Semestrální zkouška ISS/VSG, 1. opravný termín, 26.1.2022, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Periodický signál se spojitým časem má periodu $T_1 = 1$ ms. Jedna jeho perioda je dána jako:
$$x(t) = \begin{cases} 50 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{4} < t \leq \frac{T_1}{4} \\ 0 & \text{pro} \quad -\frac{T_1}{2} < t \leq -\frac{T_1}{4} \;\; \text{a pro} \;\; \frac{T_1}{4} < t \leq \frac{T_1}{2} \end{cases}$$
Určete koeficienty jeho Fourierovy řady (FŘ) od c_{-2} do c_2. Pomůcka: $\mathrm{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$.

$c_{-2} =$ $\qquad$ $c_{-1} =$ $\qquad$ $c_0 =$ $\qquad$ $c_1 =$ $\qquad$ $c_2 =$

Příklad 2 Argumenty koeficientů FŘ pro periodický signál se spojitým časem $x(t)$ se základní kruhovou frekvencí $\omega_1 = 0.1\pi$ rad/s jsou pro $k = 0, 1, 2, 3$ tyto: $\arg c_{x0} = 0$, $\arg c_{x1} = 0$, $\arg c_{x2} = 0$, $\arg c_{x3} = \pi$. Signál byl v čase posunut: $y(t) = x(t+2)$. Napište hodnoty argumentů koeficientů FŘ posunutého signálu. Ve výsledcích můžete ponechat π.

$\arg c_{y0} =$ $\qquad$ $\arg c_{y1} =$ $\qquad$ $\arg c_{y2} =$ $\qquad$ $\arg c_{y3} =$

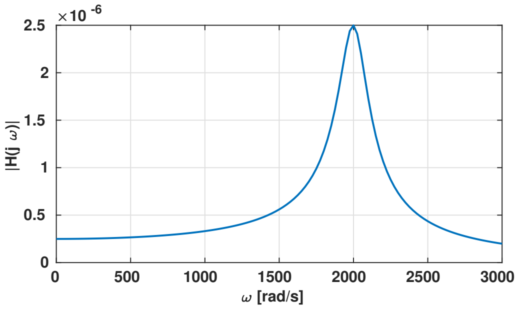
Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = 3\delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls. Nakreslete průběh modulu a argumentu jeho spektrální funkce pro kruhové frekvence ω od -3π rad/s do 3π rad/s.

Příklad 4 Jsou dány signály se spojitým časem $x_1(t)$ a $x_2(t)$ s následujícími spektrálními funkcemi:
$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 5 & \text{pro} \quad -\frac{\pi}{4} < \omega < \frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro} \quad -\frac{\pi}{8} < \omega < \frac{\pi}{8} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$
Určete a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 5 Jsou dány dva signály se spojitým časem, obdélník a posunutý Diracův impuls:
$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$
$x_2(t) = \delta(t+2)$. Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 6 Je zadána přenosová funkce systému se spojitým časem: $H(s) = \dfrac{s+1}{s^2+2s+1}$. Popište tento systém diferenciální rovnicí.

Příklad 7 Na obrázku je průběh modulu frekvenční charakteristiky $H(j\omega)$ systému se spojitým časem. Víte, že systém má jeden nulový bod $n_1 = 0$ a dva komplexně sdružené póly $p_{1,2}$. Napište tyto póly ve složkovém tvaru, jejich reálná složka může být přibližně, imaginární složka co nejpřesněji. Zakreslete je do komplexní roviny "s".



$p_1 =$ $p_2 =$

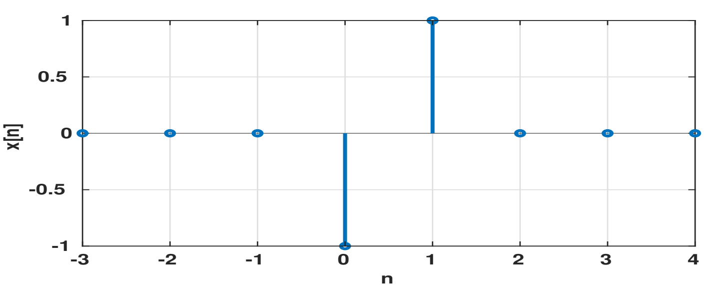
Příklad 8 Systém se spojitým časem je filtr typu dolní propusť, modul jeho přenosové funkce je dán:
$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 & \text{pro } \; -16000\pi < \omega < 16000\pi \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a argument: $\arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{10000}$.
Na vstupu je komplexní exponenciála $x(t) = 17e^{j20000\pi t}$. Napište výraz pro výstupní signál.

$y(t) =$

Příklad 9 Jaká bude mezní frekvence f_{max} (cut-off frequency) dolní propusti, která má fungovat jako anti-aliasingový filtr pro vzorkování na vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz ? Frekvenci napište v Hertzích.

$f_{max} =$ Hz

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ vzorkovaný na $F_s = 8000$ Hz má pouze dva nenulové vzorky - viz obrázek. Napište výraz pro signál se spojitým časem $x_r(t)$, který vznikne ideální rekonstrukcí $x[n]$.



$x_r(t) =$

Příklad 11 V tabulce jsou dány dva diskrétní signály o délce $N = 4$. Vypočtěte a zapište jejich lineární konvoluci $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	-3	2	5
$x_2[n]$	2	0	1	-1

Příklad 12 Pro signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ z předcházejícího příkladu vypočtěte a zapište jejich kruhovou konvoluci $y[n] = x_1[n] \circledN x_2[n]$.

Příklad 13 Diskrétní signál $x[n]$ je reálný, hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) známe pouze na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{8}$ rad: $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 4 + 4j$. Určete hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = \frac{5\pi}{8}$ rad. Pokud to nejde, jasně to napište.

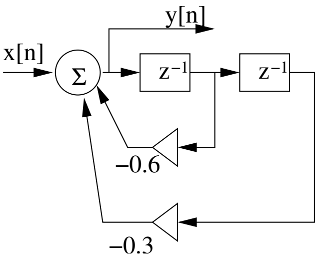
$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$

Příklad 14 Je dán signál s diskrétním časem o délce $N = 8$, vzorky $x[0] \dots x[7]$ jsou
1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0.
Vypočtěte druhý koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[2] =$

Příklad 15 DFT diskrétního signálu $x[n]$ o délce $N = 8$ se vzorky $x[0] \dots x[7]$: 1, 0, 5, 0, -1, 0, 1, 0 je $X[k]$. DFT diskrétního signálu $y[n]$ o stejné délce je dána: $Y[k] = X[k]e^{+j\frac{2\pi}{8}k\,3}$. Napište signál $y[n]$.

Příklad 16 Podle schématu číslicového filtru napište jeho přenosovou funkci.



$H(z) =$

Příklad 17 Číslicový filtr IIR má přenosovou funkci $H(z) = \dfrac{1}{1 + 0.81z^{-2}}$.
Určete, zda je tento filtr stabilní, je nutné krátké zdůvodnění, ne pouze odpověď ano/ne.

Příklad 18 Číslicový filtr typu pásmová zádrž má 4 nulové body: $n_1 = e^{j0.5\pi}$, $n_2 = e^{-j0.5\pi}$, $n_3 = n_4 = 0$, a 4 póly: $p_1 = 0.7e^{j0.25\pi}$, $p_2 = 0.7e^{j0.75\pi}$, $p_3 = p_1^\star$, $p_4 = p_2^\star$ (hvězdička značí komplexní sdružení). Určete, na jaké normované kruhové frekvenci ω_{min} bude ležet minimum modulu jeho frekvenční charakteristiky a jaká zde bude její hodnota.

$\omega_{min} =$ rad, $H(e^{j\omega_{min}}) =$

Příklad 19 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu má tvar "kočičích uší":

$$p(x) = \begin{cases} -x & \text{pro} \quad -1 < x \leq 0 \\ x & \text{pro} \quad 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete rozptyl (varianci) tohoto signálu.

$D =$

Příklad 20 Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$ o délce $N = 100$ vzorků (nenulových vzorků je 10). Nakreslete vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -50 do +50.