velikosti `Omega` $\times$ `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu s diskrétními hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro určení sdružené pravděpodobnosti $\mathcal{P}(X_1, X_2, n_1, n_2)$ že ve vzorku $n_1 = 20$ bude hodnota $X_1 = 12$ **a** ve vzorku $n_2 = 77$ bude hodnota $X_2 = 4$.

n1 = 20; X1 = 12; n2 = 77; X2 = 4

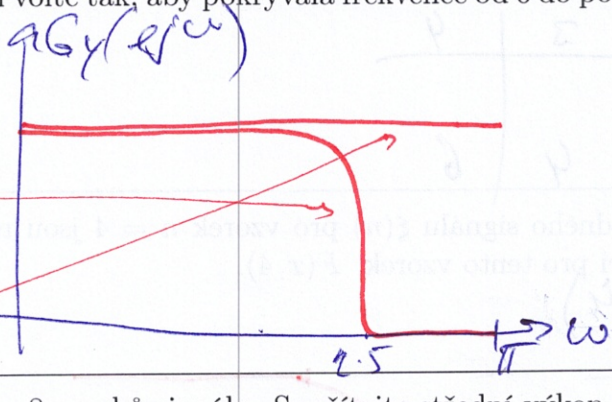
viz A

Příklad 8 Náhodný signál $x[n]$ je týdenní záznam hodinové spotřeby elektřiny v továrně, která vyrábí denně od 08:00 do 16:00. Vzorkovací perioda je jedna hodina, takže záznam má $24 \times 7 = 168$ vzorků. Nakreslete přibližný průběh autokorelačních koeficientů tohoto signálu $R[k]$ pro k od -36 do +36.

viz A

Příklad 9 Vstupem číslicového filtru je bílý šum. Filtr je typu dolní propust s propustným pásmem do $\omega_p = 25$ rad. Nakreslete přibližně průběh spektrální hustoty výkonu (PSD) výstupního signálu. Osu normovaných kruhových frekvencí volte tak, aby pokrývala frekvence od 0 do poloviny vzorkovací frekvence. Absolutní velikost PSD neřešte.

chyba :(Mělo být 2.5 rad bereme výsledky do 2.5 i all-pass



Příklad 10 V tabulce je zadáno 8 vzorků signálu. Spočítejte střední výkon.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	1	2	3	1	2	3	-4	4
	1	4	9	1	4	9	16	16

$P_s = \frac{60}{8} = 7{,}5$

Příklad 11 Ternární signál nabývá se stejnou pravděpodobností $\frac{1}{3}$ hodnot -1, 0, +1. Signál je kvantován na 2 kvantovací hladiny, které jsou -0.5 a +0.5. Určete poměr signálu k šumu v deciBellech. Vztah co nejvíce zjednodušte, ale nemusíte dojít až k závěrečnému číslu.

viz A

Příklad 12 Napište konvoluční jádro (masku) o rozměrech 3 × 3 pro zesílení šikmých hran v obrázku. Můžete si vybrat, zda "šikmá" znamená "z kopce" nebo "do kopce".

viz A

Příklad 13 Napište kód v C pro 2D konvoluci. Předpokládejte, že je obrázek v poli `x` o rozměrech `K` × `K` a konvoluční jádro (maska) v poli `h` o rozměrech `I` × `I`, kde `I` je liché. Výsledek nechť je v poli `y` o rozměrech `K` × `K`, které už je alokováno. Okraje obrázku řešte nejjednodušším možným způsobem.

viz A

Příklad 14 Nakreslete a/nebo slovně popište, jak bude vypadat modul 2D-DFT $|X[m,n]|$ obrázku $x[k,l]$ o rozměrech 100 × 100. Obrázek je černý se svislým bílým pruhem širokým 10 pixelů. Černá je 0, bílá je 1. Na umístění pruhu výsledek nezáleží. Zabývejte se jen hodnotami pro $m, n \leq 50$.

viz A

Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ je klesající lineární funkce $x(t) = 1 - 0.5t$. Určete hodnotu $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-1)dt$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

viz A $= 1 - 0{,}5 \cdot 1 = \underline{\underline{0{,}5}}$

Příklad 16 Periodický signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1\ \mu s$ a výšce $D = 5$. Perioda je $T_1 = 2\ \mu s$. Určete absolutní hodnoty uvedených koeficientů Fourierovy řady tohoto signálu. Pomůcka sinc($\frac{\pi}{2}$)=0.64, sinc($\frac{3\pi}{2}$)= -0.21.

viz A

$|c_0| =$, $|c_1| =$, $|c_2| =$, $|c_3| =$

Příklad 17 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce zpožděného signálu $y(t) = x(t - 0.1)$.

viz A

$\arg Y(j\omega) =$ .... $\arg X(j\omega) - 0{,}1\,\omega$

Příklad 18 Systémy se spojitým časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

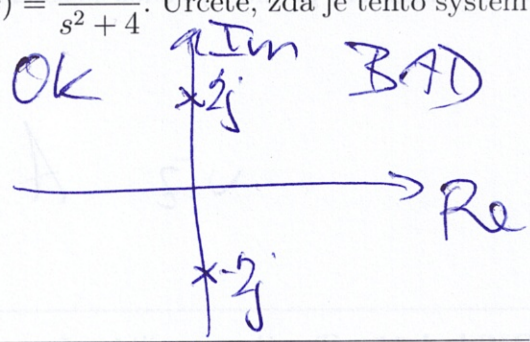
$$h_1(t) = \begin{cases} 1 - t & \text{pro} \quad 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2(t) = \begin{cases} -1 + t & \text{pro} \quad 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, a komentujte výsledek.

viz A

Příklad 19 Systém se spojitým časem má přenosovou funkci $H(s) = \dfrac{1}{s^2+4}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

viz A



$s^2 + 4 = (s + 2j)(s - 2j)$

póly v $\pm 2j \Rightarrow$ na mezi stability

Příklad 20 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 100$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 10$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.

viz A

mezní frekv $\dfrac{F_{s2}}{2} = 5$ kHz