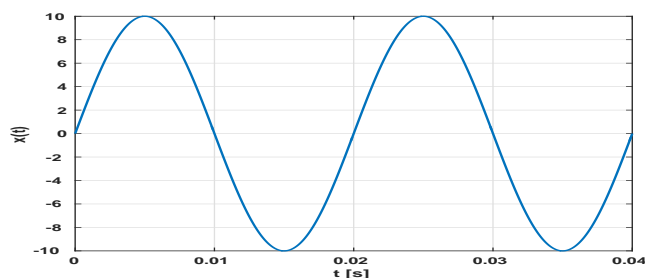


Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 1.2.2017, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Určete kruhovou frekvenci a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady pro signál na obrázku.



Příklad 2 Provádíme konvoluci dvou signálů se spojitým časem: $x_1(t)$ je nenulový od -3 s do 3 s. $x_2(t)$ je nenulový od 0 s do 3 s. Napište, v jakém intervalu bude nenulová jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

Příklad 3 Nakreslete průběh modulu i argumentu spektrální funkce $X(j\omega)$ stejnosměrného signálu $x(t) = 2$.

Příklad 4 Je dán obdélníkový signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } -3 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.

Na které kruhové frekvenci ω_a (v rad/s) bude jeho spektrální funkce poprvé nulová, postupujeme-li od $\omega = 0$ doprava ?

$\omega_a = \dots\dots\dots$

Příklad 5 Vysvětlete vztah mezi Fourierovou transformací a Laplaceovou transformací téhož signálu se spojitým časem $x(t)$.

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem má nulový bod $n_1 = 0$, další dva komplexně sdružené nulové body a dva komplexně sdružené póly:

$$n_{2,3} = \pm 2000j, \quad p_{1,2} = -10 \pm 1000j.$$

Nakreslete přibližně průběh modulové frekvenční charakteristiky $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence $\omega \in [0, 5000]$ rad/s.

Příklad 7 Netopýr rezavý vysílá zvuk — periodický signál — na základní frekvenci $f_1 = 23$ kHz. Jedná se o složitý signál, je nutné zaznamenat nejen základní frekvenci, ale i další harmonické frekvence až do $4f_1$. Určete, jaká bude minimální vzorkovací frekvence pro navzorkování netopýřího zvuku.

$$F_{s_{min}} = \dots\dots\dots$$

Příklad 8 Kvantizér má k dispozici 6 bitů, do něj vstupuje harmonický signál (cosinusovka), který plně využívá jeho dynamického rozsahu. Určete poměr signálu ke kvantizačnímu šumu (SNR) v deciBellech (dB) takového kvantizéru.

$$\text{SNR} = \dots\dots\dots$$

Příklad 9 Vypočtěte a do tabulky запиšte běžnou lineární (ne kruhovou!) konvoluci dvou signálů s diskretním časem.

| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------------------|----|---|---|----|---|---|---|---|---|---|
| $x_1[n]$ | 4 | 3 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $x_2[n]$ | -1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $x_1[n] \star x_2[n]$ | | | | | | | | | | |

Příklad 10 V tabulce je dán signál s diskretním časem o délce $N = 4$. Napište jeho předepsané kruhové posunutí.

| n | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------------------------------|---|---|---|---|
| $x[n]$ | 4 | 3 | 1 | 2 |
| $R_4[n]x[\text{mod}_4(n-3)]$ | | | | |

Příklad 11 Je dán diskretní harmonický signál (diskretní cosinusovka) s periodou $N = 16$:

$$\tilde{x}[n] = 5 \cos\left(\frac{2\pi n}{16} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Určete indexy a hodnoty všech jeho nenulových koeficientů diskretní Fourierovy řady $\tilde{X}[k]$ v intervalu $k \in 0 \dots N - 1$. Stačí jejich zápis v exponenciálním tvaru, není nutné převádět na složkový.

Příklad 12 Diskretní signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků. Jeho hodnoty jsou

$x[0] = 1$, $x[1] = \sqrt{2}$, $x[7] = -\sqrt{2}$, ostatní jsou nulové. Spočítejte zadaný koeficient diskretní Fourierovy transformace (DFT).

$$X[3] = \dots\dots\dots$$

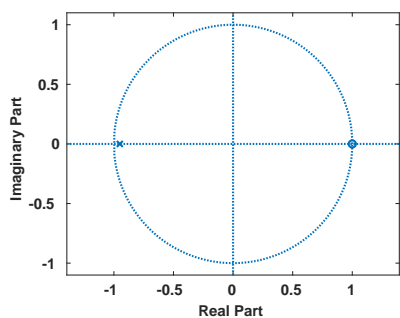
Příklad 13 Diskretní signál $x[n]$ o délce $N = 16$ má *pouze jeden* nenulový koeficient diskretní Fourierovy transformace (DFT): $X[3] = 5$. Napište vztah pro tento signál. Vzhledem k tomu, že $X[16 - 3] = X[13] = 0$, nemělo by Vás překvapit, pokud bude signál komplexní.

$$x[n] = \dots\dots\dots$$

Příklad 14 Impulsní odezva číslicového filtru je zpožděný jednotkový impuls:

$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Nakreslete průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ v obvyklém intervalu normovaných kruhových frekvencí $\omega \in 0 \dots \pi$ rad.

Příklad 15 Na obrázku je rozložení nulových bodů a pólů číslicového filtru. Nakreslete přibližně průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ v obvyklém intervalu normovaných kruhových frekvencí $\omega \in 0 \dots \pi$ rad.



Příklad 16 Dva číslicové filtry s impulsními odezvami (obě dány pro $n \in 0 \dots 3$):

$$h_1[n] = [1 \ 0.5 \ -0.5 \ 0.25]$$

$$h_2[n] = [1 \ -0.5 \ 0.5 \ 0.25]$$

jsou spojeny paralelně. Napište impulsní odezvu vzniklého systému.

$$h[n] = \dots\dots\dots$$

Příklad 17 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

| | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|------|------|------|
| ω | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $\xi_\omega[7]$ | 8.7 | 7.6 | 15.3 | 15.9 | 3.7 | 9.7 | 8.9 | 12.9 | 14.1 | 15.0 |

Proveďte souborový odhad funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x, 7)$ a nakreslete ji.

Příklad 18 Náhodný signál s diskretním časem má konstantní spektrální hustotu výkonu, je to tedy bílý šum. Nakreslete jeho korelační koeficienty $R[k]$ pro $k \in -5 \dots 5$.

Příklad 19 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } g \in -6 \dots 6 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: pro náhodné signály se střední hodnotou nula platí, že střední výkon rovná se rozptylu: $P = D$.

$$P = \dots\dots\dots$$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G_x(e^{j0.2\pi}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu frekvenční charakteristiky $H(e^{j0.2\pi}) = \sqrt{5}e^{j\frac{5\pi}{8}}$.

Určete spektrální hustotu výkonu výstupního signálu na téže frekvenci.

$$G_y(e^{j0.2\pi}) = \dots\dots\dots$$
