Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 31.1.2018, skupina α

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Dva signály se spojitým časem jsou: $x_1(t) = \frac{3}{4}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j100\pi t}$ a $x_2(t) = \frac{3}{4}e^{+j\frac{\pi}{4}}e^{-j100\pi t}$. Určete, zda je jejich součet $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ reálný signál a pokud ano, napište pro něj vztah bez funkcí $e^{j\cdot}$.

Reálný ANO / NE. $x(t) =$ ....

Příklad 2 Je dán periodický signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -25 \text{ ms} \le t \le 25 \text{ ms} \\ 0 & \text{pro } -50 \text{ ms} < t < -25 \text{ ms} \\ 0 & \text{pro } 25 \text{ ms} < t < 50 \text{ ms} \end{cases}$
s periodou T_1 =100 ms. Nakreslete moduly koeficientů jeho Fourierovy řady $|c_k|$ v závislosti na frekvenci, pro $k \in [-5, \;\; 5]$. Hodnotu modulu koeficientu $|c_0|$ určete přesně, ostatní mohou být přibližně.

Příklad 3 Vypočtěte a nakreslete spektrální funkci (stačí pouze modul) signálu, který je směsí stejnosměrného signálu a Diracova impulsu: $x(t) = 1 + \delta(t)$. Pomůcka 1: Fourierova transformace je lineární. Pomůcka 2: Fourierova transformace stejnosměrného signálu o velikosti A je $2\pi A\delta(\omega)$.

Příklad 4 Hodnota spektrální funkce signálu se spojitým časem $x(t)$ na frekvenci $\omega_1 = 10\pi$ rad/s je $X(j10\pi) = 5 + 5j$. Určete hodnotu spektrální funkce signálu $y(t) = x(t - 0.2)$ na téže frekvenci.

$Y(j10\pi) =$......................

Příklad 5 Je dán periodický signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } 0 \text{ s} \le t < 2 \text{ s} \\ -1 & \text{pro } 2 \text{ s} \le t < 3 \text{ s} \end{cases}$
s periodou T_1 =3 s. Vypočtěte jeho střední výkon.

$P_s =$ ....

Příklad 6 Signál se spojitým časem je dán jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; 0 \text{ s} \leq t < 0.5 \text{ s} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete konvoluci tohoto signálu s periodickým sledem Diracových impulsů s periodou $T_1 = 1$ s: $x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_1)$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem má nulové body: $n_1 = 0, \quad n_2 = 100j$, $n_3 = -100j$ a póly $p_1 = -1 + 50j, \quad p_2 = -1 - 50j$. Přibližně určete a nakreslete průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky pro kruhové frekvence $\omega \in [0, \;\; 200]$ rad/s.

Příklad 8 Určete, zda je systém, který pro vstupní signál $x(t)$ produkuje výstupní signál $y(t) = x^2(t)$, lineární. Své tvrzení dokažte pomocí definice linearity: pokud $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ a $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$, pak $ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$.

Příklad 9 Napište v jakémkoliv programovacím jazyce (včetně Matlabu) kód pro generování pole (vektoru) vzorků, které při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz vyprodukuje 1 sekundu tónu na frekvenci 440 Hz (komorní 'a').

Příklad 10 Nakreslete impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru pro převod vzorkovaného signálu na signál se spojitým časem pro vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz.

Příklad 11 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze dvě nenulové hodnoty: $x[-1] = 2, \quad x[1] = 2$. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) a nakreslete ji v intervalu normovaných kruhových frekvencí $0 \dots 4\pi$ rad. Vzhledem k tomu, že je signál sudý, vyjde DTFT reálná, nemusíte ji proto dělit na modul a argument.

Příklad 12 V tabulce je zadán signál s diskrétním časem $x[n]$ o délce $N = 5$. Napište hodnoty signálu $y[n] = R_5[n]x[\mathrm{mod}_5(n-2)]$

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	4	0	1	0	1
$y[n]$					

Příklad 13 V tabulce je zadána impulsní odezva číslicového filtru $h[n]$ a vstupní signál $x[n]$. Napište hodnoty vzorků na výstupu filtru.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$h[n]$	4	-2	2	0	0	0	0	0
$x[n]$	4	0	1	0	1	0	0	0
$y[n]$								

Příklad 14 Napište přenosovou funkci filtru s impulsní odezvou $h[n]$ z předcházejícího příkladu.

$H(z) =$...........................

Příklad 15 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1}{1+0.707z^{-1}}$. Určete modul a argument frekvenční charakteristiky tohoto filtru $H(e^{j\omega})$ na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{3\pi}{4}$ rad.
Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.414, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

Příklad 16 Reálný signál s diskrétním časem je periodický s periodou $N = 50$ vzorků. Popište vztah mezi koeficienty $\tilde{X}[1]$ a $\tilde{X}[48]$ Diskrétní Fourierovy řady (DFŘ) tohoto signálu. Pokud žádný není, napište jasně "není".

Příklad 17 Signál s diskrétním časem má délku $N = 16$ vzorků a je pro $n = 0 \dots 15$ dán jako: $x[n] = 3\cos(2\pi\frac{2}{16}n + \frac{\pi}{4})$. Určete indexy a hodnoty nenulových koeficientů jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

Příklad 18 Nakreslete spektrální hustotu výkonu $G(e^{j\omega})$ Gaussovského bílého šumu s diskrétním časem jako funkci normované kruhové frekvence ω od 0 do 2π rad. Pomůcka: autokorelační koeficient $R[0]$ takového signálu je nenulový, koeficienty $R[k]$ pro $k \neq 0$ jsou nulové.

Příklad 19 Pixely obrázku o rozměrech 100×100 jsou všechny černé (hodnota 0), pouze 152 z nich je bílých (hodnota 1). Vypočtěte koeficient $X[0,0]$ 2D diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) tohoto obrázku.

$X[0,0] =$.............

Příklad 20 Na následujícím obrázku o rozměrech 100×100 označuje černá barva hodnotu 0, bílá je 1. Napište vztah pro jeho pixely $x[k,l]$.