

# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2019, skupina C

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Signál se spojitým časem je dán jako:  $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál  $y(t) = x(-t + 2)$

---

**Příklad 2** Periodický signál s diskrétním časem má periodu  $N = 4$ . Jedna perioda obsahuje vzorky  $x[0] = 3$ ,  $x[1] = -2$ ,  $x[2] = 1$ ,  $x[3] = -1$   
Určete střední výkon tohoto signálu.

---

**Příklad 3** Signál se spojitým časem je dán jako  $x(t) = -3 + \cos(62\pi t + \frac{\pi}{6})$

Nakreslete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady na správné kruhové frekvence — do jednoho obrázku moduly, do druhého argumenty. Hodnoty na osách  $\omega$ ,  $|c_k|$  a  $\arg c_k$  řádně označte.

---

**Příklad 4** Fourierova řada komplexní exponenciály  $x(t) = \sqrt{18}e^{j(16\pi t + \frac{3\pi}{4})}$  má pouze jeden nenulový koeficient:  $c_{x,1} = \sqrt{18}e^{j\frac{3\pi}{4}}$ . Určete **ve složkovém tvaru** koeficient  $c_{y,1}$  předběhnutého signálu:  $y(t) = x(t + \frac{1}{16})$

$c_{y,1} = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 5** Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem:  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ .

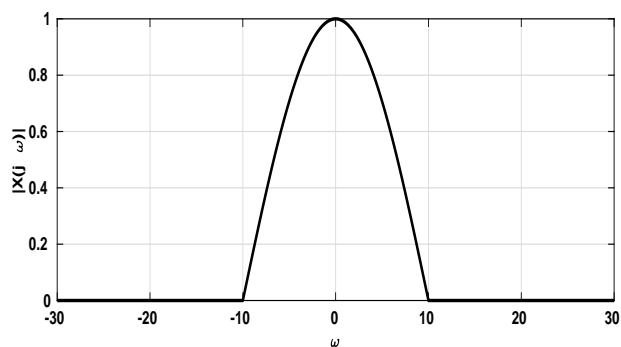
$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ \delta(t - 3) & \text{pro } t = 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

$\delta(t)$  označuje Diracův impuls.

**Příklad 6** Je dán trojúhelníkový signál  $x(t) = \begin{cases} t+1 & \text{pro } -1 \leq t \leq 0 \\ -t+1 & \text{pro } 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce. Hodnoty na osách  $\omega$  a  $X(j\omega)$  řádně označte. Pomůcka: Tento signál je konvolucí dvou obdélníkových impulsů o šířce  $\vartheta = 1$  a výšce  $D = 1$ .

**Příklad 7** Na obrázku je modul spektrální funkce signálu  $x(t)$ . Nakreslete do stejného obrázku modul spektrální funkce zrychleného signálu  $x(3t)$



**Příklad 8** Převedte diferenciální rovnici systému se spojitým časem  $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.3\frac{dx(t)}{dt} + 0.5x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 0.2\frac{dy(t)}{dt} - 0.1y(t)$  na přenosovou funkci.

$H(s) = \dots\dots\dots$

**Příklad 9** Napište přenosovou funkci **nestabilního** systému se spojitým časem 2. řádu (maximální mocnina proměnné  $s$  může být tedy 2).

$H(s) = \dots\dots\dots$

**Příklad 10** Navrhněte postup, jak experimentálně zjistit impulsní odezvu **skutečného** systému se spojitým časem (např. elektrického obvodu nebo mechanické soustavy).

**Příklad 11** Mikrofon AKG PS 5 je schopen snímat frekvence až do 20kHz. Uveďte, jakou minimální vzorkovací frekvenci je nutné použít pro vzorkování signálu z tohoto mikrofonu tak, aby nedocházelo k aliasingu.

$$F_{s_{min}} = \dots\dots\dots \text{ Hz}$$

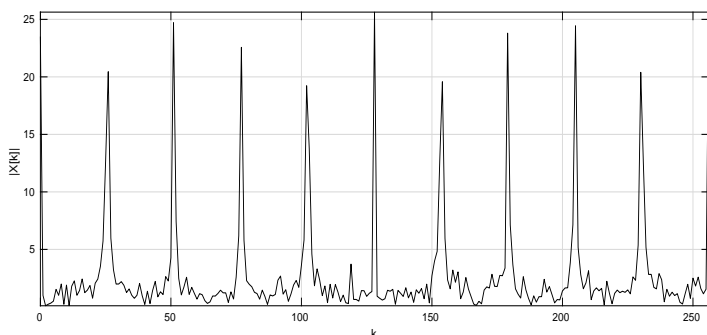
**Příklad 12** Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru pro signály vzorkované na vzorkovací frekvenci  $F_s = 8000$  Hz. Pomůcka: Pozor, tato impulsní odezva je se spojitým časem.

**Příklad 13** Signál s diskretním časem má jediný nenulový vzorek:  $x[-1] = 5$ , všechny ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskretním časem  $\tilde{X}(e^{j\omega})$  a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci  $\omega \in -\pi \dots \pi$ . Vyznačte důležité hodnoty na ose  $\omega$  i na svislých osách.

**Příklad 14** V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskretní Fourierovy řady reálného diskretního signálu s periodou  $N = 8$ . Doplňte chybějící hodnoty.

|                |   |    |       |    |   |   |   |   |
|----------------|---|----|-------|----|---|---|---|---|
| $k$            | 0 | 1  | 2     | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $\tilde{X}[k]$ | 5 | -3 | $1+j$ | -2 | 1 |   |   |   |

**Příklad 15** Na obrázku je výstup diskretní Fourierovy transformace pro diskretní signál o délce  $N = 512$ . Je zobrazen modul pro hodnoty  $k$  od 0 do 256. Vzorkovací frekvence byla  $F_s = 16000$  Hz. Z obrázku vyplývá, že signál byl periodický. Vysvětlete proč a vypočtěte, jaká je jeho základní perioda v sekundách.



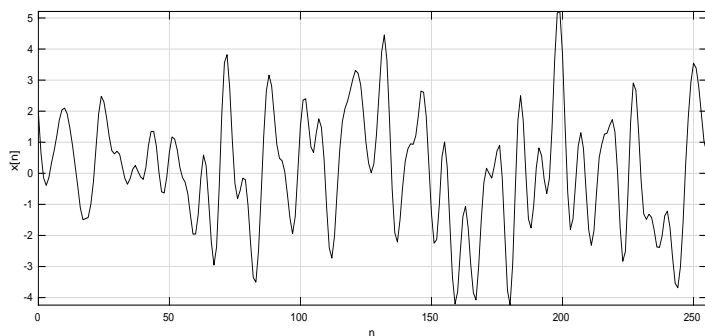
**Příklad 16** Vypočítejte střední výkon libovolné báze diskrétní Fourierovy transformace  $b[n] = e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$ .

---

**Příklad 17** Stacionární a ergodický náhodný signál s diskrétním časem má stejný počet kladných i záporných hodnot. Kladné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi 0.5 a 1.5. Záporné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi -1.5 a -0.5. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti takového signálu.

---

**Příklad 18** Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, k)$  náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy  $k = 1$ ) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu  $x_1$  vodorovně,  $x_2$  svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky). Použijte vychýlený odhad.



---

**Příklad 19** Hodnoty diskrétního signálu jsou od -100 do 100. Kvantizér je porouchaný a pro všechny vstupní vzorky dává hodnotu kvantovaného signálu  $x_q[n] = 0$ . Vypočtete poměr signálu ke kvantovacímu šumu (SNR), hodnotu uveďte v dB.

---

**Příklad 20** Na obrázku je diskrétní náhodný signál o délce  $N = 100$ . Nakreslete přibližný průběh jeho autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -30 do 30.

