

# Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 22.1.2019, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Signál se spojitým časem je dán jako:  $x(t) = \begin{cases} t & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál  $y(t) = x(\frac{t}{2} - 1)$

---

**Příklad 2** Signál s diskrétním časem má nenulových  $N = 100$  vzorků:  $x[n] = \begin{cases} -5 & \text{pro } 0 \leq n \leq 49 \\ 1 & \text{pro } 50 \leq n \leq 99 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Spočítejte jeho celkovou energii.

---

**Příklad 3** Je dán signál se spojitým časem: sled Diracových impulsů  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1)$ , s periodou  $T_1 = 20$  ms. Vypočtete hodnoty všech jeho nenulových koeficientů Fourierovy řady  $c_k$  a nakreslete jejich moduly  $c_k$  pro  $k \in -5 \dots 5$  na správné frekvence. Pomůcka: můžete využít vzorce pro výpočet koeficientů FR sledu obdélníkových impulsů  $c_k = D \frac{\vartheta}{T_1} \text{sinc}(\frac{\vartheta}{2} k \omega_1)$ .

---

**Příklad 4** Spektrální funkce signálu se spojitým časem  $x(t)$  má na kruhové frekvenci  $\omega_1 = 200\pi$  rad/s hodnotu  $X(j\omega_1) = \sqrt{18}e^{j\frac{3\pi}{4}}$ . Určete hodnotu spektrální funkce předběhnutého signálu:  $y(t) = x(t + \frac{3}{200})$  na téže kruhové frekvenci. Hodnotu napište **ve složkovém tvaru**.

$Y(j\omega_1) = \dots$

---

**Příklad 5** Obdélníkový impuls se spojitým časem je dán jako  $x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro } -4 \text{ ms} \leq t \leq 4 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Vypočtete jeho spektrální funkci a nakreslete její modulovou i argumentovou část v závislosti na kruhové frekvenci  $\omega$  (do dvou obrázků). Vyznačte důležité hodnoty na ose  $\omega$  i na svislých osách.

---

**Příklad 6** Napište matematicky i krátce slovně, jaký je vztah mezi impulsní odezvou  $h(t)$  systému se spojitým časem a kmitočtovou charakteristikou  $H(j\omega)$  tohoto systému.

**Příklad 7** Přenosová funkce  $H(s)$  systému se spojitým časem má dva nulové body:  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 0$  a dva póly:  $p_1 = -1 + 1000j$ ,  $p_2 = -1 - 1000j$ . Určete modul i argument kmitočtové charakteristiky  $H(j\omega)$  tohoto systému pro frekvenci  $\omega_1 = 1000$  rad/s.

$|H(j1000)| = \dots\dots\dots$ ,  $\arg H(j1000) = \dots\dots\dots$  rad.

**Příklad 8** Obdélníkový impuls se spojitým časem je dán jako  $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -4 \text{ ms} \leq t \leq 4 \text{ ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Uveďte, jaká je minimální vzorkovací frekvence  $F_{s_{min}}$  pro jeho ideální vzorkování a ideální rekonstrukci.

$F_{s_{min}} = \dots\dots\dots$  Hz

**Příklad 9** Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce  $N = 4$ :

$n$	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	0	1	0
$x_2[n]$	-1	-1	0	3
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

**Příklad 10** Diskrétní signál má pouze dva vzorky nenulové:  $x[1] = 2$ ,  $x[-1] = -2$ , ostatní jsou nulové. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem  $\tilde{X}(e^{j\omega})$  a nakreslete její modulovou i argumentovou část (do dvou obrázků pod sebou) pro normovanou kruhovou frekvenci  $\omega \in -\pi \dots \pi$ . Vyznačte důležité hodnoty na ose  $\omega$  i na svislých osách. Pomůcka:  $\sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$ .

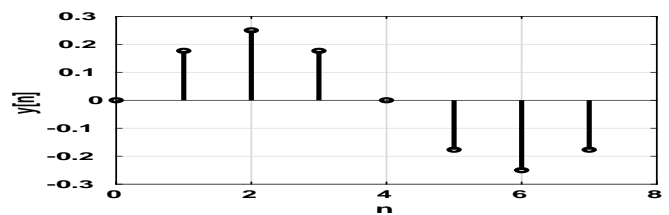
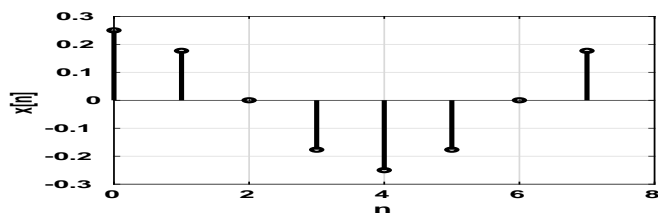
**Příklad 11** V tabulce jsou uvedeny hodnoty diskrétní Fourierovy řady reálného diskrétního signálu s periodou  $N = 8$ . Doplňte chybějící hodnoty.

$k$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$X[k]$				5	-3	$1+j$	-2	1

**Příklad 12** Diskrétní signál s délkou  $N = 100$  má všechny vzorky stejné:  $x[n] = 5$ . Vypočtete zadané koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

$X[0] = \dots\dots\dots$ ,  $X[1] = \dots\dots\dots$ ,

**Příklad 13** Signál  $x[n]$  s diskrétním časem o délce  $N = 8$  na obrázku byl kruhově posunut - viz druhý obrázek. První koeficient diskrétní Fourierovy transformace (DFT) signálu  $x[n]$  má hodnotu  $X[1] = 1$ . Určete (ve složkovém tvaru) první koeficient DFT posunutého signálu.



$Y[1] = \dots\dots\dots$

**Příklad 14** Impulsní odezva systému s diskrétním časem (neboli číslicového filtru), má pouze tři nenulové vzorky:  $h[0] = 1$ ,  $h[1] = 0.5$ ,  $h[2] = 0.1$ . Nakreslete schéma tohoto filtru. Pomůcka: blok zpožďující o jeden vzorek (většinou značený  $z^{-1}$ ) má pouze **jeden** výstup.

**Příklad 15** Přenosová funkce  $H(z)$  systému s diskrétním časem má dva nulové body:  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 0$  a dva póly:  $p_1 = 0.6j$ ,  $p_2 = -0.6j$ . Nakreslete průběh modulu jeho kmitočtové charakteristiky pro normované kruhové frekvence  $\omega \in 0 \dots \pi$  rad. Polohu maxima musíte určit přesně, hodnota maxima stačí pouze přibližně.

**Příklad 16** Napište přenosovou funkci  $H(z)$  systému s diskretním časem z příkladu 15.

$H(z) = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 17** Stacionární signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti:

$$p(x) = \begin{cases} 0.25 & \text{pro } 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{Určete jeho střední hodnotu.}$$

$a = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 18** Náhodný signál je bílý šum se středním výkonem  $P_s = 5$ . Nakreslete průběh jeho autokorelačních koeficientů  $R[k]$  pro  $k$  od -30 do 30.

---

**Příklad 19** Hodnoty cukernatosti sladu v pivovaru byly původně kvantovány na  $b_1 = 8$  bitech. Dva vodiče bylo ale nutné využít na jiné věci (jeden pro zapínání ohřevu kotle, jeden pro buzení sládka), pro kvantování tedy zbylo pouze  $b_2 = 6$  bitů. Uveďte, o kolik dB se zhoršil poměr signálu ke kvantovacímu šumu.

---

**Příklad 20** Na obrázku je stacionární a ergodický diskretní náhodný signál. Kladné vzorky mohou nabývat hodnoty od 0.5 do 1.5, záporné vzorky od -1.5 do -0.5. Vzorky jsou nekorelované, vzorek  $x[n]$  tedy nezávisí na žádném jiném. Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x_1, x_2, k)$  náhodného signálu na obrázku pro sousední vzorky (tedy  $k = 1$ ) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu  $x_1$  vodorovně,  $x_2$  svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky).

