Semestrální zkouška ISS/ISSk, 1. opravný termín, 16.1.2023, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ číslicového filtru typu FIR s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 - 0.98z^{-1}$. Hodnoty pro normované kruhové frekvence $\omega = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ rad určete výpočtem, mezi nimi to můžete "nějak" propojit. Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.4$.

Příklad 2 Určete hodnoty pólů číslicového filtru typu IIR s přenosovou funkcí: $H(z) = \dfrac{1}{1 + 0.64z^{-2}}$ a rozhodněte, zda je tento filtr stabilní.

Příklad 3 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) je spočítána na $N = 10000$ vzorcích. Použitá vzorkovací frekvence byla $F_s = 10000$ Hz. Napište, který koeficient DFT $X[k]$ použijeme, chceme-li zjistit chování signálu na frekvenci $f = 800$ Hz.

Příklad 4 V jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy napište kód pro generování signálu $x(t) = t$ od $t = 0$ do $t = 3$ a pro numerický výpočet jeho střední hodnoty v tomto časovém intervalu.

Příklad 5 Napište hodnotu komplexní exponenciály $x[n] = 4e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{2\pi}{50}n}$ pro $n = 25$

$x[25] =$

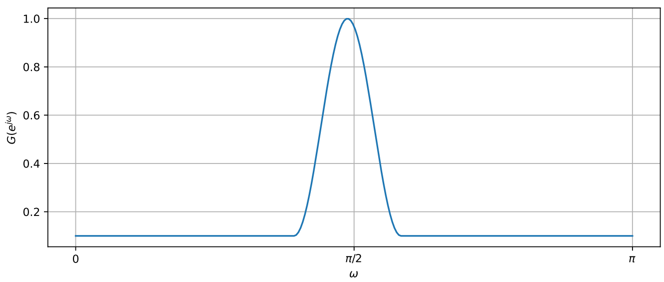
Příklad 6 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána:
$p(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro} \quad -2 \le x \le -1 \\ 0.5 & \text{pro} \quad 3 \le x \le 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Nakreslete odpovídající distribuční funkci $F(x)$.

Příklad 7 Pro signál s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti z minulého cvičení určete, jaká je pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu od $a = -1.5$ do $b = 1.5$.

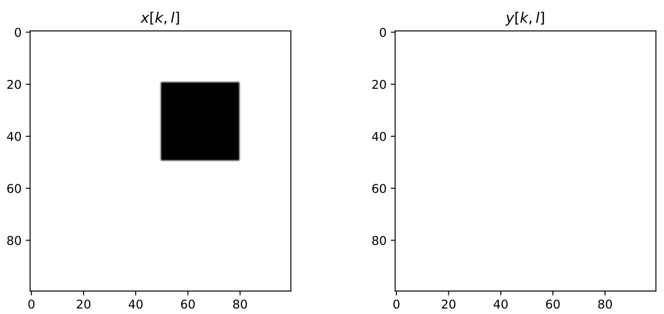
$\mathcal{P}(a < \xi[n] < b) =$

Příklad 8 Ergodický náhodný signál $x[n]$ má délku $N = 100000$ vzorků a má diskrétní hodnoty od 0 do 99. Napište slovně, matematicky, pseudokódem nebo kódem v jazyce C, Matlabu nebo Pythonu+Numpy, jak odhadnete sdruženou pravděpodobnost $\mathcal{P}(X_1, X_2, k)$, tedy pravděpodobnost, že vzorek $x[n] = X_1$ **a** vzorek $x[n+k] = X_2$. Pište např. pro $X_1 = 29, \quad X_2 = 11, \quad k = 7$.

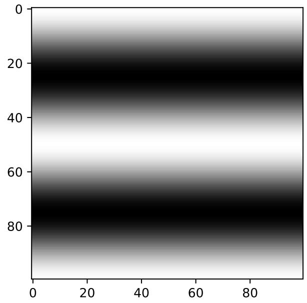
Příklad 9 Na obrázku je plot spektrální hustoty výkonu náhodného signálu. Určete, zda se jedná o bílý šum a své rozhodnutí krátce zdůvodněte.



Příklad 10 Je dán 2D filtr (maska, konvoluční jádro): $h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$. Pro obrázek $x[k,l]$ nakreslete výsledek operace $y = |x[k,l] \star h[k,l]|$ (tedy 2D konvoluce a absolutí hodnota). Pro úsporu toneru jsou pixely s hodnotou 0 bílé a s hodnotou 1 černé.



Příklad 11 Obrázek o rozměrech $K = 100$ krát $L = 100$ pixelů má hodnoty 0 (bílá) až 1 (černá). Určete, které koeficienty $X[m, n]$ jeho 2D-DFT budou nenulové a krátce zdůvodněte. Uvažujte hodnoty m a n pouze do 50ti. Pomůcka: Všechny pixely obrázku jsou nezáporné, takže pečlivě zvažte, zda mezi nenulové koeficienty patří i $X[0, 0]$.

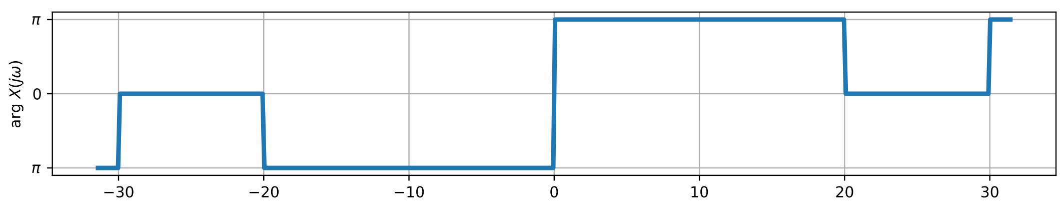


Příklad 12 Periodický signál se spojitým časem je dán jako sled obdélníkových impulsů o výšce $D = 2$, šířce $\vartheta = 2\,\mu$s a periodě $T_1 = 4\,\mu$s. Napište hodnoty koeficientů jeho Fourierovy řady od c_{-2} do c_2. Pomůcka: $\text{sinc}\frac{\pi}{2} = 0.64$.

$c_{-2} =$, $c_{-1} =$, $c_0 =$, $c_1 =$, $c_2 =$.

Příklad 13 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála: $x(t) = e^{j100\pi t}$. Určete a nakreslete modul i argument jeho Fourierovy transformace $X(j\omega)$.

Příklad 14 Na obrázku je průběh argumentu spektrální funkce $\arg X(j\omega)$ signálu $x(t)$. Do téhož obrázku nakrelete průběh argumentu spektrální funkce $\arg Y(j\omega)$ posunutého signálu: $y(t) = x(t - \frac{\pi}{60})$.



Příklad 15 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \ 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \ -1 \leq t \leq 0 \ \text{ a pro } \ 2 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Příklad 16 Přenosová funkce $H(s)$ systému se spojitým časem má jeden pól: $p_1 = -1$ a dva nulové body: $n_1 = -2 + 1000j$, $n_2 = -2 - 1000j$ Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na kruhové frekvenci $\omega_1 = 1000$ rad/s.

$H(j\omega_1) =$

Příklad 17 Rozhodněte, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = \frac{a}{t^2}x(t)$, kde a je konstanta, časově invariantní. Pokud není, uveďte příklad porušení podmínky časové invariantnosti: "pokud $x(t) \to y(t)$, pak $x(t-\tau) \to y(t-\tau)$".

Příklad 18 Chceme vzorkovat a perfektně rekonstruovat rádiové signály z FM pásma 88—108 MHz. Jaká bude minimální vzorkovací frekvence ?

Příklad 19 Spektrum vzorkovaného signálu je periodické. Jaká je jeho perioda ? Můžete odpovědět v libovolné frekvenci, ale napište jasně, která frekvence to je, jaká je hodnota periody, a jaká je jednotka.

Příklad 20 Diskrétní signál na vzorkovací frekvenci $F_{s1} = 32$ kHz je potřeba převést na vzorkovací frekvenci $F_{s2} = 8$ kHz. Napište nebo nakreslete schéma korektního postupu. Pokud použijete nějaký filtr, uveďte, na které vzorkovací frekvenci pracuje a jaká je jeho frekvenční charakteristika.