Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 29.1.2021, skupina odpoledne

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ s **diskrétním časem** jsou dány: $x_1[n] = \begin{cases} 1 - \frac{n}{3} & \text{pro } 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
a $x_2[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = -1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Nakreslete signál, který vznikne jejich rozdílem: $y[n] = x_1[n] - x_2[n]$.

Příklad 2 Signál se spojitým časem je: $x(t) = 1 - e^{j20\pi t}$. Nakreslete průběh jeho reálné i imaginární složky: $\mathcal{R}[x(t)]$ a $\mathcal{I}[x(t)]$. Na osách jasně vyznačte důležité hodnoty.

Příklad 3 Určete základní periodu N_1 diskrétního signálu $x[n] = 5\cos\left(\frac{8\pi n}{31}\right)$.
Pomůcka: pro periodický signál musí platit $x[n] = x[n + N_1]$.

$N_1 =$ ....

Příklad 4 $x(t)$ je periodický signál se spojitým časem s periodou $T_1 = 1$ ms. Nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady jsou: $c_0 = 5e^{j\pi}$, $c_1 = 2.5e^{-j\frac{\pi}{4}}$, $c_{-1} = 2.5e^{+j\frac{\pi}{4}}$. Nakreslete signál $x(t)$. Na osách jasně vyznačte důležité hodnoty.

Příklad 5 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} \cos(\frac{2\pi}{T_1}t) & \text{pro } -\frac{T_1}{2} \leq t \leq +\frac{T_1}{2} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Vypočtěte a nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce $|X(j\omega)|$. Pomůcka 1: pro $y(t) = x_1(t)x_2(t)$ je $Y(j\omega) = X_1(j\omega) \star X_2(j\omega)$. Pomůcka 2: koeficienty Fourierovy řady se dají na spektrální funkci zkonvertovat takto: $X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi c_k \delta(\omega - k\omega_1)$, kde $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$.

Příklad 6 Spektrální funkce signálu $y(t)$ je $Y(j\omega) = X(j\omega)e^{+j2\omega}$. Napište vztah pro výpočet signálu $y(t)$ ze signálu $x(t)$ v časové oblasti.

$y(t) =$ ....

Příklad 7 Chování systému se spojitým časem je dáno rovnicí $y(t) = \sin x(t)$.
Dokažte že systém není lineární tak, že ukážete, že neplatí poučka o linearitě:
$x_1(t) \to y_1(t), \quad x_2(t) \to y_2(t) \quad \Rightarrow \quad ax_1(t) + bx_2(t) \to ay_1(t) + by_2(t)$.

Příklad 8 Systém se spojitým časem má přenosovou funkci $H(s) = s^2 - 10000$. Nakreslete přibližně průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence $\omega = 0 \ldots 400$ rad/s

---

Příklad 9 Popište a nakreslete, jak ze spektra navzorkovaného signálu $X_s(j\omega)$ získat spektrum rekonstruovaného signálu $X_r(j\omega)$ ve frekvenční oblasti.

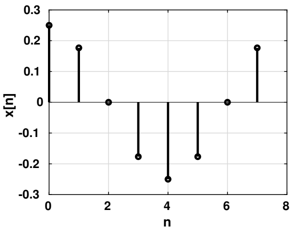
Příklad 10 Vypočtěte a do tabulky napište kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

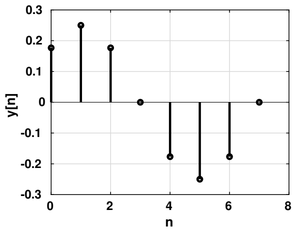
n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	0	1	0
$x_2[n]$	-1	-1	0	3
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 11 Diskrétní Fourierova řada (DFŘ) $\tilde{X}[k]$ diskrétního signálu s periodou $N = 8$ má v intervalu $k = 0 \dots N-1$ pouze jeden nenulový koeficient: $\tilde{X}[1] = e^{-j0.1}$. Napište vztah pro signál $x[n]$. Pomůcka: signál nemusí být reálný.

$x[n] =$ ....

Příklad 12 Signál $x[n]$ s diskrétním časem o délce $N = 8$ na obrázku byl kruhově posunut - viz druhý obrázek. První koeficient diskrétní Fourierovy transformace (DFT) signálu $x[n]$ má hodnotu $X[1] = 1$. Určete (ve složkovém tvaru) první koeficient DFT posunutého signálu.

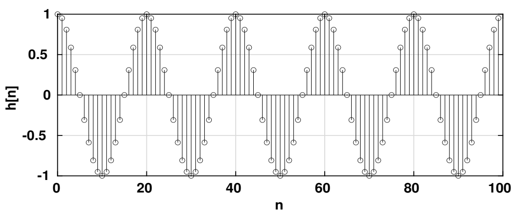




$Y[1] =$..............

Příklad 13 Máme k disposici signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků, vzorkovací frekvence je $F_s = 16$ kHz. Popište (slovně, kódem, pseudo-kódem, obrázkem nebo jejich kombinací), jak vypočítat a zobrazit spektrum signálu s osou v Hertzích od $-\frac{F_s}{2}$ do $\frac{F_s}{2}$. V tomto intervalu požadujeme 1024 bodů. Pozornost laskavě věnujte i výpočtu správných hodnot pro frekvenční osu.

Příklad 14 Impulsní odezva číslicového filtru má $N = 100$ vzorků a je dána: $h[n] = \cos(\frac{2\pi}{20}n)$, viz obrázek.
Nakreslete přibližně modul frekvenční charakteristiky filtru $|H(e^{j\omega})|$ pro interval normovaných kruhových frekvencí $\omega = 0 \dots \pi$ rad. Pokud má frekvenční charakteristika extrém, označte, na jaké frekvenci.



Příklad 15 Frekvenční charakteristika číslicového filtru je $H(e^{j\omega}) = \frac{1+0.5e^{-j\omega}-0.2e^{-j2\omega}}{1-0.3e^{-j\omega}-0.1e^{-j2\omega}}$ Napište kód v jazyce C pro implementaci tohoto filtru: funkce, jejímž vstupem je vzorek $x[n]$ a výstupem vzorek $y[n]$. Pomůcka: nezapomeňte na `static`, je-li třeba.

```
float filter(float xn) {




  return yn;
}
```

Příklad 16 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu $\xi[n]$ je $F(x) = \begin{cases} x & \text{pro } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete pravděpodobnost, že se hodnota náhodného signálu vyskytne v intervalu $0.5 \ldots 1.5$

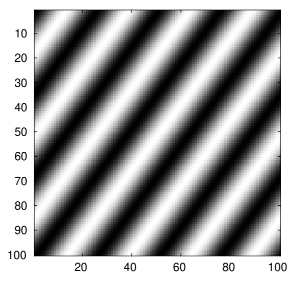
$\mathcal{P}(0.5 \leq \xi[n] \leq 1.5) =$....................

Příklad 17 Na vstup kvantizéru přichází signál $x[n]$, který může nabývat pouze dvou hodnot: +10 nebo -10. Pravděpodobnost obou hodnot je stejná. Kvantizér ale nefunguje a dává na výstupu pořád hodnotu $x_q[n] = 0$. Určete poměr signálu k šumu (chybě) způsobenému kvantováním v deciBellech. Pomůcka: můžete si situaci simulovat třeba pro N = 100 vzorků.

Příklad 18 Spektrální hustota výkonu stacionárního náhodného signálu s diskrétním časem je konstantní: $G(e^{j\omega}) = 5$. Určete zadaný korelační koeficient signálu.

$R[55] =$.............

Příklad 19 2D signál má rozměry 100×100 pixelů a je na obrázku (černá je 1, bílá je 0). Určete, které koeficienty jeho 2D-DFT $X[m,n]$ budou nenulové pro interval $m = 0 \ldots 10$ a $n = 0 \ldots 10$. Pokud bude $X[0,0]$ nenulový, určete jeho hodnotu přesně.



Příklad 20 2D signál má rozměry 100×100 pixelů a je na obrázku (černá je 1, bílá je 0). Nakreslete, jak bude vypadat po filtraci mediánovým filtrem o rozměrech 9×9.