Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 12.1.2017, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Určete střední výkon periodického signálu se spojitým časem s periodou $T_1 = 4$ s.
Jedna perioda je dána jako

$$x(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro} \quad 0 \leq t < 1\text{s} \\ 2 & \text{pro} \quad 1\text{s} \leq t < 2\text{s} \\ 10 & \text{pro} \quad 2\text{s} \leq t < 3\text{s} \\ 0 & \text{pro} \quad 3\text{s} \leq t < 4\text{s} \end{cases}$$

$P_s =$.........................

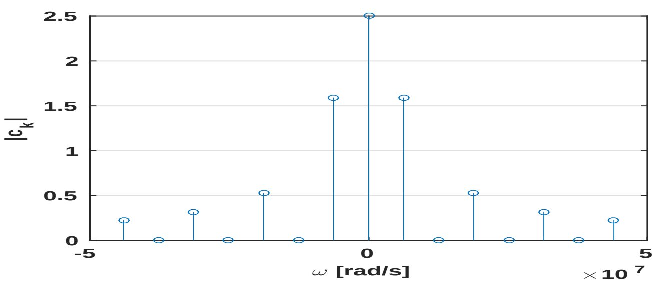
Příklad 2 Ve 2D-signálu (obrázku) o rozměrech 256×256 pixelů má pixel $x[0,0]$ hodnotu 2, všechny ostatní jsou nulové. Určete hodnoty všech koeficientů jeho 2D diskrétní Fourierovy transformace $X[m,n]$ pro $m \in 0 \ldots 255$ a $n \in 0 \ldots 255$

Příklad 3 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad -0.5 \leq t \leq 0.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

Příklad 4 Na obrázku jsou moduly koeficientů Fourierovy řady (FŘ) signálu $x(t)$. Do stejného obrázku nakreslete moduly koeficientů FŘ signálu $y(t) = x(t + 1 \text{ ms})$.



Příklad 5 Spektrální funkce signálu $x(t)$ je $X(j\omega) = \begin{cases} 50 & \text{pro} \quad -5000 \leq \omega \leq 5000 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište a nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t) = x(10t)$.

Příklad 6 Signál je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci F_s =32 kHz. Napište vztah pro impulsní odezvu ideálního rekonstrukčního filtru $h_r(t)$ a nakreslete ji.

$h_r(t)$ =........................

Příklad 7 Systém se spojitým časem je popsán diferenciální rovnicí $\alpha \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$, kde $x(t)$ je vstup a $y(t)$ je výstup.
Napište přenosovou funkci systému $H(s)$.

$H(s)$ =.............................

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem má nulový bod $n_1 = 0$, dva komplexně sdružené nulové body a dva komplexně sdružené póly:
$n_{2,3} = \pm 8000j, \quad p_{1,2} = -10 \pm 4000j$.
Nakreslete přibližně modulovou frekvenční charakteristiku $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence
$\omega \in [0,\ 15000]$ rad/s.

Příklad 9 Vypočtěte a do tabulky zapište kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	-1	-1	0	-1
$x_1[n] \circledN x_2[n]$				

Příklad 10 Hodnoty dvou vzorků signálu s diskrétním časem $x[n]$ jsou: $x[0] = 1$, $x[1] = -1$, ostatní jsou nulové. Vypočtěte hodnotu Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ tohoto signálu pro kruhovou frekvenci $\omega = 4\pi$ rad/s.

$\tilde{X}(e^{j4\pi})$ =.............

Příklad 11 Provádíme výpočet spektra pomocí diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Počet vzorků je $N = 256$, vzorkovací frekvence je $F_s = 64$ kHz. Zajímá nás frekvence 10 kHz. Který koeficient $X[k]$ budeme zobrazovat ?

$k =$ ....

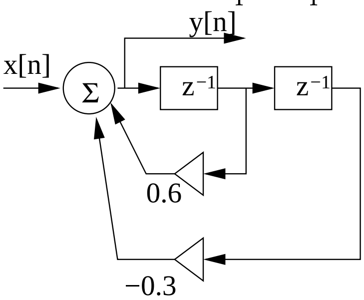
Příklad 12 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Hodnoty jsou následující: $x[n]$=`1 -1 0 0 0 0 0 0`. Známe hodnotu koeficientu jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT): $X[2] = 1 + j$. Určete hodnotu koeficientu DFT $Y[2]$ signálu $y[n]$, který je kruhově posunutou verzí signálu $x[n]$: $y[n]$=`0 0 1 -1 0 0 0 0`.

$Y[2] =$ ....

Příklad 13 Diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Jeho hodnoty jsou $x[0] = 1$, $x[1] = \sqrt{2}$, $x[7] = \sqrt{2}$, ostatní jsou nulové. Spočítejte koeficient $X[1]$ diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

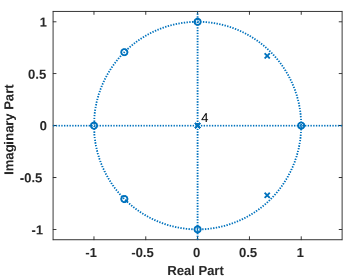
$X[1] =$.........

Příklad 14 Napište přenosovou funkci IIR filtru podle schématu.



$H(z) =$ ....

Příklad 15 Na obrázku je rozložení nulových bodů a pólů číslicového filtru. Číslo 4 v počátku značí, že se jedná o čtyřnásobný pól. Nakreslete přibližně modulovou frekvenční charakteristiku $|H(e^{j\omega})|$ pro normované kruhové frekvence $\omega \in [0,\ \pi]$ rad.



Příklad 16 Máte k disposici záznam $\Omega = 10^6$ šachových partií. Popište, jak odhadnete sdruženou pravděpodobnost toho, že v té samé partii jel v 5. tahu bílý pěšcem a v 7. tahu černý věží.

Příklad 17 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	0.53	1.83	-2.25	0.86	0.31	-1.30	-0.43	0.34	3.57	2.76

Proveďte souborový odhad distribuční funkce $F(x, 7)$ a nakreslete ji.

Příklad 18 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tabulka (sdružený histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2. Spočítejte korelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

intervaly	intervaly x_2			
x_1	[-20, -10]	[-10, 0]	[0, 10]	[10, 20]
[10, 20]	0	0	0	0
[0, 10]	0	1000	0	0
[-10, 0]	0	0	1000	0
[-20, -10]	0	0	0	2000

$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 19 V jazyce C máte v poli `Xr` o velikosti `N/2+1` uložené hodnoty reálné složky diskrétní Fourierovy transformace pro $k = 0 \dots \frac{N}{2}$ a v poli `Xi` o stejné velikosti imaginární složky diskrétní Fourierovy transformace pro $k = 0 \dots \frac{N}{2}$. Napište kód pro odhad spektrální hustoty výkonu, výsledek nechť je v poli `PSD` o stejné velikosti.

Příklad 20 Korelační koeficienty náhodného signálu $R[k]$ jsou: $R[0] = 6$, $R[1] = 2$, $R[-1] = 2$, ostatní jsou nulové. Určete, zda se jedná o bílý šum a svou odpověď zdůvodněte.

Bílý šum: ANO / NE, zdůvodnění: ....