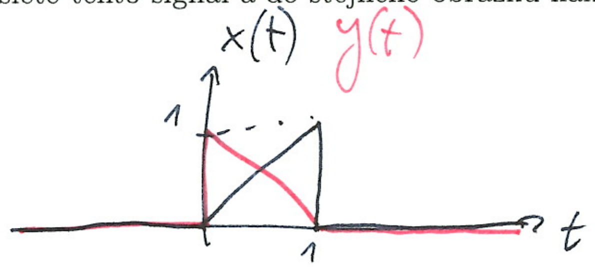
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2019, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t+1)$



Příklad 2 Periodický signál s diskrétním časem má periodu $N = 4$. Jedna perioda obsahuje vzorky $x[0] = 3,\quad x[1] = -3,\quad x[2] = 1,\quad x[3] = 1$
Určete střední výkon tohoto signálu.

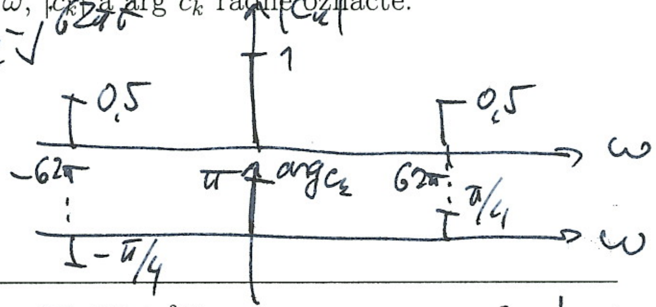
$$P_s = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] = \frac{3^2 + (-3)^2 + 1^2 + 1^2}{4} = \underline{\underline{5}}$$

$\omega_1 = 62\pi$ rad/s

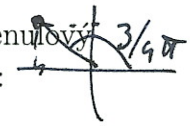
Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán jako $x(t) = -1 + \cos(62\pi t + \frac{\pi}{4})$
Nakreslete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady na správné kruhové frekvence — do jednoho obrázku moduly, do druhého argumenty. Hodnoty na osách ω, $|c_k|$ a arg c_k řádně označte.

$$x(t) = \underbrace{-1}_{c_0} + \underbrace{0{,}5\, e^{j\pi/4}}_{c_1} e^{j62\pi t} + \underbrace{0{,}5\, e^{-j\pi/4}}_{c_{-1}} e^{-j62\pi t}$$

$-1 = 1 \cdot e^{j\pi}$ nebo $1 \cdot e^{-j\pi}$



Příklad 4 Fourierova řada komplexní exponenciály $x(t) = \sqrt{18}e^{j(16\pi t + \frac{3\pi}{4})}$ má pouze jeden nenulový koeficient: $c_{x,1} = \sqrt{18}e^{j\frac{3\pi}{4}}$. Určete **ve složkovém tvaru** koeficient $c_{y,1}$ předběhnutého signálu: $y(t) = x(t + \frac{1}{8})$



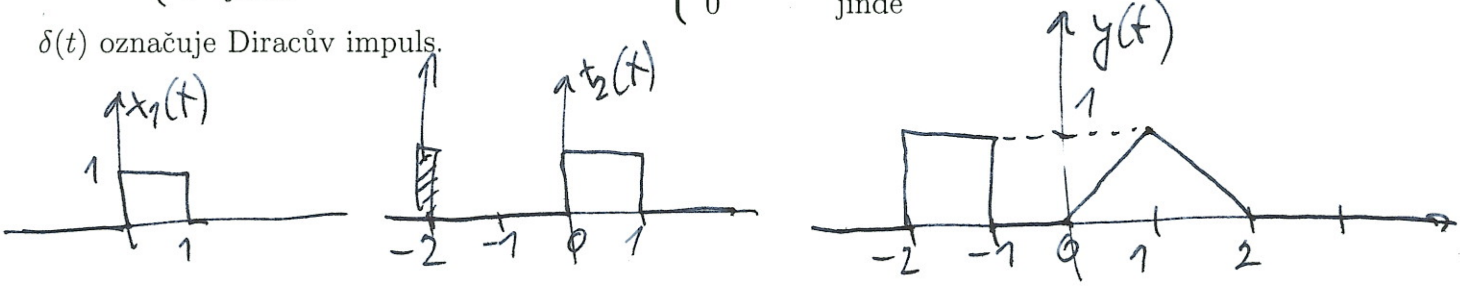
$c_{y,1} = c_{x,1} \cdot e^{+jk\omega_1\tau} = \sqrt{18}\cdot e^{j\frac{3\pi}{4}} \cdot e^{j\,1\cdot 16\pi\cdot\frac{1}{8}} = \sqrt{18}\, e^{j(\frac{3}{4}\pi + \cancel{2\pi})} = \underline{\underline{-3+3j}}$

Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ \delta(t+2) & \text{pro } t = -2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

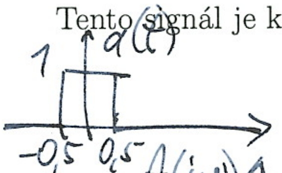
Dirac ≈ kopírka!

$\delta(t)$ označuje Diracův impuls.



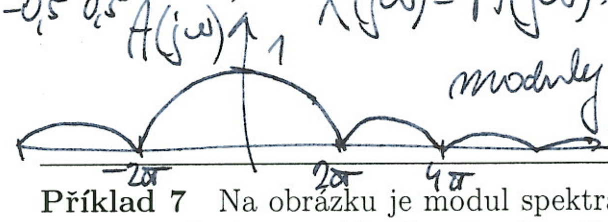
Příklad 6 Je dán trojúhelníkový signál $x(t) = \begin{cases} t+1 & \text{pro} \quad -1 \le t \le 0 \\ -t+1 & \text{pro} \quad 0 < t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce. Hodnoty na osách ω a $X(j\omega)$ řádně označte. Pomůcka: Tento signál je konvolucí dvou obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ a výšce $D = 1$.

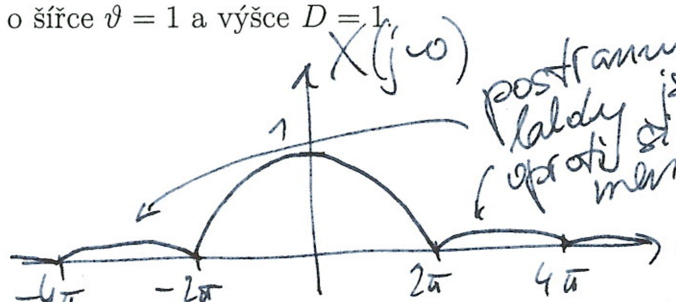


$x(t) = a(t) * a(t)$

$X(j\omega) = A(j\omega) \cdot A(j\omega)$

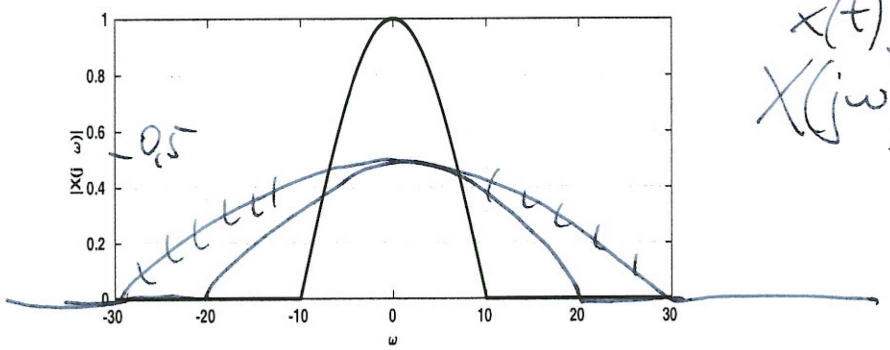


moduly se násobí



postranní laloky jsou oproti sinc menší

Příklad 7 Na obrázku je modul spektrální funkce signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku modul spektrální funkce zrychleného signálu $x(2t)$



$x(t) \longrightarrow x(mt)$

$X(j\omega) \longrightarrow \frac{1}{m} X\left(j\frac{\omega}{m}\right)$

zmenšení

„zpomalení" nebo „rozšíření"

Příklad 8 Převeďte diferenciální rovnici systému se spojitým časem
$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.5\frac{dx(t)}{dt} + 0.4x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 0.2\frac{dy(t)}{dt} - 0.1y(t)$ na přenosovou funkci.

$X(s)s^2 + 0{,}5X(s)s + 0{,}4X(s) = Y(s)s^2 - 0{,}2Y(s)s - 0{,}1Y(s)$

$X(s)\left[s^2 + 0{,}5s + 0{,}4\right] = Y(s)\left[s^2 - 0{,}2s - 0{,}1\right]$

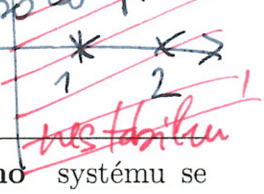
$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$

$H(s) = \frac{s^2 + 0{,}5s + 0{,}4}{s^2 - 0{,}2s - 0{,}1}$

Příklad 9 Napište přenosovou funkci **nestabilního** systému se spojitým časem 2. řádu (maximální mocnina proměnné s může být tedy 2).

Podmínka stability $Re(p_{1,2}) < 0$ (póly vlevo). Pro nestabilní systém je tedy musíme umístit vpravo. V čitateli může být cokoliv

Póly musíte dát kam chcete a mohou být reálné nebo komplexně sdružené!



$H(s) = \frac{s^2 + 8s + 88}{(s-1)(s-2)} = \frac{s^2 + 8s + 88}{s^2 - 3s + 2}$

Příklad 10 Navrhněte postup, jak experimentálně zjistit impulsní odezvu **skutečného** systému se spojitým časem (např. elektrického obvodu nebo mechanické soustavy).

① vybudit systém něčím krátkým a velkým (velký el. impuls, úder) a změřit reakci na výstupu v čase.

NEBO

② Proměřit frekvenční charakteristiku a pomocí IDFT ji převést do časové oblasti

A

Příklad 11 Mikrofon AKG PS 5 je schopen snímat frekvence až do 20kHz. Uveďte, jakou minimální vzorkovací frekvenci je nutné použít pro vzorkování signálu z tohoto mikrofonu tak, aby nedocházelo k aliasingu.

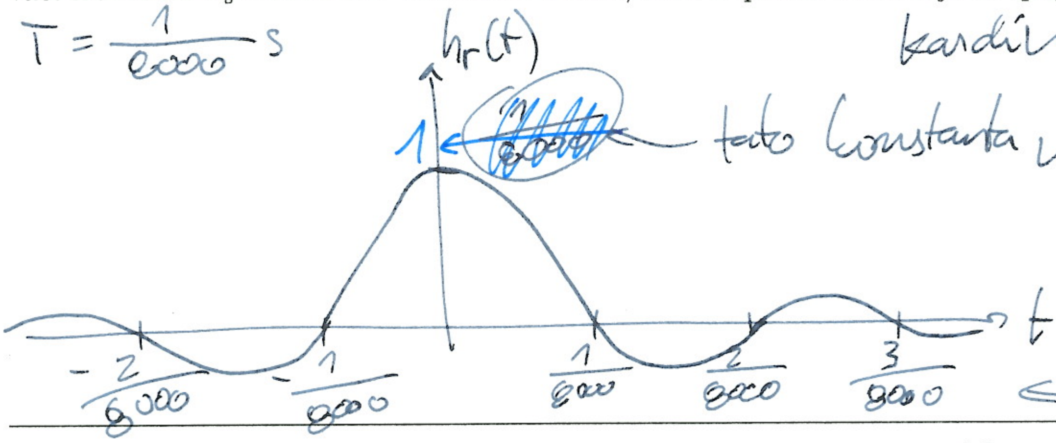
(z používaných tedy asi 44,1 nebo 48 kHz) ← toto již v odpovědi být nemusí.

$F_{s_{min}}$ = ...40......k Hz

Příklad 12 Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru pro signály vzorkované na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz. Pomůcka: Pozor, tato impulsní odezva je se spojitým časem.

$T = \frac{1}{8000}$ s

kardinální sinus v čase



$\cancel{\frac{1}{8000}}$ ← tato konstanta není důležitá.

tyto časy ano!

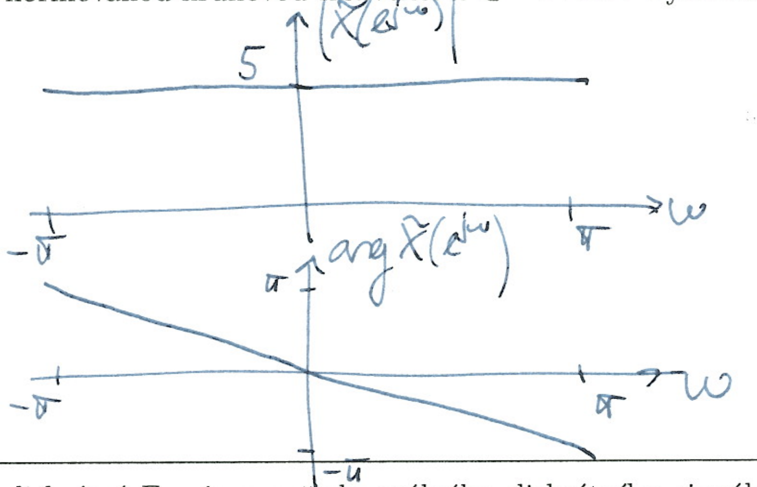
Příklad 13 Signál s diskrétním časem má jediný nenulový vzorek: $x[1] = 5$, všechny ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem $\tilde{X}(e^{j\omega})$ a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega \in -\pi \ldots \pi$. Vyznačte důležité hodnoty na ose ω i na svislých osách.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} =$$

$$= x[1] \cdot e^{-j\omega 1} = 5e^{-j\omega}$$

modul: 5

argument: $-\omega$

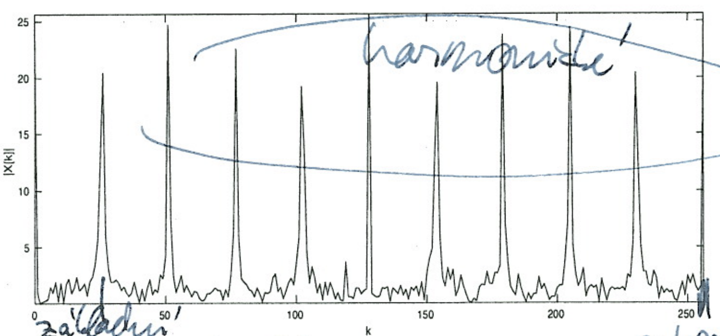


Příklad 14 V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskrétní Fourierovy řady reálného diskrétního signálu s periodou $N = 8$. Doplňte chybějící hodnoty.

$$\tilde{X}[k] = \tilde{X}^*[N-k]$$

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{X}[k]$	5	-3	1+j	-2	1	-2	1-j	-3

Příklad 15 Na obrázku je výstup diskrétní Fourierovy transformace pro diskrétní signál o délce $N = 512$. Je zobrazen modul pro hodnoty k od 0 do 256. Vzorkovací frekvence byla F_s =8000 Hz. Z obrázku vyplývá, že signál byl periodický. Vysvětlete proč a vypočtěte, jaká je jeho základní perioda v sekundách.



harmonické

základní frekvence $k=26$

≈ 4000 Hz $F_s/2$

$$f_1 = \frac{26}{256} \cdot 4000 \doteq 400 \text{ Hz}$$

perioda $T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{400} =$

$= \underline{2{,}5 \text{ ms}}$

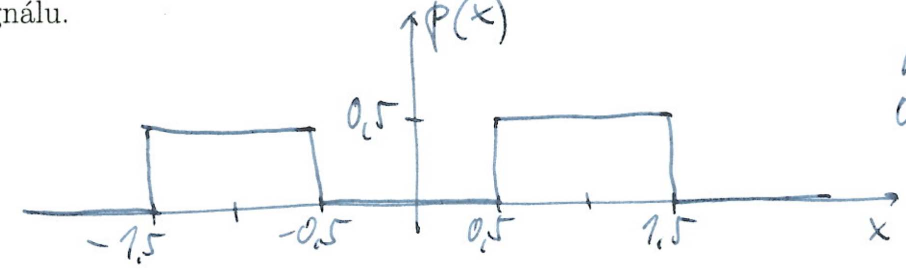
A

Příklad 16 Vypočítejte střední výkon libovolné báze diskrétní Fourierovy transformace $b[n] = e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$.

Báze je periodická s N, takže

$$P_s = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |b[n]|^2 = \frac{1}{N}\sum \underbrace{\left|e^{jk\frac{2\pi}{N}n}\right|^2}_{\text{abs. hodnota je vždy 1!}} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} 1 = \frac{N}{N} = \underline{\underline{1}}$$

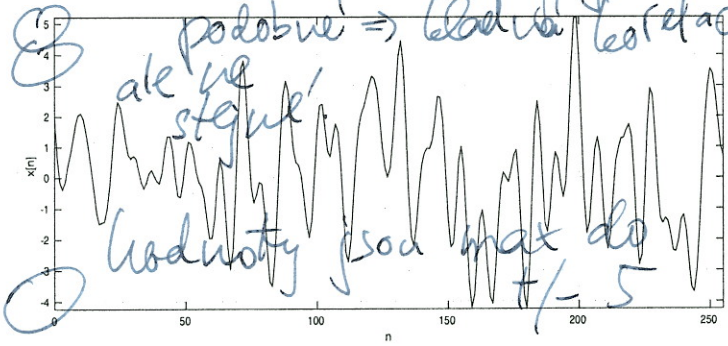
Příklad 17 Stacionární a ergodický náhodný signál s diskrétním časem má stejný počet kladných i záporných hodnot. Kladné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi 0.5 a 1.5. Záporné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi -1.5 a -0.5. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti takového signálu.



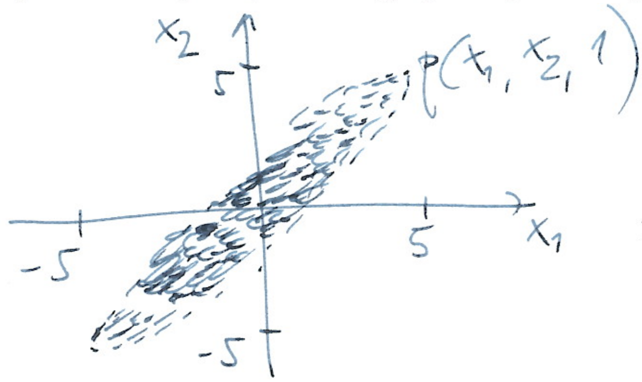
Musí mít hodnotu 0,5, aby $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,dx = 1$

Příklad 18 Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, k)$ náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy $k = 1$) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu x_1 vodorovně, x_2 svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky).

Sousední vzorky jsou podobné => kladná korelace ale ne stejné



Hodnoty jsou max do +/- 5



Příklad 19 Hodnoty diskrétního signálu jsou od -100 do 100. Kvantizér je porouchaný a pro všechny vstupní vzorky dává hodnotu kvantovaného signálu $x_q[n] = 0$. Vypočtěte poměr signálu ke kvantovacímu šumu (SNR), hodnotu uveďte v dB.

chyba kvantování: $e[n] = x[n] - x_q[n] = x[n]$ ... tedy původní signál

$$SNR = 10\log_{10}\frac{P_x}{P_e} = 10\log_{10}\frac{P_x}{P_x} = 10\log_{10} 1 = \underline{\underline{0\ dB}}$$

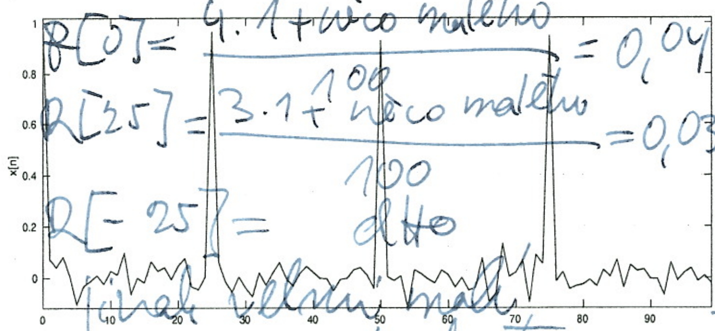
stejné hodnoty

Příklad 20 Na obrázku je diskrétní náhodný signál o délce $N = 100$. Nakreslete přibližný průběh jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -30 do 30. Použijte vychýlený odhad.

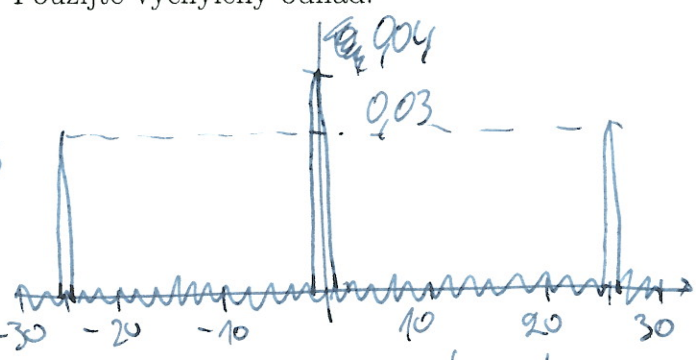
$$R[0] = \frac{4\cdot 1 + \text{něco malého}}{100} = 0{,}04$$

$$R[25] = \frac{3\cdot 1 + \text{něco malého}}{100} = 0{,}03$$

$R[-25]$ = dtto



jinak velmi malé hodnoty

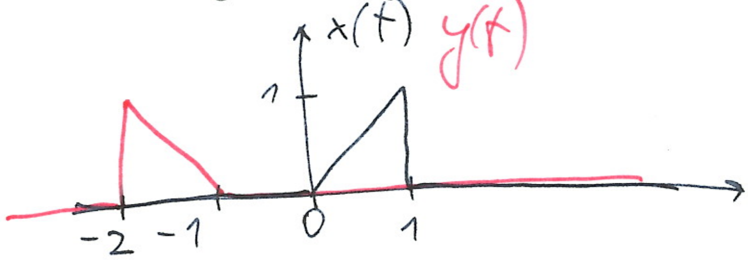


viz PNG soubor!

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2019, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t-1)$



Příklad 2 Periodický signál s diskrétním časem má periodu $N = 4$. Jedna perioda obsahuje vzorky $x[0] = 3,\quad x[1] = 3,\quad x[2] = 1,\quad x[3] = 1$
Určete střední výkon tohoto signálu.

viz A

$$P_s = \frac{3^2 + 3^2 + 1^2 + 1^2}{4} = \underline{\underline{5}}$$

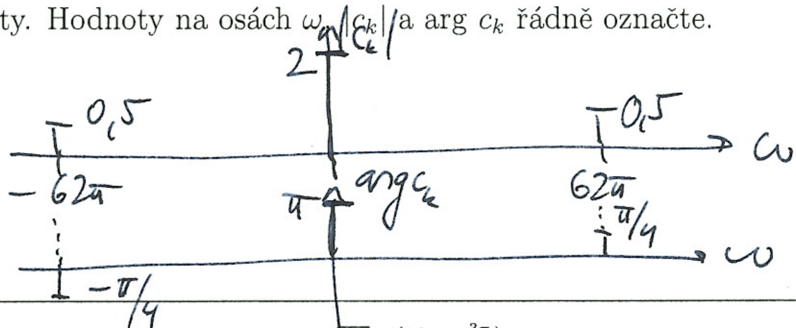
Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán jako $x(t) = -2 + \cos(62\pi t + \frac{\pi}{4})$
Nakreslete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady na správné kruhové frekvence — do jednoho obrázku moduly, do druhého argumenty. Hodnoty na osách ω, $|c_k|$ a arg c_k řádně označte.

viz A

$c_0 = -2$

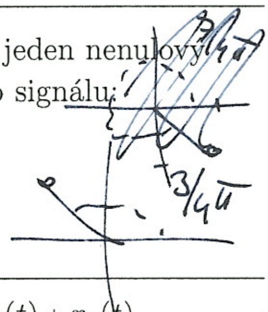
$c_1 = 0{,}5\, e^{j\pi/4}$

$c_{-1} = 0{,}5\, e^{-j\pi/4}$



Příklad 4 Fourierova řada komplexní exponenciály $x(t) = \sqrt{18} e^{j(16\pi t + \frac{3\pi}{4})}$ má pouze jeden nenulový koeficient: $c_{x,1} = \sqrt{18} e^{j\frac{3\pi}{4}}$. Určete **ve složkovém tvaru** koeficient $c_{y,1}$ předběhnutého signálu: $y(t) = x(t + \frac{1}{4})$

viz A



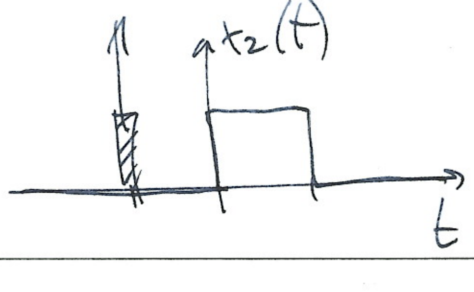
$c_{y,1} = \sqrt{18}\, e^{j(\frac{3}{4}\pi + 16\pi \cdot \frac{1}{4})} = \sqrt{18}\, e^{j(\frac{3}{4}\pi + \cancel{4\pi})} = \underline{\underline{-3+3j}}$

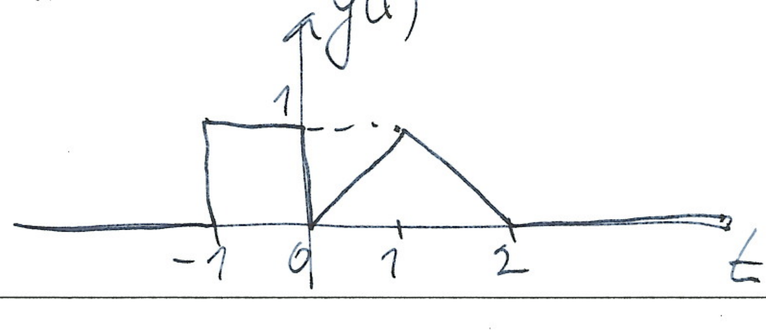
Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ \delta(t+1) & \text{pro } t = -1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

$\delta(t)$ označuje Diracův impuls.





B

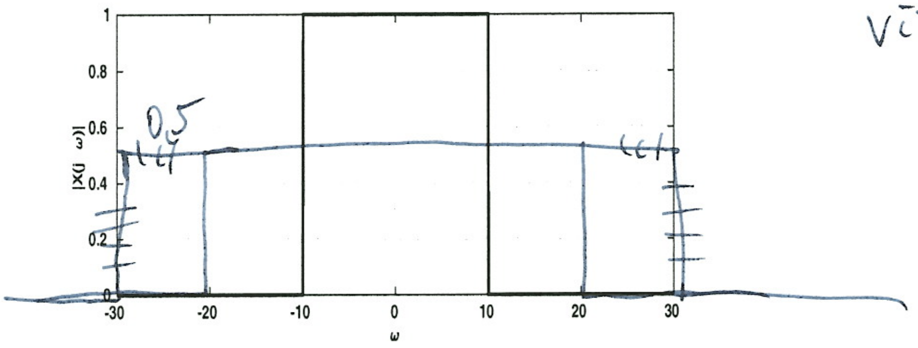
Příklad 6 Je dán trojúhelníkový signál $x(t) = \begin{cases} t+1 & \text{pro} \quad -1 \leq t \leq 0 \\ -t+1 & \text{pro} \quad 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce. Hodnoty na osách ω a $X(j\omega)$ řádně označte. Pomůcka: Tento signál je konvolucí dvou obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ a výšce $D = 1$.

viz A

Příklad 7 Na obrázku je modul spektrální funkce signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku modul spektrální funkce zrychleného signálu $x(2t)$

viz A



Příklad 8 Převeďte diferenciální rovnici systému se spojitým časem
$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.1\frac{dx(t)}{dt} + 0.2x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 0.2\frac{dy(t)}{dt} - 0.1y(t)$ na přenosovou funkci. viz A

$H(s) = \dfrac{s^2 + 0{,}1s + 0{,}2}{s^2 - 0{,}2s - 0{,}1}$

Příklad 9 Napište přenosovou funkci **nestabilního** systému se spojitým časem 2. řádu (maximální mocnina proměnné s může být tedy 2).

viz A

$H(s) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Příklad 10 Navrhněte postup, jak experimentálně zjistit impulsní odezvu **skutečného** systému se spojitým časem (např. elektrického obvodu nebo mechanické soustavy).

viz A

B

Příklad 11 Mikrofon AKG PS 5 je schopen snímat frekvence až do 20kHz. Uveďte, jakou minimální vzorkovací frekvenci je nutné použít pro vzorkování signálu z tohoto mikrofonu tak, aby nedocházelo k aliasingu.

viz A

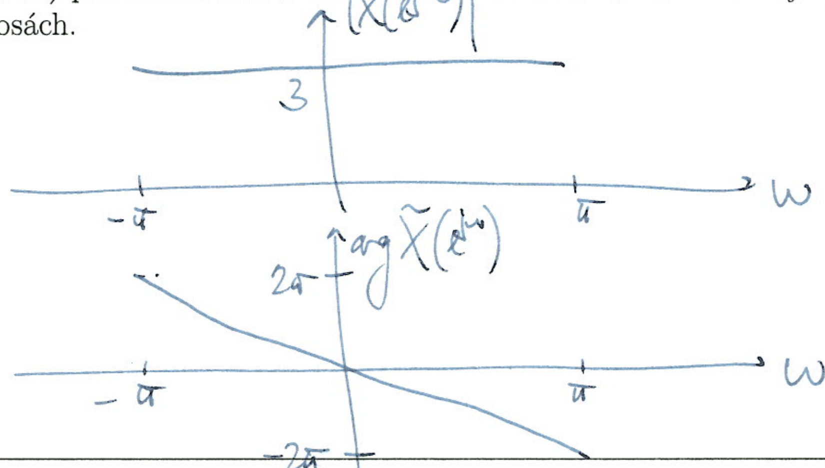
$F_{s_{min}}$ = ... Hz

Příklad 12 Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru pro signály vzorkované na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz. Pomůcka: Pozor, tato impulsní odezva je se spojitým časem.

viz A

Příklad 13 Signál s diskrétním časem má jediný nenulový vzorek: $x[2] = 3$, všechny ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem $\tilde{X}(e^{j\omega})$ a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega \in -\pi \dots \pi$. Vyznačte důležité hodnoty na ose ω i na svislých osách.

viz A



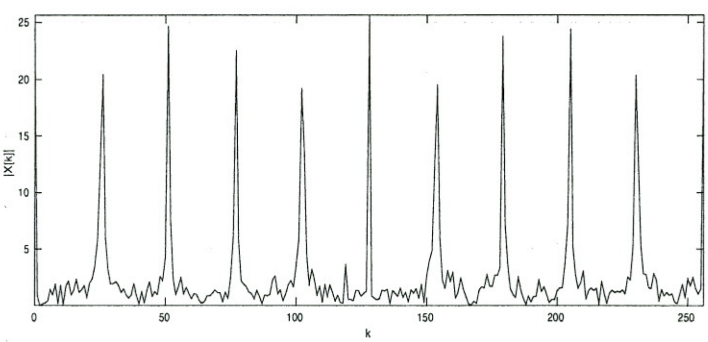
modul: 3
argument: -2ω

Příklad 14 V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskrétní Fourierovy řady reálného diskrétního signálu s periodou $N = 8$. Doplňte chybějící hodnoty.

$\tilde{X}[k] = \tilde{X}^*[N-k]$

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{X}[k]$	5	-3	1+j	-2	1	−2	1−j	−3

Příklad 15 Na obrázku je výstup diskrétní Fourierovy transformace pro diskrétní signál o délce $N = 512$. Je zobrazen modul pro hodnoty k od 0 do 256. Vzorkovací frekvence byla F_s =4000 Hz. Z obrázku vyplývá, že signál byl periodický. Vysvětlete proč a vypočtěte, jaká je jeho základní perioda v sekundách.



viz A

$f_1 = \frac{26}{256} \cdot 2000\,Hz = 200\,Hz$

$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{200} = \underline{\underline{5\,ms}}$

B

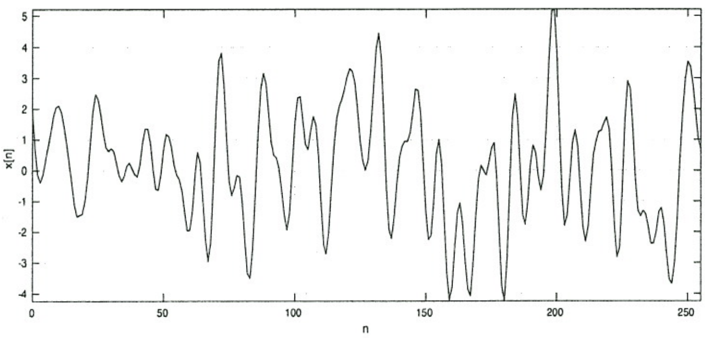
Příklad 16 Vypočítejte střední výkon libovolné báze diskrétní Fourierovy transformace $b[n] = e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$.

viz A

Příklad 17 Stacionární a ergodický náhodný signál s diskrétním časem má stejný počet kladných i záporných hodnot. Kladné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi 0.5 a 1.5. Záporné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi -1.5 a -0.5. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti takového signálu.

viz A

Příklad 18 Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, k)$ náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy $k = 1$) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu x_1 vodorovně, x_2 svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky). Použijte vychýlený odhad.

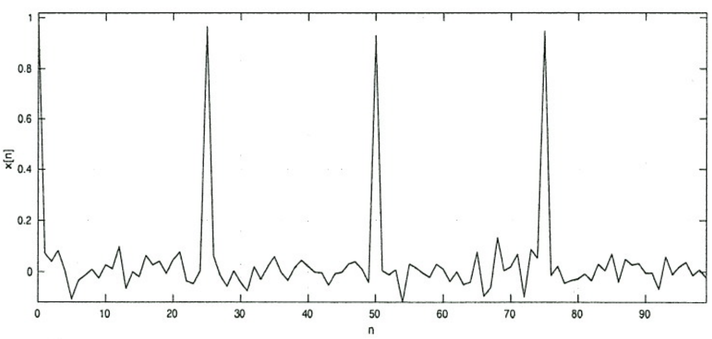


viz A

Příklad 19 Hodnoty diskrétního signálu jsou od -100 do 100. Kvantizér je porouchaný a pro všechny vstupní vzorky dává hodnotu kvantovaného signálu $x_q[n] = 0$. Vypočtěte poměr signálu ke kvantovacímu šumu (SNR), hodnotu uveďte v dB.

viz A

Příklad 20 Na obrázku je diskrétní náhodný signál o délce $N = 100$. Nakreslete přibližný průběh jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -30 do 30.



viz A

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2019, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t+2)$

Příklad 2 Periodický signál s diskrétním časem má periodu $N = 4$. Jedna perioda obsahuje vzorky $x[0] = 3,\quad x[1] = -2,\quad x[2] = 1,\quad x[3] = -1$

Určete střední výkon tohoto signálu. viz A

$$P_s = \frac{3^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-1)^2}{4} = \underline{\underline{3{,}75}}$$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán jako $x(t) = -3 + \cos(62\pi t + \frac{\pi}{6})$

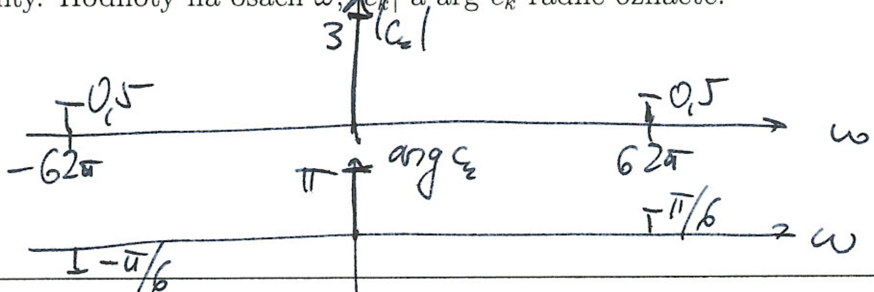
Nakreslete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady na správné kruhové frekvence — do jednoho obrázku moduly, do druhého argumenty. Hodnoty na osách ω, $|c_k|$ a $\arg c_k$ řádně označte.

viz A

$c_0 = -3$

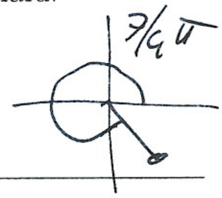
$c_1 = 0{,}5\, e^{j\pi/6}$

$c_{-1} = 0{,}5 \cdot e^{-j\pi/6}$



Příklad 4 Fourierova řada komplexní exponenciály $x(t) = \sqrt{18}e^{j(16\pi t + \frac{3\pi}{4})}$ má pouze jeden nenulový koeficient: $c_{x,1} = \sqrt{18}e^{j\frac{3\pi}{4}}$. Určete **ve složkovém tvaru** koeficient $c_{y,1}$ předběhnutého signálu: $y(t) = x(t + \frac{1}{16})$ viz A

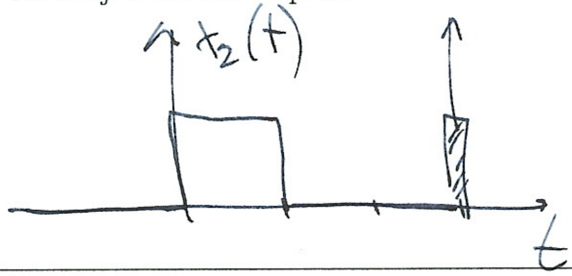
$c_{y,1} = \sqrt{18}\, e^{j(\frac{3}{4}\pi + 16\pi \cdot \frac{1}{16})} = \sqrt{18}\, e^{j\frac{7}{4}\pi} = \underline{\underline{3-3j}}$

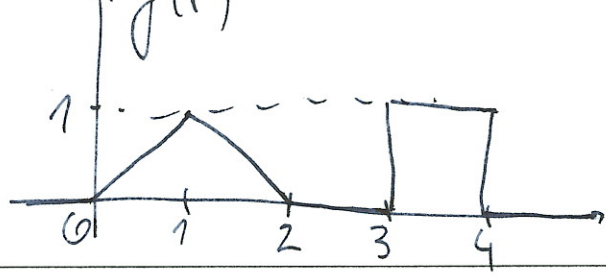


Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ \delta(t-3) & \text{pro } t = 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ viz A

$\delta(t)$ označuje Diracův impuls.





C

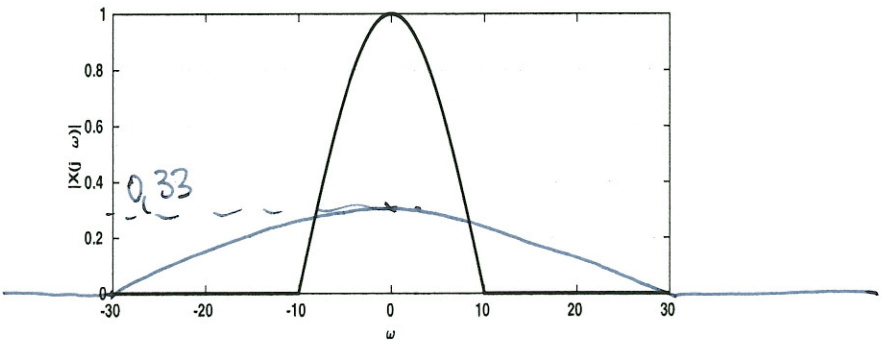
Příklad 6 Je dán trojúhelníkový signál $x(t) = \begin{cases} t+1 & \text{pro} \quad -1 \leq t \leq 0 \\ -t+1 & \text{pro} \quad 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce. Hodnoty na osách ω a $X(j\omega)$ řádně označte. Pomůcka: Tento signál je konvolucí dvou obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ a výšce $D = 1$.

viz A

Příklad 7 Na obrázku je modul spektrální funkce signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku modul spektrální funkce zrychleného signálu $x(3t)$

viz A



Příklad 8 Převeďte diferenciální rovnici systému se spojitým časem
$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.3\frac{dx(t)}{dt} + 0.5x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 0.2\frac{dy(t)}{dt} - 0.1y(t)$ na přenosovou funkci.

viz A

$$H(s) = \frac{s^2 + 0{,}3s + 0{,}5}{s^2 - 0{,}2s - 0{,}1}$$

Příklad 9 Napište přenosovou funkci **nestabilního** systému se spojitým časem 2. řádu (maximální mocnina proměnné s může být tedy 2).

viz A

$H(s) =$ ....

Příklad 10 Navrhněte postup, jak experimentálně zjistit impulsní odezvu **skutečného** systému se spojitým časem (např. elektrického obvodu nebo mechanické soustavy).

viz A

C

Příklad 11 Mikrofon AKG PS 5 je schopen snímat frekvence až do 20kHz. Uveďte, jakou minimální vzorkovací frekvenci je nutné použít pro vzorkování signálu z tohoto mikrofonu tak, aby nedocházelo k aliasingu.

viz A

$F_{s_{min}}$ = ... Hz

Příklad 12 Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru pro signály vzorkované na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz. Pomůcka: Pozor, tato impulsní odezva je se spojitým časem.

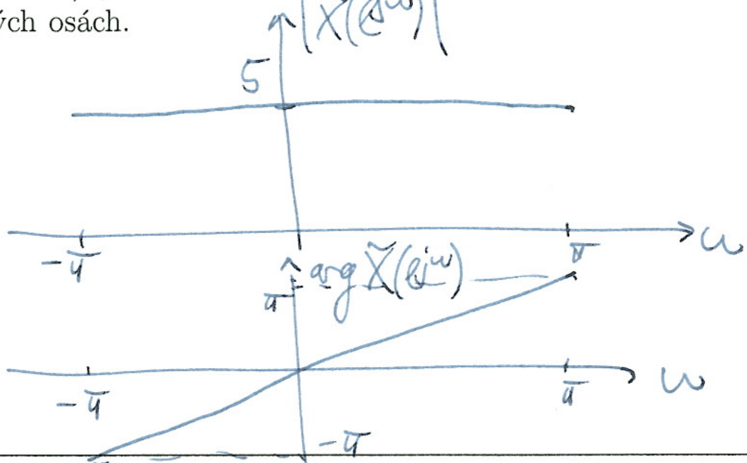
viz A

Příklad 13 Signál s diskrétním časem má jediný nenulový vzorek: $x[-1] = 5$, všechny ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem $\tilde{X}(e^{j\omega})$ a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega \in -\pi \ldots \pi$. Vyznačte důležité hodnoty na ose ω i na svislých osách.

viz A

modul : 5

argument: $+\omega$

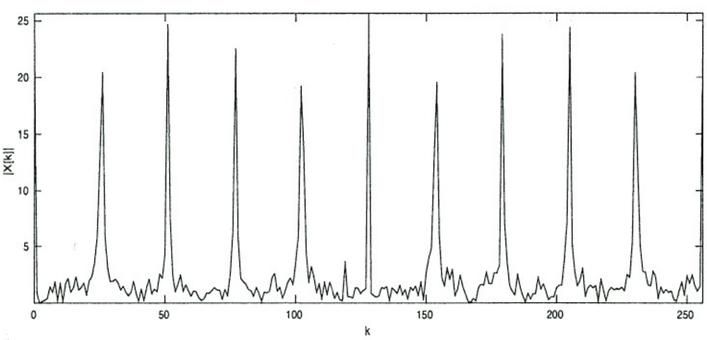


Příklad 14 V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskrétní Fourierovy řady reálného diskrétního signálu s periodou $N = 8$. Doplňte chybějící hodnoty.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{X}[k]$	5	-3	1+j	-2	1			

viz A

Příklad 15 Na obrázku je výstup diskrétní Fourierovy transformace pro diskrétní signál o délce $N = 512$. Je zobrazen modul pro hodnoty k od 0 do 256. Vzorkovací frekvence byla F_s =16000 Hz. Z obrázku vyplývá, že signál byl periodický. Vysvětlete proč a vypočtěte, jaká je jeho základní perioda v sekundách.



viz A

$f_1 = \frac{26}{256} \cdot 8000\,Hz = 800\,Hz$

$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{800} = \underline{\underline{1{,}25\,ms}}$

C

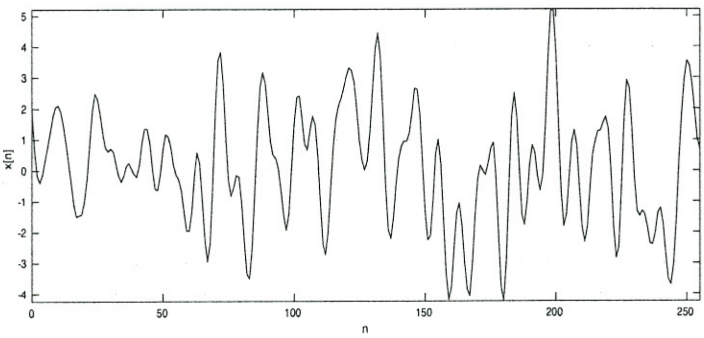
Příklad 16 Vypočítejte střední výkon libovolné báze diskrétní Fourierovy transformace $b[n] = e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$.

viz A

Příklad 17 Stacionární a ergodický náhodný signál s diskrétním časem má stejný počet kladných i záporných hodnot. Kladné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi 0.5 a 1.5. Záporné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi -1.5 a -0.5. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti takového signálu.

viz A

Příklad 18 Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, k)$ náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy $k = 1$) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu x_1 vodorovně, x_2 svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky). Použijte vychýlený odhad.

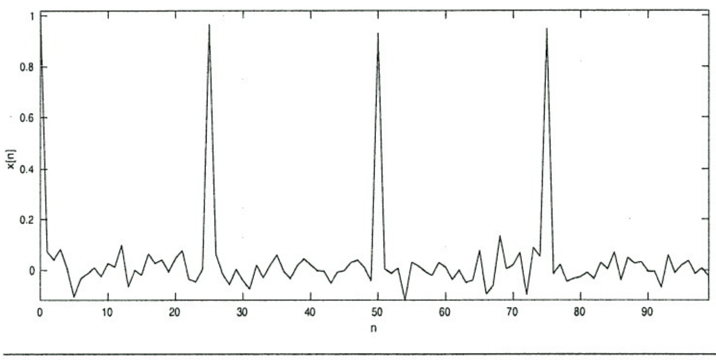


viz A

Příklad 19 Hodnoty diskrétního signálu jsou od -100 do 100. Kvantizér je porouchaný a pro všechny vstupní vzorky dává hodnotu kvantovaného signálu $x_q[n] = 0$. Vypočtěte poměr signálu ke kvantovacímu šumu (SNR), hodnotu uveďte v dB.

viz A

Příklad 20 Na obrázku je diskrétní náhodný signál o délce $N = 100$. Nakreslete přibližný průběh jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -30 do 30.



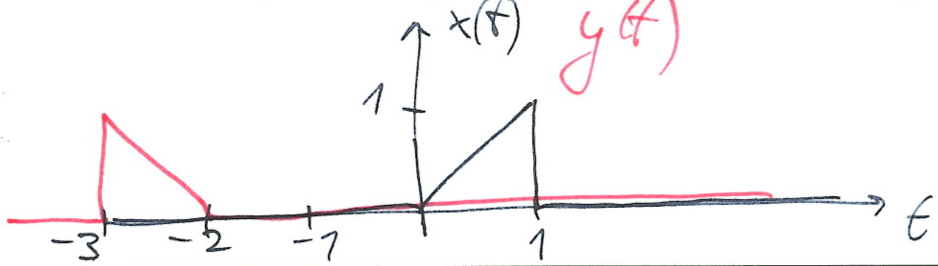
viz A

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2019, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(-t-2)$



Příklad 2 Periodický signál s diskrétním časem má periodu $N = 4$. Jedna perioda obsahuje vzorky $x[0] = 3, \quad x[1] = 2, \quad x[2] = 1, \quad x[3] = -1$

Určete střední výkon tohoto signálu. viz A

$$P_s = \frac{3^2 + 2^2 + 1^2 + (-1)^2}{4} = \underline{\underline{3{,}75}}$$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je dán jako $x(t) = -4 + \cos(62\pi t + \frac{\pi}{6})$

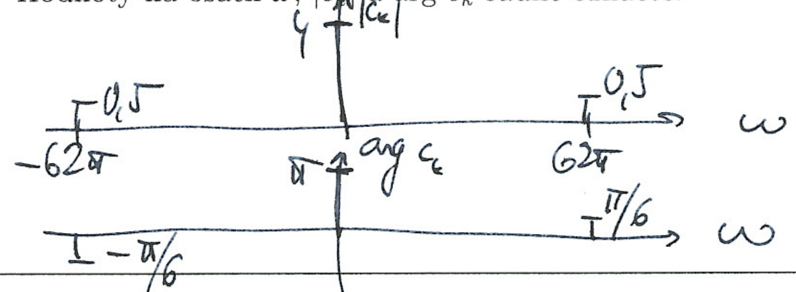
Nakreslete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady na správné kruhové frekvence — do jednoho obrázku moduly, do druhého argumenty. Hodnoty na osách ω, $|c_k|$ a $\arg c_k$ řádně označte.

viz A

$c_0 = -4$

$c_1 = 0{,}5\, e^{j\pi/6}$

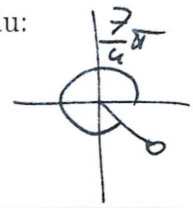
$c_{-1} = 0{,}5\, e^{-j\pi/6}$



Příklad 4 Fourierova řada komplexní exponenciály $x(t) = \sqrt{18}e^{j(16\pi t + \frac{3\pi}{4})}$ má pouze jeden nenulový koeficient: $c_{x,1} = \sqrt{18}e^{j\frac{3\pi}{4}}$. Určete **ve složkovém tvaru** koeficient $c_{y,1}$ předběhnutého signálu: $y(t) = x(t + \frac{3}{16})$

$$\sqrt{18}\cdot e^{j\left(\frac{3}{4}\pi + 16\pi\cdot\frac{3}{16}\right)} = \sqrt{18}\, e^{j\left(\frac{3}{4}\pi + 3\pi\right)} = \sqrt{18}\, e^{j\frac{7}{4}\pi} = \underline{\underline{3-3j}}$$

$c_{y,1} =$.............

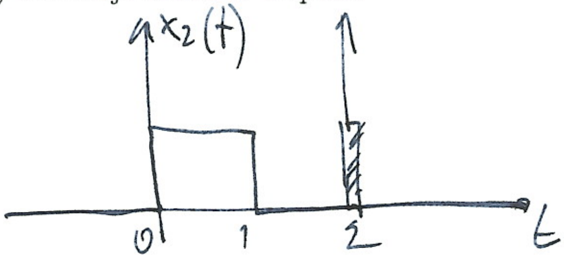


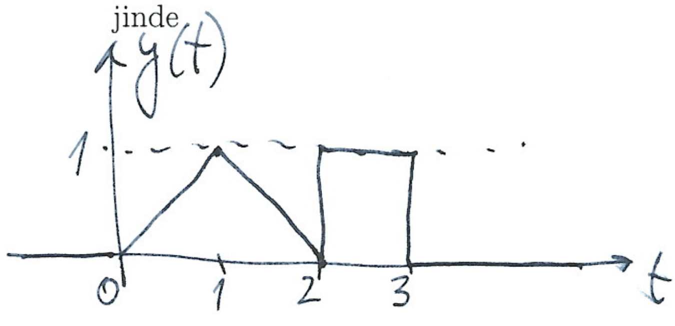
Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ \delta(t-2) & \text{pro } t = 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

$\delta(t)$ označuje Diracův impuls.





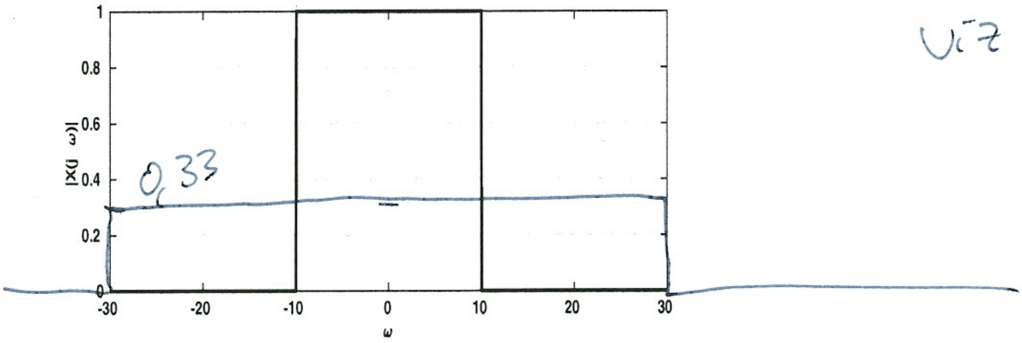
D

Příklad 6 Je dán trojúhelníkový signál $x(t) = \begin{cases} t+1 & \text{pro} \quad -1 \leq t \leq 0 \\ -t+1 & \text{pro} \quad 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete průběh modulu jeho spektrální funkce. Hodnoty na osách ω a $X(j\omega)$ řádně označte. Pomůcka: Tento signál je konvolucí dvou obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ a výšce $D = 1$.

viz A

Příklad 7 Na obrázku je modul spektrální funkce signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku modul spektrální funkce zrychleného signálu $x(3t)$



viz A

Příklad 8 Převeďte diferenciální rovnici systému se spojitým časem
$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 0.7\frac{dx(t)}{dt} + 0.1x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 0.2\frac{dy(t)}{dt} - 0.1y(t)$ na přenosovou funkci.

viz A

$H(s) = \frac{s^2 + 0{,}7s + 0{,}1}{s^2 - 0{,}2s - 0{,}1}$

Příklad 9 Napište přenosovou funkci **nestabilního** systému se spojitým časem 2. řádu (maximální mocnina proměnné s může být tedy 2).

viz A

$H(s) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Příklad 10 Navrhněte postup, jak experimentálně zjistit impulsní odezvu **skutečného** systému se spojitým časem (např. elektrického obvodu nebo mechanické soustavy).

viz A

Příklad 11 Mikrofon AKG PS 5 je schopen snímat frekvence až do 20kHz. Uveďte, jakou minimální vzorkovací frekvenci je nutné použít pro vzorkování signálu z tohoto mikrofonu tak, aby nedocházelo k aliasingu.

viz A

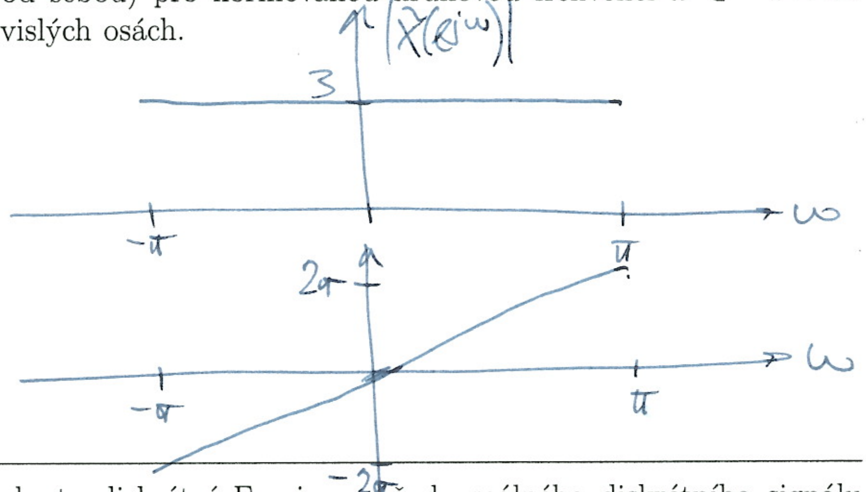
$F_{s_{min}}$ = ... Hz

Příklad 12 Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru pro signály vzorkované na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz. Pomůcka: Pozor, tato impulsní odezva je se spojitým časem.

viz A

Příklad 13 Signál s diskrétním časem má jediný nenulový vzorek: $x[-2] = 3$, všechny ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem $\tilde{X}(e^{j\omega})$ a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega \in -\pi \dots \pi$. Vyznačte důležité hodnoty na ose ω i na svislých osách.

viz A



modul: 3

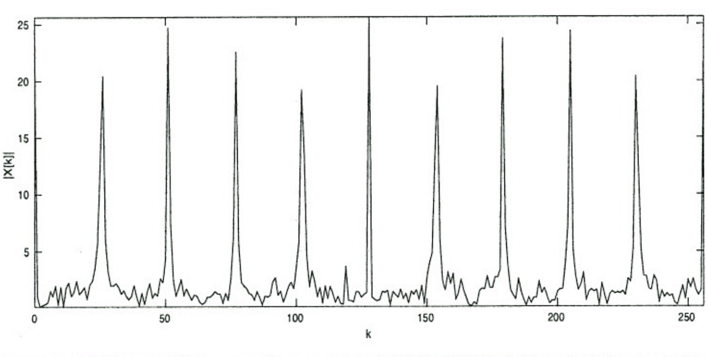
argument: +2ω

Příklad 14 V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskrétní Fourierovy řady reálného diskrétního signálu s periodou $N = 8$. Doplňte chybějící hodnoty.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{X}[k]$	5	-3	1+j	-2	1			

viz A

Příklad 15 Na obrázku je výstup diskrétní Fourierovy transformace pro diskrétní signál o délce $N = 512$. Je zobrazen modul pro hodnoty k od 0 do 256. Vzorkovací frekvence byla F_s =1000 Hz. Z obrázku vyplývá, že signál byl periodický. Vysvětlete proč a vypočtěte, jaká je jeho základní perioda v sekundách.



viz A

$$f_1 = \frac{26}{256} \cdot \cancel{1000}\,500 = \cancel{100\,Hz}\ 50\,Hz$$

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{\cancel{100}\,50} = \underline{0{,}02\,s}$$

D

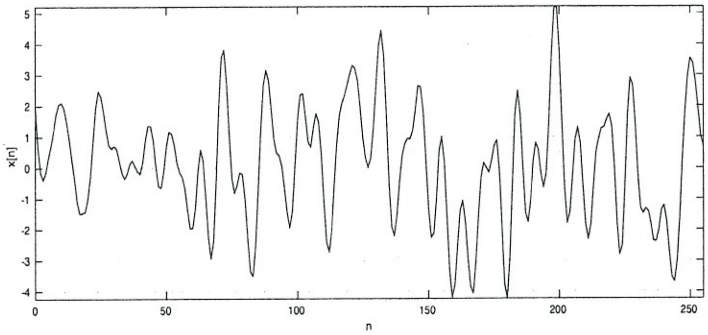
Příklad 16 Vypočítejte střední výkon libovolné báze diskrétní Fourierovy transformace $b[n] = e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$.

viz A

Příklad 17 Stacionární a ergodický náhodný signál s diskrétním časem má stejný počet kladných i záporných hodnot. Kladné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi 0.5 a 1.5. Záporné hodnoty jsou rovnoměrně rozděleny mezi -1.5 a -0.5. Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti takového signálu.

viz A

Příklad 18 Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, k)$ náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy $k = 1$) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu x_1 vodorovně, x_2 svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky). Použijte vychýlený odhad.

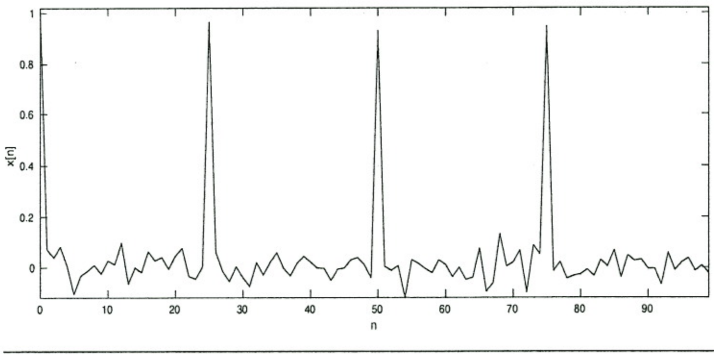


viz A

Příklad 19 Hodnoty diskrétního signálu jsou od -100 do 100. Kvantizér je porouchaný a pro všechny vstupní vzorky dává hodnotu kvantovaného signálu $x_q[n] = 0$. Vypočtěte poměr signálu ke kvantovacímu šumu (SNR), hodnotu uveďte v dB.

viz A

Příklad 20 Na obrázku je diskrétní náhodný signál o délce $N = 100$. Nakreslete přibližný průběh jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -30 do 30.



viz A