Semestrální zkouška ISS/ISSk, řádný termín, 9.1.2023, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signál je reálný a má délku $N = 512$ vzorků. Známe koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT): $X[3] = 1 + j$. Napište, jaký/é další koeficient/y DFT tím pádem známe a jaká/é je/jsou jeho/jejich hodnota/y.

Příklad 2 Číslicový filtr má dva nulové body: $n_1 = -0.98$ a $n_2 = 1$ a dva póly: $p_1 = 0.98j$ a $p_2 = -0.98j$. Určete modul jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ rad.

$|H(e^{j\omega_1})| =$

Příklad 3 Jsou dány dva FIR filtry s impulsními odezvami $h_1 = [1 \;\; 1 \;\; 1]$ a $h_2 = [1 \;\; -1 \;\; 1]$. Tyto filtry jsou spojeny paralelně (vedle sebe). Určete impulsní odezvu výsledného filtru.

$h[n] =$

Příklad 4 Funkce hustoty pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána:

$$p(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro } \; -2 \leq x \leq -1 \\ 0.5 & \text{pro } \; 5 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} .$$

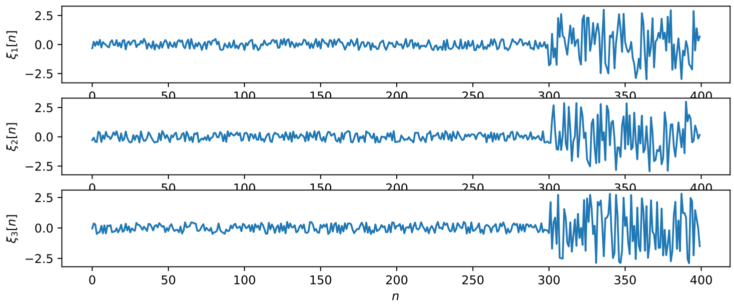
Určete střední hodnotu tohoto signálu.

$a =$

Příklad 5 Napište, zda pro stacionární náhodný signál se střední hodnotou $a = 0$ existuje vztah mezi jeho rozptylem D a výkonem P. Pokud ano, krátce dokažte nebo zdůvodněte.

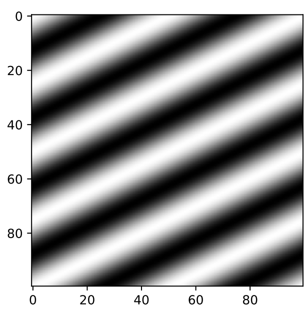
Příklad 6 Diskrétní signál o délce $N = 100$ je dán: $x[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; 0 \leq n < 60 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Nakreslete graf všech jeho nenulových autokorelačních koeficientů. Použijte vychýlený odhad. Na osách k i $R[k]$ uveďte důležité hodnoty.

Příklad 7 Na obrázku jsou 3 realizace náhodného signálu. Určete, zda je tento signál stacionární a krátce zdůvodněte.



Příklad 8 Obrázek o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů obsahuje uprostřed jeden světlý pixel: $x[50, 50] = 1$, ostatní jsou nulové. Napište nebo nakreslete, jak bude vypadat obrázek po filtrování 2D-filtrem (maskou, konvolučním jádrem) o rozměrech 5×5, jehož všechny prvky mají hodnotu $\frac{1}{25}$.

Příklad 9 Obrázek o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů má hodnoty 0 (černá) až 1 (bílá). Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové a krátce zdůvodněte. Uvažujte hodnoty m a n pouze do 50ti. Pomůcka: všechny pixely obrázku jsou nezáporné, takže pečlivě zvažte, zda mezi nenulové koeficienty patří i $X[0, 0]$.



Příklad 10 Jsou dány dva signály se spojitým časem: $x_1(t) = 0.7\cos(6\pi t)$, $\quad x_2(t) = \delta(t)$ (Diracův impuls). Vypočtěte

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t) x_2(t) dt =$$

Příklad 11 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \; 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad \text{a} \qquad x_2(t) = \begin{cases} -1 & \text{pro } \; -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

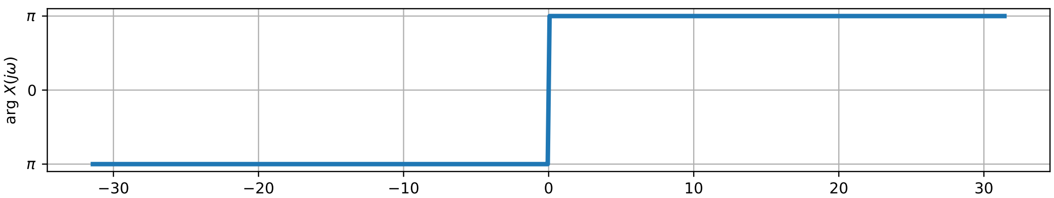
Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán: $x(t) = 2e^{-0.5j}e^{j1000\pi t}$. Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho Fourierovy řady (FŘ). Pomůcka: zvažte dobře, zda pro tento signál platí $c_k = c^{\star}_{-k}$.

Příklad 13 Signál se spojitým časem je obdélník

$$x(t) = \begin{cases} 500000 & \text{pro } \; -1\ \mu s \leq t \leq +1\ \mu s \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}.$$

Nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce $|X(j\omega)|$. Na osách uveďte důležité hodnoty.

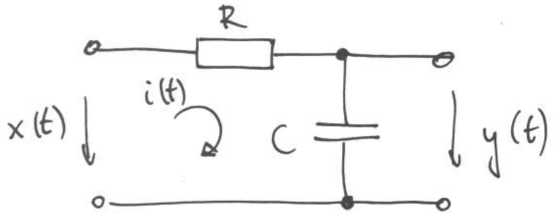
Příklad 14 Na obrázku je průběh argumentu spektrální funkce $\arg X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Do téhož obrázku nakrelete průběh argumentu spektrální funkce signálu s opačným znaménkem: $-x(t)$.



Příklad 15 Odvoďte Parsevalův teorém, určující výkon signálu z jeho spektra, pro Fourierovu řadu. Pomůcka: určete a sečtěte výkony jednotlivých komplexních exponenciál v "syntezačním" vzorečku FŘ.

Příklad 16 Chování systému se spojitým časem je dáno: $y(t) = \log x(t)$. Dokažte, že tento systém není lineární tak, že najdete signály $x_1(t)$ a $x_2(t)$, pro které neplatí definice linearity $ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$. Pomůcka: nejlépe se Vám bude pracovat s konstantními signály.

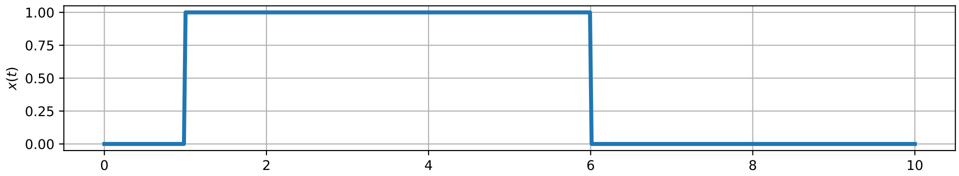
Příklad 17 Pro systém se spojitým časem na obrázku sestavte diferenciální rovnici. Můžete použít konstantu $\tau = RC$.



Příklad 18 Přenosová funkce $H(s)$ systému se spojitým časem má jeden nulový bod: $n_1 = 0$ a dva póly: $p_1 = -4 + 1000j, \quad p_2 = -4 - 1000j$. Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na kruhové frekvenci $\omega_1 = 1000$ rad/s.

$H(j\omega_1) =$

Příklad 19 Signál se spojitým časem je pravoúhlý impuls s délkou 5 μs. Tento signál je vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 5$ MHz. Nakreslete do stejného obrázku výsledek sekvence "vzorkování $\rightarrow$ rekonstrukce" a krátce zdůvodněte.



Příklad 20 Diskrétní signál na vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 8$ kHz je potřeba převést na vzorkovací frekvenci $F_{s2} = 16$ kHz. Napište nebo nakreslete schéma, jaký je korektní postup. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, na které vzorkovací frekvenci pracuje, a jaká je jeho frekvenční charakteristika.