

# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s}, 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s}, -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s}, 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s}, 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

**Příklad 2** Vypočtete hodnotu spektrální funkce signálu  $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

na zadané kruhové frekvenci.

Pomůcka:  $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$ ,  $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$ ,  $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$ ,  $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

$X(j\pi) = \dots\dots\dots$

**Příklad 3** Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls:  $X(j\omega) = 50\pi\delta(\omega)$

Nakreslete odpovídající signál.

**Příklad 4** Systém se spojitým časem má impulsní odezvu  $h(t) = \text{sinc}(t)$

Určete, zda je systém kauzální.

Odpověď: ANO / NE

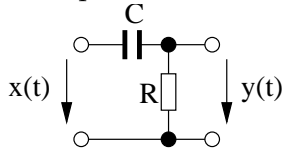
**Příklad 5** Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou  $T_1 = 1\text{ms}$  se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako:  $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 0.5\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ms}, 1\text{ms}] \end{cases}$  Signál prochází

dolní propustí s frekvenční charakteristikou:  $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \omega \in [-500\pi\text{ rad/s}, 500\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FR uvedeného signálu mají hodnotu:  $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$ .

$y(t) = \dots\dots\dots$

**Příklad 6** Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou  $R = 1 \Omega$  a  $C = 1 \text{ F}$ . Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezapomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.



$$H(j1000) = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 7** Přenosová funkce systému se spojitým časem je:  $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+1}$   
 Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE.

---

**Příklad 8** Signál  $x(t) = 4 \cos(8000\pi t)$  je vzorkován na vzorkovací frekvenci  $F_s=8000 \text{ Hz}$ . Určete hodnoty zadaných vzorků

$n$	0	1	2	3
$x[n]$				

---

**Příklad 9** Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci  $F_s = 100 \text{ kHz}$  má tento signál odpovídat spojitému signálu  $x(t)$  z příkladu 5.

---

**Příklad 10** Rozložte diskrétní cosinusovku  $x[n] = 50 \cos(0.01\pi n + \frac{\pi}{7})$  na součet dvou komplexních exponenciál.

$$x[n] = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 11** Diskrétní signál o délce  $N = 5$  vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi  $y[n] = R_N(n)x[\text{mod}_N(n+2)]$

$n$	0	1	2	3	4
$x[n]$	2	3	11	-5	4
$y[n]$					

**Příklad 12** Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskretním časem (DTFT)  $\tilde{X}(e^{j\omega})$  signálu  $x[n]$ , který má pouze dva vzorky nenulové:  $x[0] = 1$ ,  $x[1] = -1$  a vyhodnoťte ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) = \dots\dots\dots$

**Příklad 13** Dokažte, že Fourierova transformace s diskretním časem (DTFT) sudého reálného signálu (“sudý” znamená, že  $x[n] = x[-n]$ ) je reálná.

**Příklad 14** Vypočtěte hodnoty diskretní Fourierovy transformace pro signál o délce  $N = 4$  vzorků:  $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 11$

$k$	0	1	2	3
$X[k]$				

**Příklad 15** Nakreslete podle přenosové funkce  $H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$  blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se  $z^{-1}$ ) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

**Příklad 16** Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól:  $n_1 = -0.25$ ,  $p_1 = 0.25$   
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci  $\omega = \frac{\pi}{2}$ .

$$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| = \dots\dots\dots$$

---

**Příklad 17** Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.

$$y[n] = x[n] - 0.5x[n - 1] + 0.2y[n - 1]$$

---

**Příklad 18** Určete střední výkon  $P$  náhodného signálu  $x[n]$ , jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(g)$  má tvar obdélníka:  $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } g \in [-6, 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

$$P = \dots\dots\dots$$

---

**Příklad 19** Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem  $\xi(t)$  je pro interval  $x \in [1, 4]$  dána lineárně:  $F(x) = \frac{1}{3}(x - 1)$ , pod tímto intervalem je  $F(x) = 0$  a nad ním  $F(x) = 1$ .  
Určete zadanou pravděpodobnost.

$$P(\xi(t) \in [2, 2.5]) = \dots\dots\dots$$

---

**Příklad 20** Ergodický náhodný signál má  $N = 5$  vzorků  $x[0]$  až  $x[4]$ :

3    5    2    -1    1

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$$R[3] = \dots\dots\dots$$

---