

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 7.1.2016, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Je zadán diskretní signál $x[n]$. Napište do tabulky hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[-2 - n]$. Nulové hodnoty psát nemusíte.

n	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$							9	8	7				
$y[n]$													

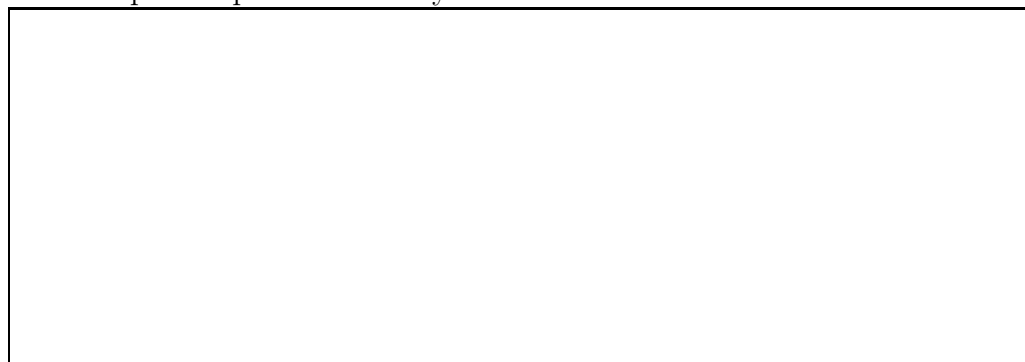
Příklad 2 Je dána diskretní cosinusovka $x[n] = 6 \cos(0.01\pi n - \frac{\pi}{4})$. Určete její základní periodu N_1 . Pokud to nejde, napište jasně “nejde”.

$N_1 = \dots\dots\dots$

Příklad 3 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} t & \text{pro } t \in [0, 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = -\delta(t - 1) + \delta(t - 2)$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.



Příklad 4 Napište první čtyři vzorky komplexní exponenciály $x[n] = \sqrt{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}}e^{j\frac{2\pi}{4}n}$

Komplexní čísla musí být zapsána ve složkovém tvaru. Doporučuji nakreslit si jako pomůcku komplexní rovinu.

n	0	1	2	3
$x[n]$				

Příklad 5 Signál se spojitým časem je směsí dvou cosinusovek: $x(t) = 6 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) + 6 \cos(300\pi t + \frac{\pi}{2})$. Určete všechny nenulové koeficienty jeho Fourierovy řady a jejich hodnoty.

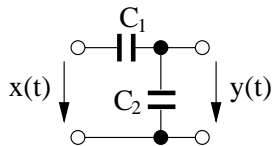
.....

Příklad 6 Signál se spojitým časem je dán: $x(t) = \begin{cases} -1 & \text{pro } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Určete jeho spektrální funkci $X(j\omega)$ a nakreslete průběh jejího modulu i argumentu v závislosti na kruhové frekvenci ω .

Příklad 7 Odvoďte přenosovou funkci $H(s)$ systému se spojitým časem na obrázku.

Pomůcka: hodnota proudu na kondenzátoru s kapacitou C a napětím $u(t)$ je $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$.



$H(s) = \dots\dots\dots$

Příklad 8 Signál se spojitým časem $x(t)$ je periodický sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1 \mu\text{s}$, výškou $D = 1$ a šířkou $\vartheta = 0.5 \mu\text{s}$. Signál je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8 \text{ MHz}$. Pak je ideálně rekonstruován. Napište, zda bude výsledný signál přesně rovný $x(t)$ a pokud ne, nakreslete, jak bude zhruba vypadat a stručně popište proč.

Příklad 9 Diskrétní signál o délce $N = 5$ byl kruhově posunutý podle tabulky. Napište vztah pro kruhové posunutí pomocí funkce modulo. Nezapomeňte na okénkovou funkci $R_5[n]$.

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	1	4	2	3	8
$y[n]$	3	8	1	4	2

$y[n] = \dots\dots\dots$

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	-1	-1	0	3
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 11 Diskrétní signál $x[n]$ má vzorek: $x[1] = 1$, ostatní jsou nulové. Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskretním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ tohoto signálu a nakreslete její modul a argument pro normované kruhové frekvence ω od nuly do 2π .

Příklad 12 Diskrétní signál má délku $N = 4$: $x[0] = 1$, $x[1] = -1$, $x[2] = 0$, $x[3] = 3$. Vypočtěte zadaný koeficient jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT).

$X[3] = \dots\dots\dots$

Příklad 13 V tabulce jsou znázorněny hodnoty diskretní Fourierovy transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce N , kde N je sudé. Vyznačte, které hodnoty jsou reálné, které jsou komplexní a zda jsou mezi komplexními čísly nějaké vztahy a jaké.

$X[0]$	$X[1]$	\dots	$X[\frac{N}{2} - 1]$	$X[\frac{N}{2}]$	$X[\frac{N}{2} + 1]$	\dots	$X[N - 1]$
--------	--------	---------	----------------------	------------------	----------------------	---------	------------

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je $X[0] = 1$, $X[1] = 1 - j$, $X[2] = 0$, $X[3] = 1 + j$. Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o dva vzorky: $y[n] = R_4[n] x[\text{mod}_4(n - 2)]$.

$Y[1] = \dots\dots\dots$

Příklad 15 Odvoďte přenosovou funkci číslicového filtru $H(z)$ z jeho diferenční rovnice: $y[n] = x[n] + 0.5y[n - 1] + 0.2y[n - 2]$

$H(z) = \dots\dots\dots$

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = 0$, $p_1 = 0.99$

Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = 0$ a přibližně nakreslete, jak bude vypadat jeho průběh od $\omega = 0$ do $\omega = \pi$.

$|H(e^{j0})| = \dots\dots\dots$



Příklad 17 Určete polohy pólů pro číslicový filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.49z^{-2}}$

Pomůcka: budete-li potřebovat řešit kvadratickou rovnici $ax^2 + bx + c = 0$, její řešení jsou $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

$p_1 = \dots\dots\dots$

$p_2 = \dots\dots\dots$

Příklad 18 Pro náhodný signál proběhl velmi hrubý odhad jeho funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti ve dvou intervalech: pro $x \in [10, 20]$ je $p(x) = 0.03$, pro $x \in [20, 30]$ je $p(x) = 0.07$

Vypočtěte na základě této odhadnuté funkce hustoty střední hodnotu náhodného signálu.

$a = \dots\dots\dots$

Příklad 19 Firma `8minutesleep.com` inzeruje bílé šumy na prodej, např. “Space Odyssey — Deep White Noise: The deep rumble of a spaceship’s engine is your constant companion on an interstellar voyage.”, zřejmě se tedy jedná o šum se zesílenými nízkými frekvencemi, které simulují rachot v kosmické lodi. Slovní spojení “bílý šum” (white noise) není užito správně. Vysvětlete stručně proč.

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:

1 5 2 -1 1

Proveďte vychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu $R[k]$. Pomůcka: U vychýleného odhadu probíhá normalizace pro všechny hodnoty k pomocí plného počtu vzorků N .

$R[3] = \dots\dots\dots$