Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 29.1.2025, skupina A REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)

Příklad 1 Číslicový filtr je zadán následujícím kódem v jazyce C. Napište diferenční rovnici tohoto filtru.

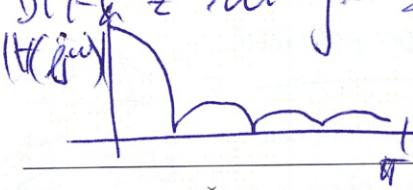
```
float filter(float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0, yn1 = 0.0, yn2 = 0.0;
  yn = xn + 0.5 * xn1 + 0.25 * xn2 - 0.16 * yn1 + 0.24 * yn2;
  xn2 = xn1; xn1 = xn; yn2 = yn1; yn1 = yn;
  return yn;
}
```

← toto je dif. rovnice.

$y[n] =$ $x[n] + 0{,}5\,x[n-1] + 0{,}25\,x[n-2] - 0{,}16\,y[n-1] + 0{,}24\,y[n-2]$

Příklad 2 Číslicový filtr FIR má impulsní odezvu: $h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq n < 5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete a zdůvodněte (jakýmkoliv způsobem), o jaký typ filtru se jedná (dolní propust, horní propust, pásmová propust, pásmová zádrž) atd.

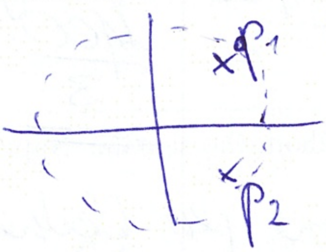
možnost 1:
imp. odezva je obdélník, DTFT z ní je sinc



tedy dolní propust

možnost 2
filtr průměruje, výsledný signál bude hladší, nízké frekvence ano, vysoké ne ⇒ dolní propust

Příklad 3 Číslicový filtr IIR typu pásmová propusť má pár pólů: $p_1 = 0.63 + j0.63$, $p_2 = 0.63 - j0.63$. Určete jeho rezonanční frekvenci (frekvenci, kde má jeho frekvenční charakteristika největší absolutní hodnotu) ω_{max} v radiánech.



rez. frekvence bude v bodě, kdy je $e^{j\omega}$ nejblíže k pólu, tedy přesně v $\omega = \arg(p_1) = -\arg(p_2)$

$\omega_{max} = \frac{\pi}{4}$ rad

Příklad 4 Určete, zda je číslicový filtr FIR ~~s diferenční rovnicí $y[n] = x[n]$~~ $- 2\,x[n-1] - x[n-2]$ stabilní.

FIR je vždy stabilní

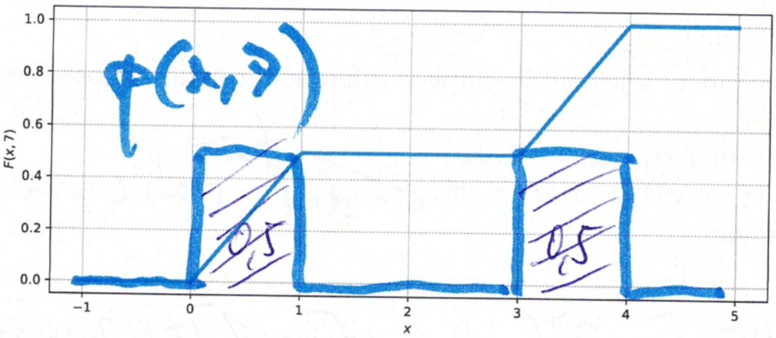
Příklad 5 Matice `KSI` o velikosti `Omega` × `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu se spojitými hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$ pro $n = 5$. Použití funkce `hist` je zakázáno, pokud ji budete potřebovat, musíte ji implementovat ručně.

```
data = ~~Omega~~ KSI[:, 5]
x = linspace(min(data), max(data), 50)
Delta = x[1] - x[0]
for i in range(50):
  p[i] = sum((data > x[i]) & (data < x[i+1]))
```

~~p = p / Delta~~

p = p / Omega / Delta

Příklad 6 Na obrázku je distribuční funkce $F(x,7)$. Do stejného obrázku nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x,7)$. Dejte pozor na hodnoty na vertikální ose. Doporučuji provést kontrolu, zda se jedná o správnou PDF.



$$p(x,n) = \frac{\partial F(x,n)}{\partial x}$$

(derivace)

$0{,}5 + 0{,}5 = 1$

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte ji na sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Hodnoty můžete psát do stejné tabulky.

$\Delta = 10$

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000 $\frac{10}{4000}$
[0, 10]	0	500 $\frac{5}{4000}$	0	0
[-10, 0]	0	0	500 $\frac{5}{4000}$	0
[-20, -10]	2000 $\frac{20}{4000}$	0	0	0

↳ odhad $= \frac{\text{count}}{\Omega \Delta^2} = \frac{\text{count}}{4000 \cdot 100}$

kontrola: $\iint p(x_1, x_2, n_1, n_2)\,dx_1\,dx_2 = 1$ $\quad \frac{20 \cdot 100 + 5 \cdot 100 + 5 \cdot 100 + 10 \cdot 100}{4000} = 1$ ok.

Příklad 8 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti
$p(x) = \begin{cases} 0.05 & \text{pro } 0 \le x \le 20 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete jakýmkoliv způsobem střední výkon tohoto signálu.

viz B

$p(x)$, $\Delta/2$, Δ, x

možnost ①: výkon centrovaného signálu + výkon s.s. signálu

$P_s = \frac{\Delta^2}{12} + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 = \frac{\Delta^2}{12} + \frac{\Delta^2}{4} = \frac{\Delta^2 + 3\Delta^2}{12} = \frac{4\Delta^2}{12} = \frac{\Delta^2}{3} = \frac{400}{3}$

Příklad 9 Vektor `x` o `N` vzorcích obsahuje jednu realizaci ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o bílý šum.

```
R = correlate(x, range(N)) # chceme jen kladná n
if((!isclose(R[0], 0.0) & isclose(R[1:], 0.0)):
    print("white")
else:
    print("not white")
```

Příklad 10 Při kvantování na $b = 5$ bitech je kvantovací šum $SNR = 31.76$ dB. Napište, jak se SNR změní, pokud bude pro kvantování k disposici o jeden bit méně, tedy $b - 1$.

ubrání 1 bitu zhorší (sníží) SNR o 6dB

SNR = 25.76 dB

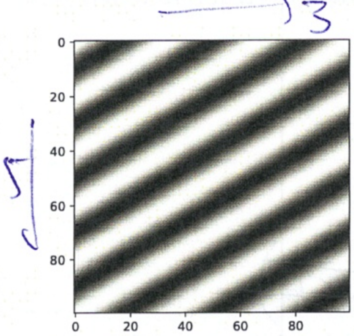
Příklad 11 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad spektrální hustoty výkonu (PSD) pomocí Welchovy metody. Rozdělení signálu na segmenty již proběhlo, máte je k disposici v řádcích matice `X` o rozměrech `Ncnt=100` × `Nseglen=100`. PSD očekáváme odhadnutou na `Npsd=256` normovaných kruhových frekvencích od 0 do π rad.

```
PSDbig = zeros(Ncnt,256)
for seg in X:
    spec = fft(pad(seg, 512, 0.0))      # doplnění nula
    PSDbig[i,:] = spec[0:255] * conj(spec[0:255])     # |X|^2
psd = mean(PSDbig, axis=0)     # průměrování
```

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má rozměry 100×100. Napište libovolným zpusobem (slovně, rovnice, kód), jak zvýšíme jeho jas.

$y[k,l] = x[k,l] + \text{konst.}$

Příklad 13 Na obrázku o rozměrech 100×100 odpovídá černá hodnotě 0, bílá +1. Určete, které koeficienty jeho 2D-DFT $X[m,n]$ budou nenulové. Uvažujte pouze koeficienty pro $m, n < 50$. Pokud má obrázek nenulovou stejnosměrnou složku, nezpomeňte na odpovídající koeficient.

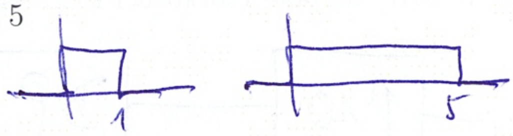


$X[0,0]$

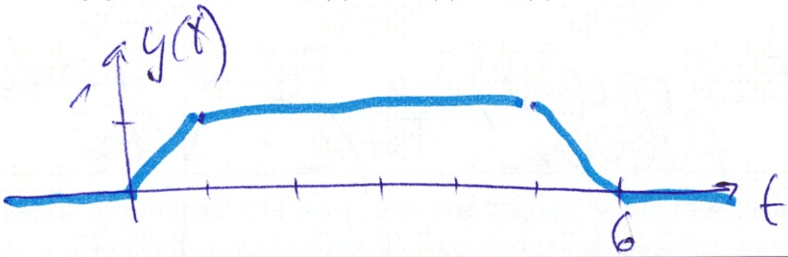
$X[5,3]$

Příklad 14 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



Příklad 15 Systémy s diskrétním časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1[n] = \begin{cases} 5-n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2[n] = \begin{cases} -5+n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

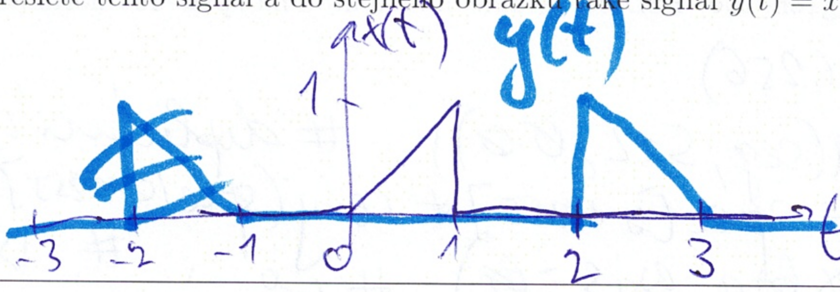
Napište výslednou impulsní odezvu $h[n]$, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, komentujte.

$h[n] = h_1[n] + h_2[n] = 0$ pro všechna n

Systémem neprojde nic

Příklad 16 Signál se spojitým časem je definován $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku také signál $y(t) = x(-t+3)$.



Příklad 17 Do systému se spojitým časem s modulovou frekvenční charakteristikou $|H(j\omega)| = \begin{cases} 5 & \text{pro } -2000\pi \leq \omega \leq +2000\pi \text{ rad} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ vstupuje signál $x(t) = \cos(500\pi t) + \cos(3000\pi t)$.

Napište vztah pro signál na výstupu. Argumenty (fáze) neřešte.

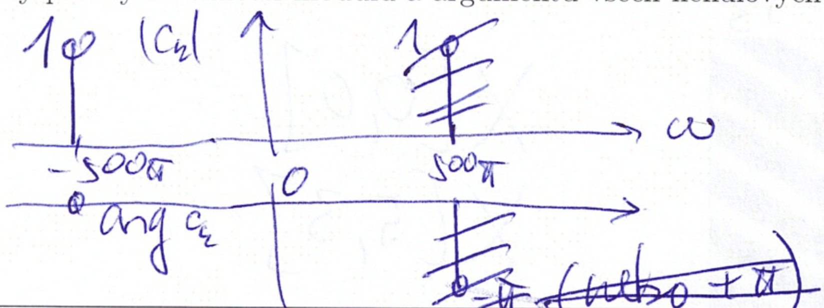
projde neprojde

$y = 5\cos(500\pi t)$

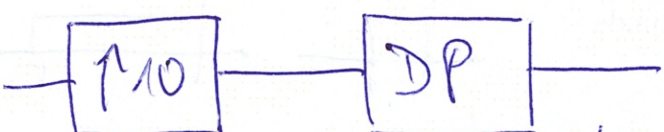
Příklad 18 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála: $x(t) = e^{-j500\pi t}$.

Nakreslete jeho spektrum, tedy polohy a velikosti modulů a argumentů všech nenulových koeficientů jeho Fourierovy řady.

pro komplex. exp je pouze jeden koef. FŘ.



Příklad 19 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 10$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 100$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nějaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.

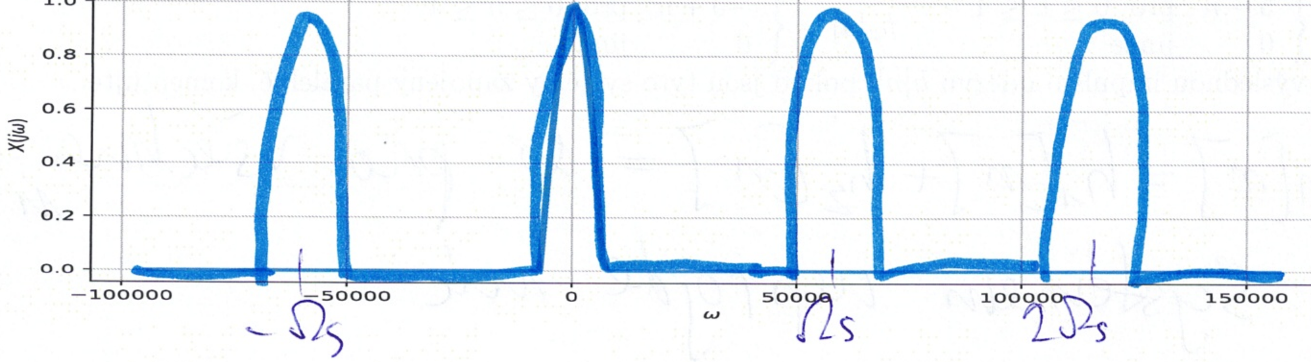


doplnění 9ti nulových vzorků

dolní propust na F_{s2} s mezní frekvencí $F_{s1}/2 = 5$ kHz

Příklad 20 Na obrázku je spektrální funkce signálu se spojitým časem (osa je v kruhových frekvencích v rad/s). Do stejného obrázku nakreslete spektrální funkci téhož signálu navzorkovaného na $F_s = 10$ kHz. Velikost spektrální funkce neřešte.

$\Omega_s = 2\pi \cdot 10000 = 63000$ rad



Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 29.1.2025, skupina B REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Číslicový filtr je zadán následujícím kódem v jazyce C. Napište diferenční rovnici tohoto filtru.

```
float filter(float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0, yn1 = 0.0, yn2 = 0.0;
  yn = xn + 0.5 * xn1 + 0.25 * xn2 - 0.16 * yn1 + 0.24 * yn2;
  xn2 = xn1; xn1 = xn; yn2 = yn1; yn1 = yn;
  return yn;
}
```

viz A

$y[n] =$ ....

Příklad 2 Číslicový filtr FIR má impulsní odezvu: $h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq n < 6 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete a zdůvodněte (jakýmkoliv způsobem), o jaký typ filtru se jedná (dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť, pásmová zádrž).

viz A

Příklad 3 Číslicový filtr IIR typu pásmová propusť má pár pólů: $p_1 = 0.56 + j0.56$, $p_2 = 0.56 - j0.56$. Určete jeho rezonanční frekvenci (frekvenci, kde má jeho frekvenční charakteristika největší absolutní hodnotu) ω_{max} v radiánech.

viz A

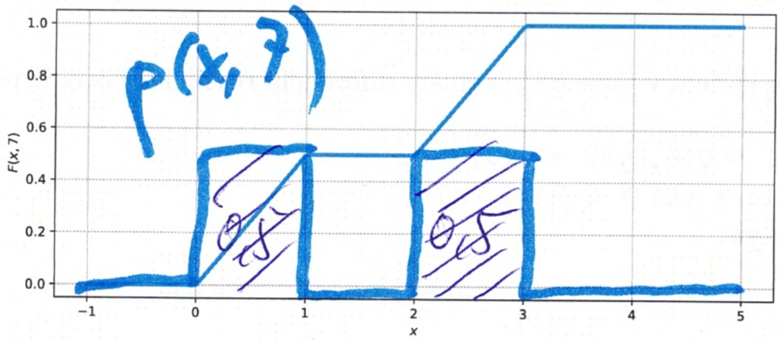
Příklad 4 Určete, zda je číslicový filtr FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 2\,x[n-1] - x[n-2]$ **stabilní.**

viz A

Příklad 5 Matice `KSI` o velikosti `Omega` × `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu se spojitými hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$ pro $n = 5$. Použití funkce `hist` je zakázáno, pokud ji budete potřebovat, musíte ji implementovat ručně.

viz A

Příklad 6 Na obrázku je distribuční funkce $F(x,7)$. Do stejného obrázku nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x,7)$. Dejte pozor na hodnoty na vertikální ose. Doporučuji provést kontrolu, zda se jedná o správnou PDF.



viz A

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte ji na sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Hodnoty můžete psát do stejné tabulky.

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	500	0	0
[-10, 0]	0	0	500	0
[-20, -10]	2000	0	0	0

viz A

Příklad 8 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.25 & \text{pro } 0 \le x \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete jakýmkoliv způsobem střední výkon tohoto signálu.

viz A

možnost ② - integrovat!

$$P_s = E(X^2) = \int x^2 p(x)\,dx = \frac{1}{\Delta}\int_0^\Delta x^2\,dx = \frac{1}{\Delta}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^\Delta = \frac{\Delta^3}{3}\cdot\frac{1}{\Delta} = \frac{\Delta^2}{3} = \frac{16}{3}$$

Příklad 9 Vektor `x` o `N` vzorcích obsahuje jednu realizaci ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o bílý šum.

viz A

Příklad 10 Při kvantování na $b = 6$ bitech je kvantovací šum $SNR = 37.76$ dB. Napište, jak se SNR změní, pokud bude pro kvantování k disposici o jeden bit méně, tedy $b - 1$.

viz A

SNR = 31.76 dB

B

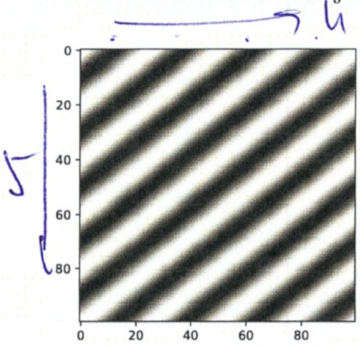
Příklad 11 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad spektrální hustoty výkonu (PSD) pomocí Welchovy metody. Rozdělení signálu na segmenty již proběhlo, máte je k disposici v řádcích matice `X` o rozměrech `Ncnt=100` × `Nseglen=100`. PSD očekáváme odhadnutou na `Npsd=256` normovaných kruhových frekvencích od 0 do π rad.

viz A

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má rozměry 100 × 100. Napište libovolným způsobem (slovně, rovnice, kód), jak zvýšíme jeho jas.

viz A

Příklad 13 Na obrázku o rozměrech 100 × 100 odpovídá černá hodnotě 0, bílá +1. Určete, které koeficienty jeho 2D-DFT $X[m,n]$ budou nenulové. Uvažujte pouze koeficienty pro $m,n < 50$. Pokud má obrázek nenulovou stejnosměrnou složku, nezpomeňte na odpovídající koeficient.



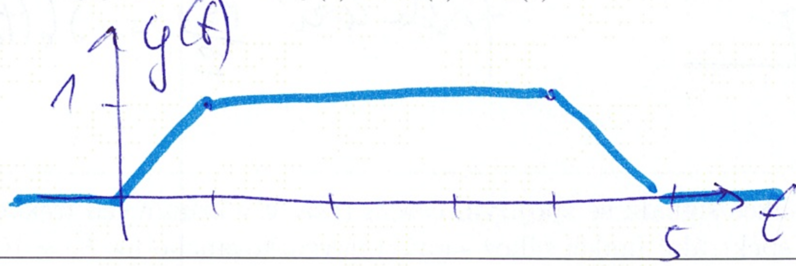
$X[0,0]$

$X[5,4]$

Příklad 14 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad \text{a} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



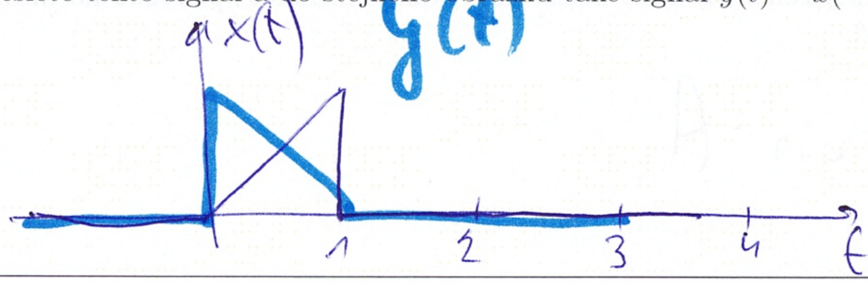
Příklad 15 Systémy s diskrétním časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1[n] = \begin{cases} 5-n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2[n] = \begin{cases} -5+n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu $h[n]$, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, komentujte.

viz A

Příklad 16 Signál se spojitým časem je definován $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku také signál $y(t) = x(-t+1)$.



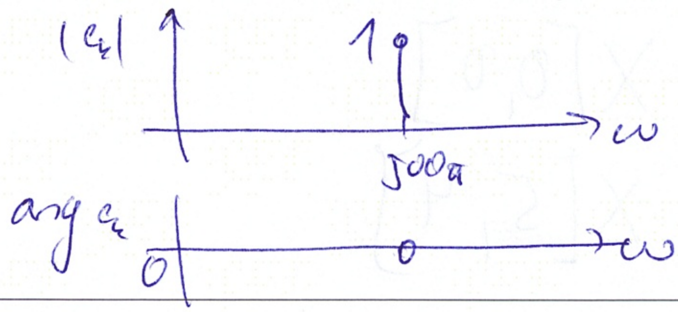
Příklad 17 Do systému se spojitým časem s modulovou frekvenční charakteristikou $|H(j\omega)| = \begin{cases} 5 & \text{pro } -2000\pi \leq \omega \leq +2000\pi \text{ rad} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ vstupuje signál $x(t) = \cos(500\pi t) + \cos(1000\pi t)$.
Napište vztah pro signál na výstupu. Argumenty (fáze) neřešte.

projde projde

$y(t) = 5\cos(500\pi t) + 5\cos(1000\pi t)$

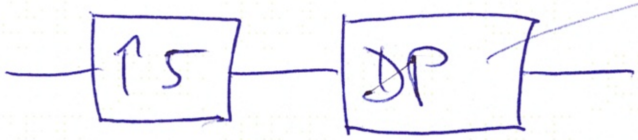
Příklad 18 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála: $x(t) = e^{j500\pi t}$.
Nakreslete jeho spektrum, tedy polohy a velikosti modulů a argumentů všech nenulových koeficientů jeho Fourierovy řady.

viz A



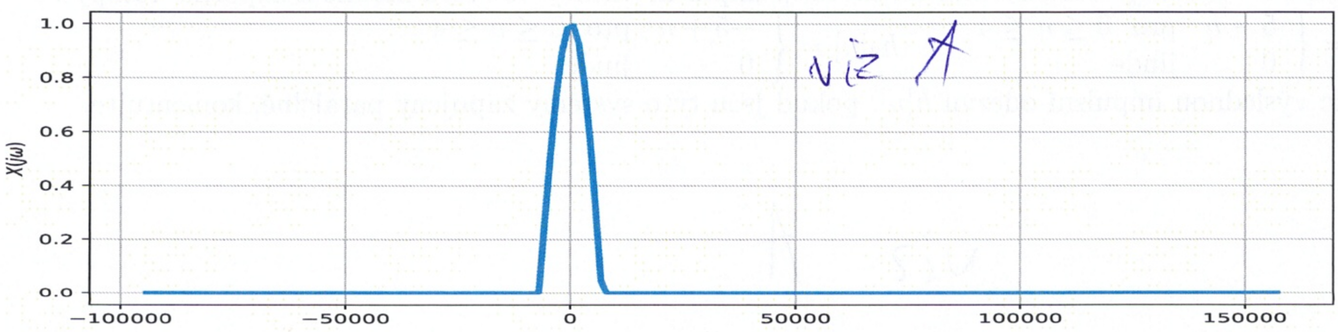
Příklad 19 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 10$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 50$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.

viz A



na F_{s2} s mezní frekvencí $\frac{F_{s1}}{2} = 5$kHz

Příklad 20 Na obrázku je spektrální funkce signálu se spojitým časem (osa je v kruhových frekvencích v rad/s). Do stejného obrázku nakreslete spektrální funkci téhož signálu navzorkovaného na $F_s = 10$ kHz. Velikost spektrální funkce neřešte.



Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 29.1.2025, skupina C REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)

Příklad 1 Číslicový filtr je zadán následujícím kódem v jazyce C. Napište diferenční rovnici tohoto filtru.

```
float filter(float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0, yn1 = 0.0, yn2 = 0.0;
  yn = xn + 0.5 * xn1 + 0.25 * xn2 - 0.16 * yn1 + 0.24 * yn2;
  xn2 = xn1; xn1 = xn; yn2 = yn1; yn1 = yn;
  return yn;
}
```

viz A

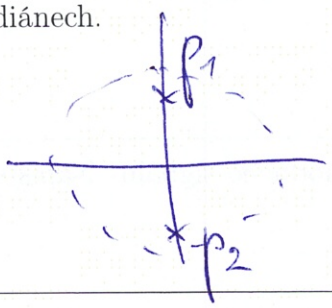
$y[n] =$ ....

Příklad 2 Číslicový filtr FIR má impulsní odezvu: $h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq n < 7 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete a zdůvodněte (jakýmkoliv způsobem), o jaký typ filtru se jedná (dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť, pásmová zádrž).

viz A

Příklad 3 Číslicový filtr IIR typu pásmová propusť má pár pólů: $p_1 = j0.9$, $p_2 = -j0.9$. Určete jeho rezonanční frekvenci (frekvenci, kde má jeho frekvenční charakteristika největší absolutní hodnotu) ω_{max} v radiánech.

viz A



$$\underline{\omega_{max} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}}$$

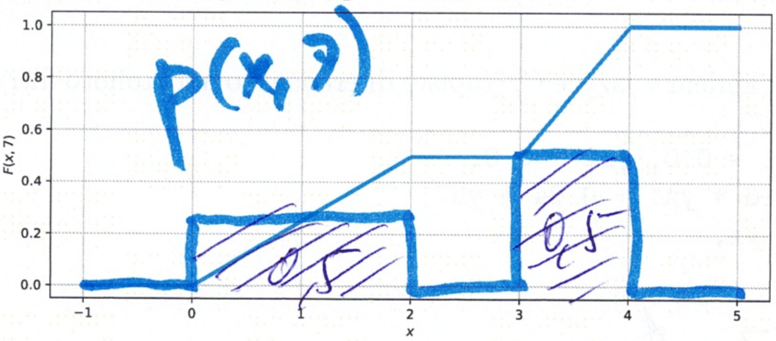
Příklad 4 Určete, zda je číslicový filtr FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 2\,x[n-1] + x[n-2]$ **stabilní.**

viz A

Příklad 5 Matice `KSI` o velikosti `Omega` × `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu se spojitými hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, n)$ pro $n = 5$. Použití funkce `hist` je zakázáno, pokud ji budete potřebovat, musíte ji implementovat ručně.

viz A

Příklad 6 Na obrázku je distribuční funkce $F(x, 7)$. Do stejného obrázku nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x, 7)$. Dejte pozor na hodnoty na vertikální ose. Doporučuji provést kontrolu, zda se jedná o správnou PDF.



viz A

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte ji na sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Hodnoty můžete psát do stejné tabulky.

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2: [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	500	0	0
[-10, 0]	0	0	500	0
[-20, -10]	2000	0	0	0

viz A

Příklad 8 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } 0 \le x \le 10 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete jakýmkoliv způsobem střední výkon tohoto signálu.

viz A a B

$P_s = \frac{A^2}{3} = \frac{100}{3}$

Příklad 9 Vektor x ~~o N vzorcích~~ obsahuje jednu realizaci ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o bílý šum.

viz A

Příklad 10 Při kvantování na $b = 7$ bitech je kvantovací šum $SNR = 43.76$ dB. Napište, jak se SNR změní, pokud bude pro kvantování k disposici o jeden bit méně, tedy $b - 1$.

viz A

SNR = 37.76 dB

C

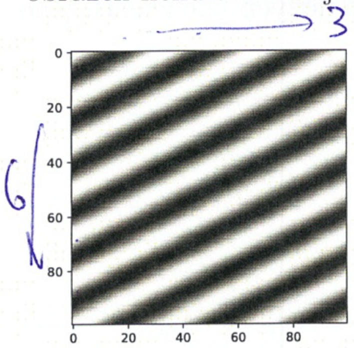
Příklad 11 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad spektrální hustoty výkonu (PSD) pomocí Welchovy metody. Rozdělení signálu na segmenty již proběhlo, máte je k disposici v řádcích matice `X` o rozměrech `Ncnt=100` × `Nseglen=100`. PSD očekáváme odhadnutou na `Npsd=256` normovaných kruhových frekvencích od 0 do π rad.

viz A

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má rozměry 100 × 100. Napište libovolným způsobem (slovně, rovnice, kód), jak zvýšíme jeho jas.

viz A

Příklad 13 Na obrázku o rozměrech 100 × 100 odpovídá černá hodnotě 0, bílá +1. Určete, které koeficienty jeho 2D-DFT $X[m,n]$ budou nenulové. Uvažujte pouze koeficienty pro $m,n < 50$. Pokud má obrázek nenulovou stejnosměrnou složku, nezpomeňte na odpovídající koeficient.



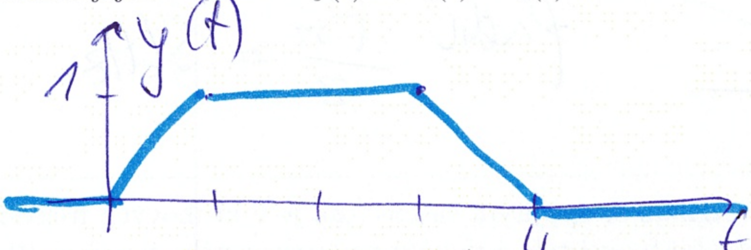
X[0,0]

X[6,3]

Příklad 14 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



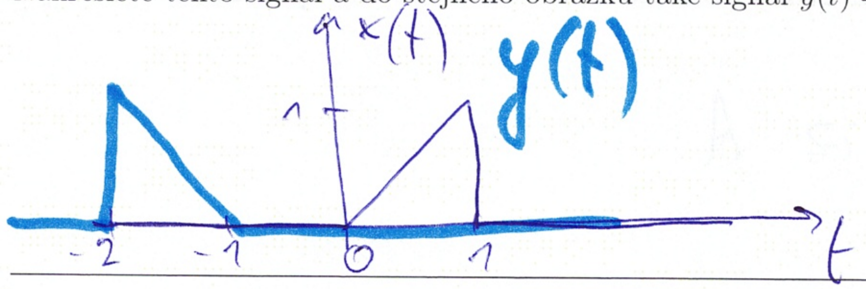
Příklad 15 Systémy s diskrétním časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1[n] = \begin{cases} 5-n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2[n] = \begin{cases} -5+n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu $h[n]$, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, komentujte.

viz A

Příklad 16 Signál se spojitým časem je definován $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku také signál $y(t) = x(-t-1)$.



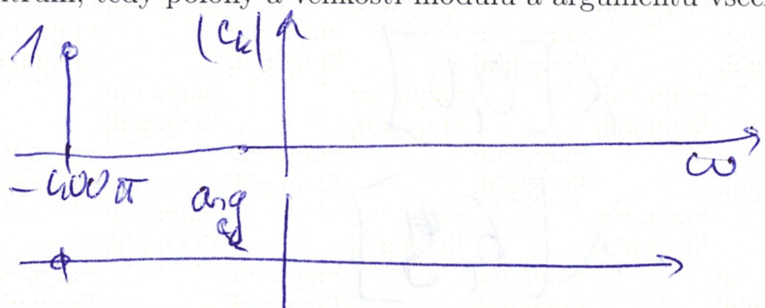
Příklad 17 Do systému se spojitým časem s modulovou frekvenční charakteristikou $|H(j\omega)| = \begin{cases} 5 & \text{pro } -2000\pi \leq \omega \leq +2000\pi \text{ rad} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ vstupuje signál $x(t) = \cos(500\pi t) + \cos(4000\pi t)$.
Napište vztah pro signál na výstupu. Argumenty (fáze) neřešte.

projde   ne

$y(t) = 5\cos(500\pi t)$

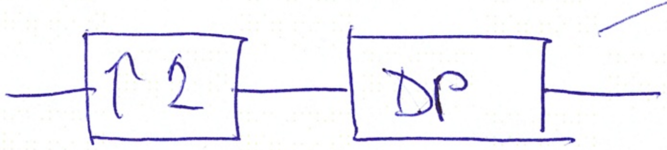
Příklad 18 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála: $x(t) = e^{-j400\pi t}$.
Nakreslete jeho spektrum, tedy polohy a velikosti modulů a argumentů všech nenulových koeficientů jeho Fourierovy řady.

viz A



Příklad 19 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 10$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 20$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.

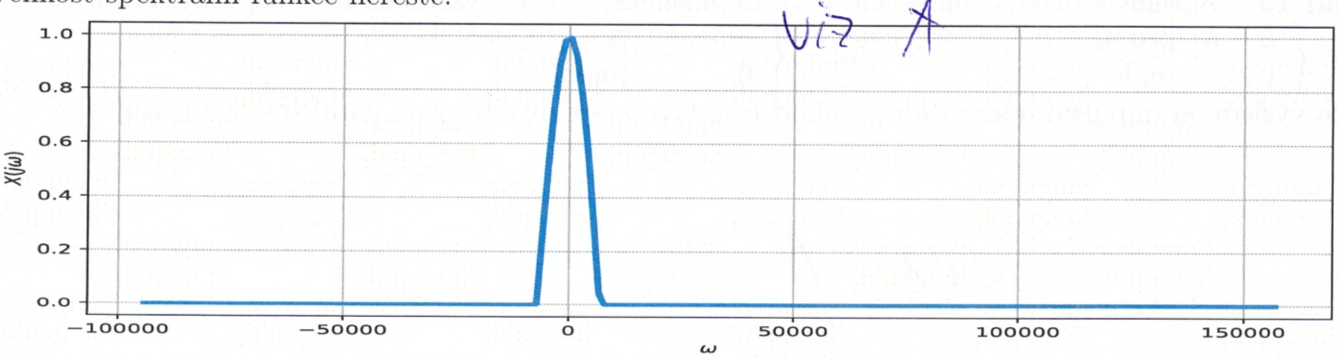
viz A



na F_{s2} s mezní frekv. $\frac{F_{s1}}{2} = 5$ kHz

Příklad 20 Na obrázku je spektrální funkce signálu se spojitým časem (osa je v kruhových frekvencích v rad/s). Do stejného obrázku nakreslete spektrální funkci téhož signálu navzorkovaného na $F_s = 10$ kHz. Velikost spektrální funkce neřešte.

viz A

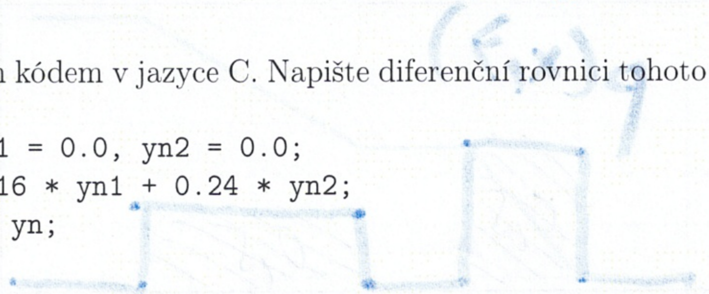


Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 29.1.2025, skupina D

REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)



Příklad 1 Číslicový filtr je zadán následujícím kódem v jazyce C. Napište diferenční rovnici tohoto filtru.

```
float filter(float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0, yn1 = 0.0, yn2 = 0.0;
  yn = xn + 0.5 * xn1 + 0.25 * xn2 - 0.16 * yn1 + 0.24 * yn2;
  xn2 = xn1; xn1 = xn; yn2 = yn1; yn1 = yn;
  return yn;
}
```

viz A

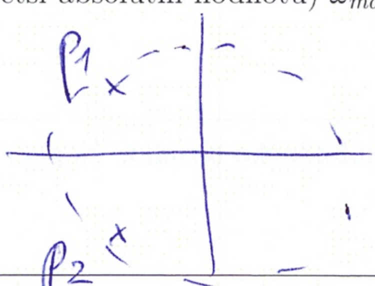
$y[n] =$ ....

Příklad 2 Číslicový filtr FIR má impulsní odezvu: $h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq n < 8 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Určete a zdůvodněte (jakýmkoliv způsobem), o jaký typ filtru se jedná (dolní propusť, horní propusť, pásmová propusť, pásmová zádrž).

viz A

Příklad 3 Číslicový filtr IIR typu pásmová propusť má pár pólů: $p_1 = -0.63 + j0.63$, $p_2 = -0.63 - j0.63$. Určete jeho rezonanční frekvenci (frekvenci, kde má jeho frekvenční charakteristika největší absolutní hodnotu) ω_{max} v radiánech.

viz A



$\omega_{max} = \frac{3}{4}\pi$ rad

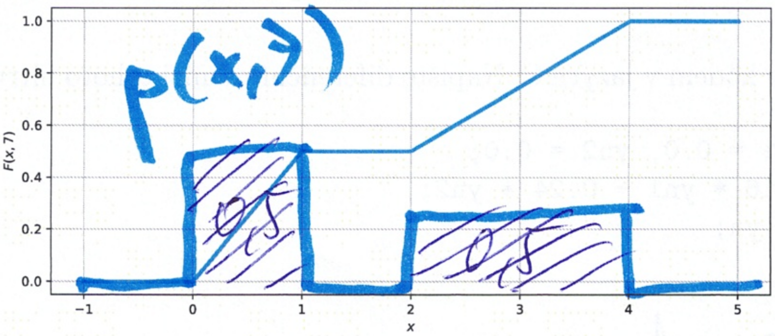
Příklad 4 Určete, zda je číslicový filtr FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 2\,x[n-1] + x[n-2]$ **stabilní.**

viz A

Příklad 5 Matice `KSI` o velikosti `Omega` $\times$ `N` obsahuje v každém řádku jednu realizaci náhodného signálu se spojitými hodnotami, o délce `N` vzorků, celkem máme `Omega` realizací. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x,n)$ pro $n = 5$. Použití funkce `hist` je zakázáno, pokud ji budete potřebovat, musíte ji implementovat ručně.

viz A

Příklad 6 Na obrázku je distribuční funkce $F(x,7)$. Do stejného obrázku nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti (PDF) $p(x,7)$. Dejte pozor na hodnoty na vertikální ose. Doporučuji provést kontrolu, zda se jedná o správnou PDF.



viz A

Příklad 7 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Převeďte ji na sdruženou funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$. Hodnoty můžete psát do stejné tabulky.

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2 [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	500	0	0
[-10, 0]	0	0	500	0
[-20, -10]	2000	0	0	0

viz A

Příklad 8 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.05 & \text{pro } 0 \le x \le 20 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete jakýmkoliv způsobem střední výkon tohoto signálu.

viz A a B

$P_s = \frac{400}{3}$

Příklad 9 Vektor `x` o `N` vzorcích obsahuje jednu realizaci ergodického náhodného signálu. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro ověření, že se jedná o bílý šum.

viz A

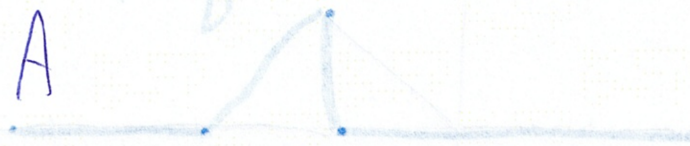
Příklad 10 Při kvantování na $b = 8$ bitech je kvantovací šum $SNR = 49.76$ dB. Napište, jak se SNR změní, pokud bude pro kvantování k disposici o jeden bit méně, tedy $b - 1$.

viz A

SNR = 43.76 dB

Příklad 11 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro odhad spektrální hustoty výkonu (PSD) pomocí Welchovy metody. Rozdělení signálu na segmenty již proběhlo, máte je k disposici v řádcích matice `X` o rozměrech `Ncnt=100` × `Nseglen=100`. PSD očekáváme odhadnutou na `Npsd=256` normovaných kruhových frekvencích od 0 do π rad.

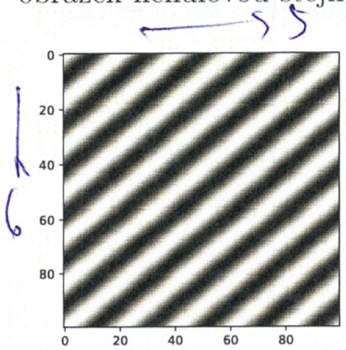
viz A



Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má rozměry 100 × 100. Napište libovolným způsobem (slovně, rovnice, kód), jak zvýšíme jeho jas.

viz A

Příklad 13 Na obrázku o rozměrech 100 × 100 odpovídá černá hodnotě 0, bílá +1. Určete, které koeficienty jeho 2D-DFT $X[m,n]$ budou nenulové. Uvažujte pouze koeficienty pro $m,n < 50$. Pokud má obrázek nenulovou stejnosměrnou složku, nezpomeňte na odpovídající koeficient.



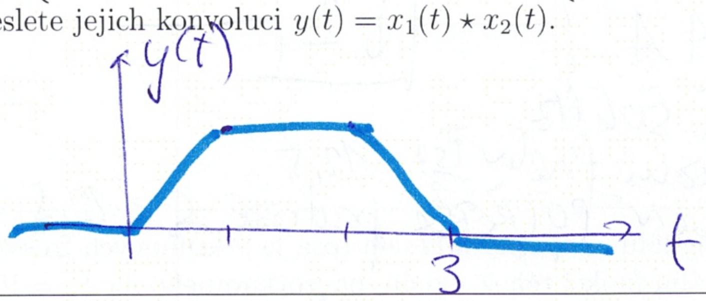
$X[0,0]$

$X[6,5]$

Příklad 14 Jsou dány dva signály se spojitým časem:

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.



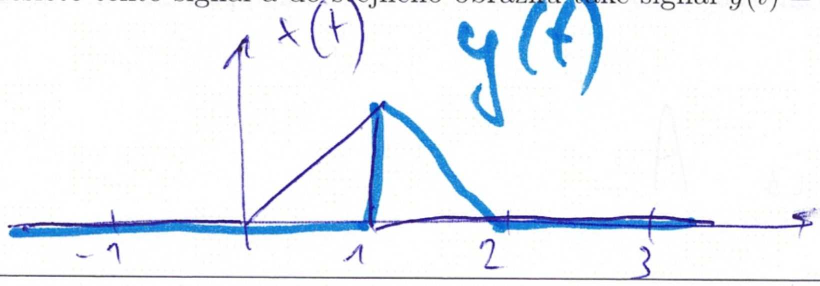
Příklad 15 Systémy s diskrétním časem mají impulsní odezvy ve tvaru kladné a záporné "rampy":

$$h_1[n] = \begin{cases} 5-n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad h_2[n] = \begin{cases} -5+n & \text{pro } 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Napište výslednou impulsní odezvu $h[n]$, pokud jsou tyto systémy zapojeny paralelně, komentujte.

viz A

Příklad 16 Signál se spojitým časem je definován $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku také signál $y(t) = x(-t+2)$.



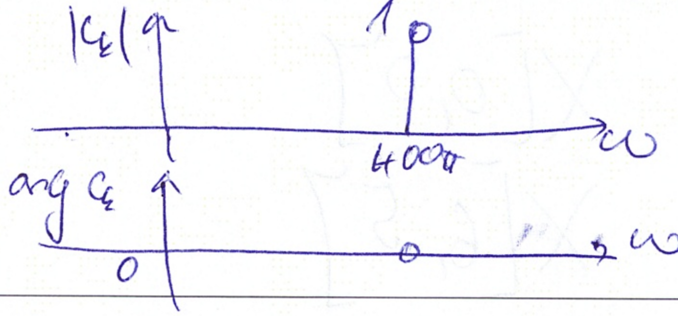
Příklad 17 Do systému se spojitým časem s modulovou frekvenční charakteristikou
$|H(j\omega)| = \begin{cases} 5 & \text{pro } -2000\pi \leq \omega \leq +2000\pi \text{ rad} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ vstupuje signál $x(t) = \cos(3000\pi t) + \cos(5000\pi t)$.
Napište vztah pro signál na výstupu. Argumenty (fáze) neřešte.

neprojdou

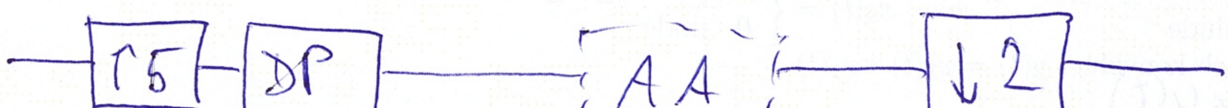
$y(t) = 0$

Příklad 18 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála: $x(t) = e^{j400\pi t}$.
Nakreslete jeho spektrum, tedy polohy a velikosti modulů a argumentů všech nenulových koeficientů jeho Fourierovy řady.

viz A



Příklad 19 Diskrétní signál má vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 10$ kHz. Je potřeba jej převzorkovat na $F_{s2} = 25$ kHz. Napište postup nebo nakreslete schéma, jak toho dosáhnete. Pokud bude potřeba nejaký filtr, uveďte, na jaké vzorkovací frekvenci bude pracovat a jaká musí být jeho frekvenční charakteristika.



pracuje na 50kHz
mezní frekv $\frac{F_{s1}}{2} = 5$kHz

na 50kHz
mezní frekv $\frac{F_{s2}}{2} = 12,5$
NENÍ POTŘEBA protože $5 < 12,5$

Příklad 20 Na obrázku je spektrální funkce signálu se spojitým časem (osa je v kruhových frekvencích v rad/s). Do stejného obrázku nakreslete spektrální funkci téhož signálu navzorkovaného na $F_s = 10$ kHz. Velikost spektrální funkce neřešte.

viz A