Semestrální zkouška ISS/ISSk, 1. opravný termín, 25.1.2024, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem je cosinusovka s periodou 20 ms: $x(t) = 10\cos(2\pi 50 t)$. Určete jakýmkoliv způsobem její střední výkon.

$P_s =$ ....

Příklad 2 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad \text{a} \qquad x_2(t) = \begin{cases} -0.5 & \text{pro } -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Příklad 3 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro výpočet koeficientu $X[1]$ Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) diskrétního signálu v poli `x` o délce $N = 8$. Nefungují ale funkce `exp`, `cos`, ani `sin`, takže hodnoty komplexní báze $e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}$ musíte naplnit ručně.

Příklad 4 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 0.9z^{-1}$. Určete, zda se jedná o dolní propusť, horní propusť, pásmovou propusť nebo pásmovou zádrž, své tvrzení zdůvodněte.

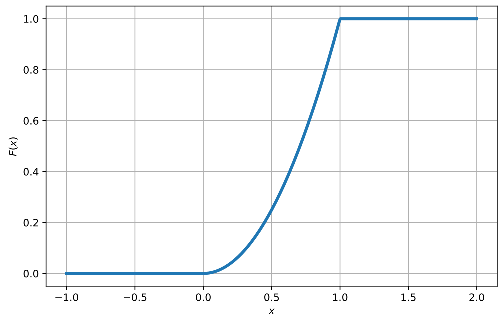
Příklad 5 Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód implementující funkci `freqz4(b,a,N)` pro výpočet frekvenční charakteristiky číslicového filtru 4. řádu. Vstupem je vektor `b` s koeficienty $b_0 \dots b_4$, vektor `a` s koeficienty 1, $a_1 \dots a_4$, a počet výsledných hodnot `N`. Výstupem nechť je vektor `N` hodnot $H(e^{j\omega})$ od normované kruhové frekvence 0 po π rad.

Příklad 6 Číslicový filtr má dva nulové body: $n_1 = 0$ a $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = -0.5 + 0.5j$ a $p_2 = -0.5 - 0.5j$. Určete modul jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+0.5^2}} = 1.41$, $\frac{1}{\sqrt{0.5^2+1.5^2}} = 0.63$.

Příklad 7 První číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_1(z)$ a druhý číslicový filtr s přenosovou funkcí $H_2(z)$ jsou zapojeny v sérii. Určete přenosovou funkci výsledného filtru.

$H(z) =$ ....

Příklad 8 Na obrázku je distribuční funkce stacionárního náhodného signálu. Určete následující pravděpodobnost:



$P(0.2 < \xi[n] < 0.8) =$ ....,

Příklad 9 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi vzorky n_1 a n_2. Vypočtěte hodnotu korelačního koeficientu $R[n_1, n_2]$.

intervaly x_1 v n_1	intervaly x_2 v n_2: [-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	1000
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	1000	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	0

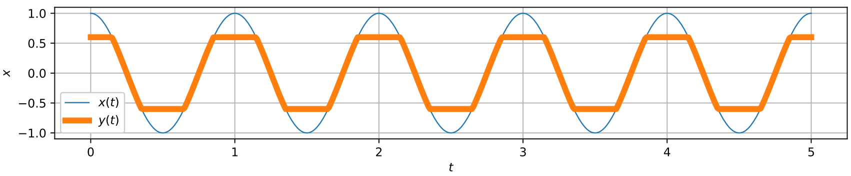
Příklad 10 V programu byla odhadnuta funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$. Její hodnoty jsou uloženy v poli `px`, které má `N` prvků. Hodnoty parametru x jsou uloženy v poli `x`, které má také `N` prvků. Hodnoty v `x` stoupají rovnoměrně, vzdálenost mezi nimi je v proměnné `Delta`. Napište kód v C, Python/Numpy nebo pseudokód pro kontrolu, zda se jedná o korektní funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.

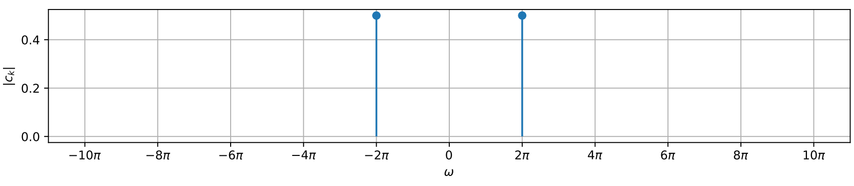
Příklad 11 Obrázek $x[k,l]$ o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů obsahuje dva bílé pixely: $x[50,50] = 1$, $x[50,53] = 1$, ostatní jsou černé (nulové). Obrázek je filtrován 2D-filtrem (maskou, konvolučním jádrem) o rozměrech 5×5, jehož všechny prvky mají hodnotu $\frac{1}{25}$. Určete počet nenulových pixelů ve výsledném obrázku.

Příklad 12 Obrázek $x[k,l]$ má 2D-DFT $X[m,n]$. Napište, jak se změní hodnoty 2D-DFT, pokud v obrázku zvětšíme jas: $y[k,l] = x[k,l] + jas$. Předpokládejte, že žádná z hodnot $y[k,l]$ nebude "klipována" na maximální úroveň.

Příklad 13 Nakreslete obrázek o rozměrech $K = 100, L = 100$ daný
$x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi \frac{2k}{100})$. Hodnoty 1 kreslete tmavě, hodnota nula je bílý papír.

Příklad 14 Na prvním obrázku je slabou čárou periodický signál se spojitým časem $x(t)$ a na druhém jeho koeficienty Fourierovy řady (FŘ). Nakreslete do druhého obrázku moduly koeficientů FŘ omezeného (klipovaného) signálu $y(t)$ kresleného silnou čárou. Spíše než o hodnoty jde o polohy koeficientů.





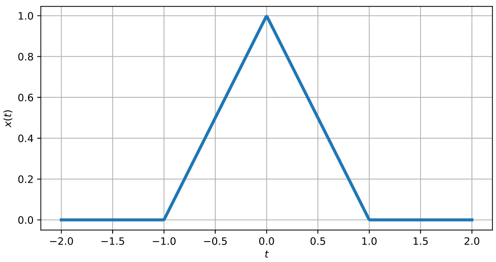
Příklad 15 Signál se spojitým časem $x(t)$ má spektrální funkci $X(j\omega)$. Napište vztah pro argument spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t + 0.1)$.

$\arg Y(j\omega) =$ ....

Příklad 16 Signál se spojitým časem $x_1(t)$ má spektrální funkci $X_1(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Signál $x_2(t)$ má spektrální funkci $X_2(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - 2\pi)$, kde $\delta(\cdot)$ je Diracův impuls. Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je součinem: $y(t) = x_1(t)\ x_2(t)$.

Příklad 17 Přenosová funkce systému se spojitým časem je dána: $H(s) = \frac{s^2+100}{s^2}$.
Určete všechny nulové body a póly tohoto systému.

Příklad 18 Vstupní signál $x(t)$ systému se spojitým časem je na obrázku. Systém má přenosovou funkci $H(s) = s$. Nakreslete, jak bude vypadat výstupní signál $y(t)$.



Příklad 19 Napište podmínku pro vzorkovací frekvenci F_s pro ideální vzorkování signálu činelu s maximální frekvencí $f_{max} = 15$ kHz.

Příklad 20 Signál na vzorkovací frekvenci $F_{s,low} = 2$ kHz je potřeba převzorkovat na vyšší vzorkovací frekvenci $F_{s,high} = 48$ kHz. Napište postup. Pokud použijete jakýkoliv filtr, uveďte jasně, jakou bude mít frekvenční charakteristiku a na které vzorkovací frekvenci bude pracovat.