Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina A

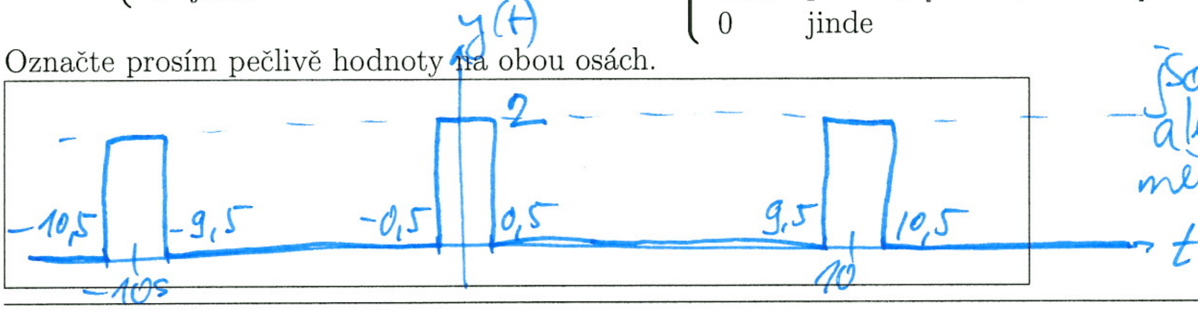
1

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

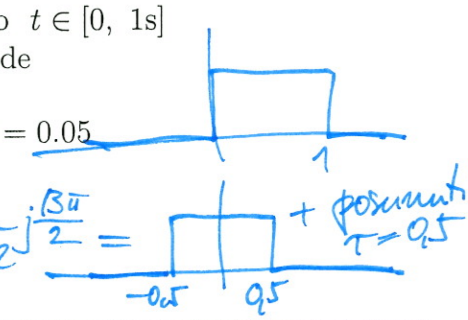
$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s},\ -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s},\ 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s},\ 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.



hrany impulsů jsou zešikmené, ale v tomto měřítku to není vidět.

Příklad 2 Vypočtětě hodnotu spektrální funkce signálu $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
na zadané kruhové frekvenci.
Pomůcka: $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$, $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$, $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$, $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

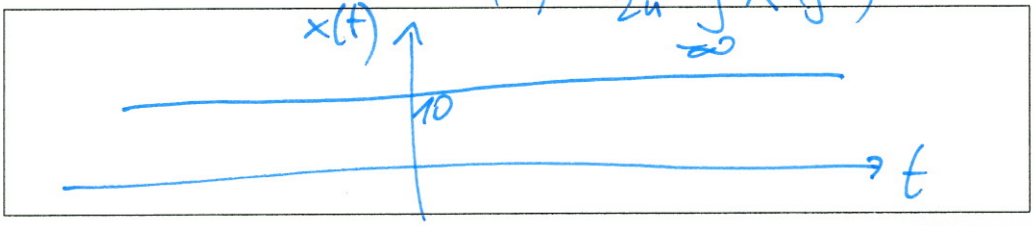


$D\,\vartheta\, \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}\omega\right) e^{-j\omega\tau} = 1 \cdot 1 \cdot \text{sinc}\left(\frac{13\pi}{2}\right) \cdot e^{-j\frac{13\pi}{2}} =$ + posunutí $\tau = 0{,}5$

$X(j\,13\pi) =$ $0{,}05 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j\,0{,}05$

Příklad 3 Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls: $X(j\omega) = 20\pi\delta(\omega)$
Nakreslete odpovídající signál.

$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi}\int 20\pi\,\delta(\omega) \cdot 1 d\omega = 10$

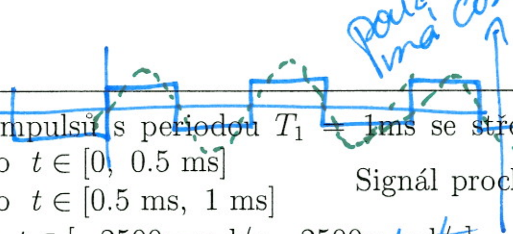


stejnosměrný signál

Příklad 4 Systém se spojitým časem má impulsní odezvu $h(t) = \cos(t)$
Určete, zda je systém kauzální.

není 0 pro $t < 0$

Odpověď: ANO / NE



pouze c_1 a c_{-1} má cosinusoida

Příklad 5 Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1$ms se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 0.5\text{ ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ ms},\ 1\text{ ms}] \end{cases}$ Signál prochází dolní propustí s frekvenční charakteristikou: $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2500\pi\text{ rad/s},\ 2500\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FŘ uvedeného signálu mají hodnotu: $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$.

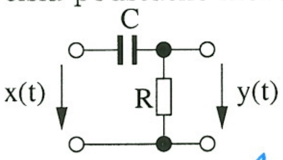
pouze tyto proletí!!!

rozklad do FŘ: $c_0 = 0$, c_1 a $c_{-1} \neq 0$, další také nejsou 0.
c_1 je na $\omega_1 = 2\pi \cdot 1000 = 2000\pi$ rad/s
c_{-1} na -2000π rad/s

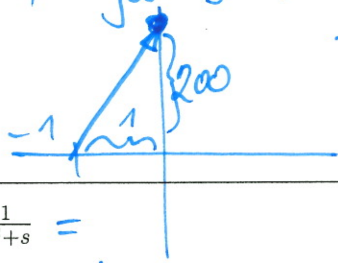
$y(t) =$ $1{,}28 \cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

A

Příklad 6 Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou $R = 1\ \Omega$ a $C = 1$ F. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezpomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.

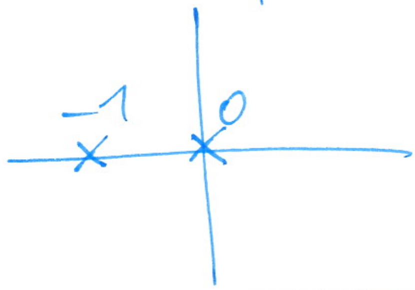


$$H(s) = \frac{1}{RCs+1} = \frac{1}{s+1} = \frac{1}{s-(-1)}$$



$H(j200) = \frac{1}{200e^{+j\frac{\pi}{2}}} = -j\frac{1}{200}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+s} = \frac{1}{(s-0)(s+1)}$
Určete, zda se jedná o stabilní systém.



na mezi stability

Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Signál $x(t) = 6\sin(8000\pi t)$ je vzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz. Určete hodnoty zadaných vzorků

časy jsou $0, \frac{1}{8000}, \frac{2}{8000}, \frac{3}{8000}$.

argumenty ~~kosinu~~ sinu: $0, \pi, 2\pi, 3\pi$

n	0	1	2	3
$x[n]$	0	0	0	0

Příklad 9 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu $x(t)$ z příkladu 5.

hodnota +1 : 0,5ms ≈ 50 vzorků
−1 : 0,5ms ≈ 50 vzorků } celkem 1000 period.

```
x = zeros(1, 100000);  beg = 1;
for n = 1:1000,
   x(beg : beg+100-1) = [ones(1,50) -ones(1,50)];
   beg = beg + 100;
end
```

nebo jakkoliv jinak...

Příklad 10 Rozložte diskrétní cosinusovku $x[n] = 12\cos(0.01\pi n + \frac{\pi}{4})$ na součet dvou komplexních exponenciál.

$x[n] = 6e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j0,01\pi n} + 6e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j0,01\pi n}$

A

Příklad 11 Diskrétní signál o délce $N = 5$ vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi $y[n] = R_N(n)x[\mod_N(n-4)]$

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	2	3	11	-5	4
$y[n]$	3	11	-5	4	2

Příklad 12 Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n]$, který má pouze dva vzorky nenulové: $x[0] = 1, \quad x[1] = 1$
a vyhodnoťe ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} = 1 \cdot e^{j0} + 1e^{-j\omega 1} = 1 + e^{-j\frac{\pi}{2}} =$$

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) =$ $1 - j$

Příklad 13 Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) sudého reálného signálu ("sudý" znamená, že $x[n] = x[-n]$) je reálná.

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$$

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} = x[0] + \sum_{n=1}^{\infty} x[n]\left(e^{-j\omega n} + e^{+j\omega n}\right) =$$

$$= x[0] + \sum_{n=1}^{\infty} x[n]\left(\cos(-\omega n) + j\sin(-\omega n) + \cos(\omega n) + j\sin(\omega n)\right)$$

stejné

opačné

Imaginární část bude nula ⇒ dokázáno

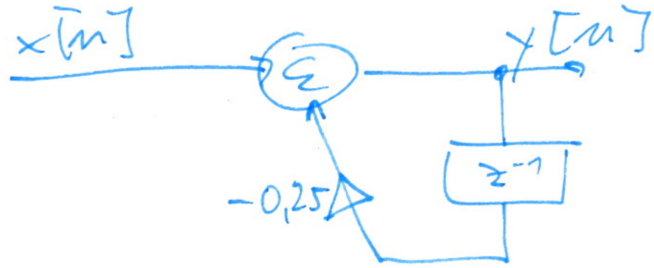
Příklad 14 Vypočtětě hodnoty diskrétní Fourierovy transformace pro signál o délce $N = 4$ vzorků: $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 7$

$$X[k] = \sum x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum x[n]e^{-j\frac{\pi}{2}kn}$$

n	0	1	2	3	$X[k]$
$x[n]$	7	7	7	7	
$k=0$	1	1	1	1	28
1	1	$-j$	-1	j	0
2	1	-1	1	-1	0
3	1	j	-1	$-j$	0

k	0	1	2	3
$X[k]$	28	0	0	0

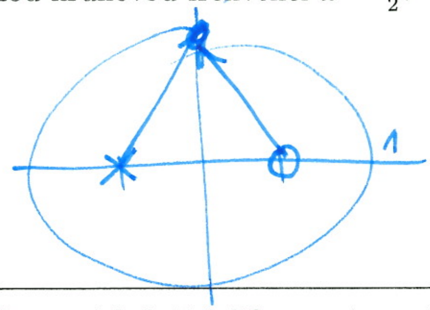
Příklad 15 Nakreslete podle přenosové funkce $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-1}}$ blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.



A

$e^{j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = 0.5$, $p_1 = -0.5$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$.

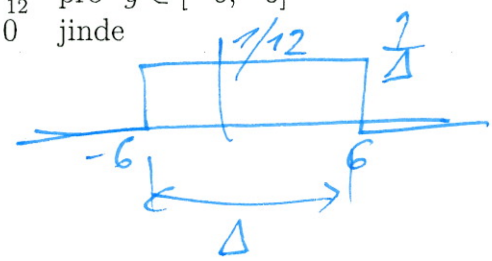


$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| = \dfrac{|e^{j\omega} - n_1^*|}{|e^{j\omega} - p_1|} = \underline{\underline{1}}$

Příklad 17 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.
$y[n] = x[n] - 0.5x[n-1] + 0.2x[n-2]$

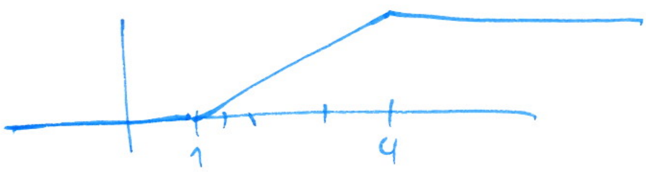
```
float fir(float x) {
    static float x1, x2;
    float y;
    y = x - 0.5 * x1 + 0.2 * x2;
    x2 = x1;
    x1 = x;
    return y;
}
```

Příklad 18 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } g \in [-6, 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$



$P = \dfrac{\Delta^2}{12} = \dfrac{12^2}{12} = \underline{\underline{12}}$

Příklad 19 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem $\xi(t)$ je pro interval $x \in [1, 4]$ dána lineárně: $F(x) = \frac{1}{3}(x-1)$, pod tímto intervalem je $F(x) = 0$ a nad ním $F(x) = 1$.
Určete zadanou pravděpodobnost.



$P(\xi(t) \in [-1, 1.5]) = \frac{1}{3}(1{,}5 - 1) - 0 = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:

3 5 2 -1 1

3 5 2 -1

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$R[1] = \dfrac{1}{5-1}(15 + 10 - 2 - 1) = \dfrac{22}{4} = \underline{\underline{5{,}5}}$

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s},\ -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s},\ 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s},\ 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

viz A, výška impulsů je 4

Příklad 2 Vypočtětě hodnotu spektrální funkce signálu $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ na zadané kruhové frekvenci.

viz A

Pomůcka: $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$, $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$, $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$, $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

$X(j\,9\pi) = 1 \cdot 1 \cdot \text{sinc}\left(\frac{9\pi}{2}\right) e^{-j\frac{9\pi}{2}} = 0{,}07 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = \underline{\underline{-j\,0{,}07}}$

Příklad 3 Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls: $X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$
Nakreslete odpovídající signál.

viz A, $x(t) = 1$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má impulsní odezvu $h(t) = 2t$
Určete, zda je systém kauzální.

není 0 pro $t < 0$

Odpověď: ANO / NE

Příklad 5 Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1\text{ms}$ se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 0.5\text{ ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ ms},\ 1\text{ ms}] \end{cases}$ Signál prochází dolní propustí s frekvenční charakteristikou: $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2200\pi\text{ rad/s},\ 2200\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

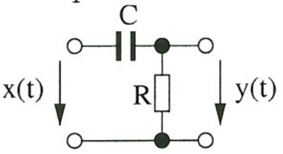
viz A

Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FŘ uvedeného signálu mají hodnotu: $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$.

$y(t) = 1{,}28 \cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

B

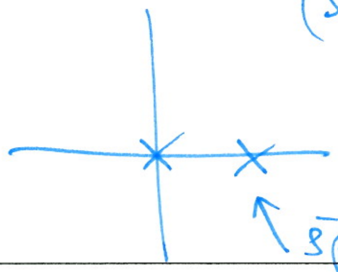
Příklad 6 Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou $R = 1\ \Omega$ a $C = 1$ F. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezpomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.



viz A

$H(j100) = \ldots\ldots\ldots -j\frac{1}{100}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2-s}$ $= \frac{1}{(s-0)(s-1)}$
Určete, zda se jedná o stabilní systém.



Stabilní: ANO / NE.

špatný

Příklad 8 Signál $x(t) = 5\cos(8000\pi t)$ je vzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz. Určete hodnoty zadaných vzorků

viz A

argumenty cosinu: $0, \pi, 2\pi, 3\pi$
cos: $1, -1, 1, -1$

n	0	1	2	3
$x[n]$	5	-5	5	-5

Příklad 9 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu $x(t)$ z příkladu 5.

viz A

Příklad 10 Rozložte diskrétní cosinusovku $x[n] = 6\cos(0.01\pi n - \frac{\pi}{4})$ na součet dvou komplexních exponenciál.

$x[n] = 3e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j0{,}01\pi n} + 3e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j0{,}01\pi n}$

B

Příklad 11 Diskrétní signál o délce $N = 5$ vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi $y[n] = R_N(n)x[\mod_N(n-1)]$

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	2	3	11	-5	4
$y[n]$	4	2	3	11	-5

Příklad 12 Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n]$, který má pouze dva vzorky nenulové: $x[0] = -1, \quad x[1] = -1$
a vyhodnoťe ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

viz A

$-1-1e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) =$ .... $-1+j$ ....

Příklad 13 Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) sudého reálného signálu ("sudý" znamená, že $x[n] = x[-n]$) je reálná.

viz A

Příklad 14 Vypočtětě hodnoty diskrétní Fourierovy transformace pro signál o délce $N = 4$ vzorků: $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 5$

viz A

k	0	1	2	3
$X[k]$	20	0	0	0

Příklad 15 Nakreslete podle přenosové funkce $H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+0.5z^{-1}}$ blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

B

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = -0.5, \quad p_1 = 0.5$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$.

viz A

$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| = $ ...... 1 ......

Příklad 17 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.
$y[n] = x[n] - 0.5y[n-1] + 0.2y[n-2]$

```
float iir (float x) {
    static float y1, y2;
    float y;
    y = x - 0.5*y1 + 0.2*y2;
    y2 = y1; y1 = y;
    return y;
}
```

Příklad 18 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro} \quad g \in [-6, \ \ 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

$P = $ ...... 12 ......

Příklad 19 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem $\xi(t)$ je pro interval $x \in [1, \ 4]$ dána lineárně: $F(x) = \frac{1}{3}(x-1)$, pod tímto intervalem je $F(x) = 0$ a nad ním $F(x) = 1$.
Určete zadanou pravděpodobnost.

viz A

$P\left(\xi(t) \in [0, \ \ 2]\right) = \frac{1}{3}(2-1) - 0 = \underline{\frac{1}{3}}$

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:

3 5 2 -1 1

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

3 5 2

$R[2] = \frac{1}{5-2}(6-5+2) = \frac{1}{3}3 = \underline{1}$

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s},\ -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s},\ 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s},\ 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

viz A, výška impulsů je 8

Příklad 2 Vypočtětě hodnotu spektrální funkce signálu $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ na zadané kruhové frekvenci.

viz A

Pomůcka: $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$, $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$, $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$, $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

$X(j\,5\pi) =$ .... $1 \cdot 1 \cdot \text{sinc}\left(\frac{5\pi}{2}\right) e^{-j\frac{5\pi}{2}} = 0{,}13\, e^{-j\frac{\pi}{2}} = \underline{-j\, 0{,}13}$

Příklad 3 Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls: $X(j\omega) = 200\pi\delta(\omega)$
Nakreslete odpovídající signál.

viz A, $x(t) = 100$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má impulsní odezvu $h(t) = \delta(t)$
Určete, zda je systém kauzální.

je nula pro $t < 0$

Odpověď: ANO / NE

Příklad 5 Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1$ms se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 0.5\text{ ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ ms},\ 1\text{ ms}] \end{cases}$ Signál prochází dolní propustí s frekvenční charakteristikou: $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-600\pi\text{ rad/s},\ 600\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

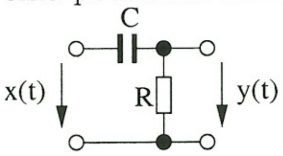
nepropustí nic!

Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FŘ uvedeného signálu mají hodnotu: $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$.

$y(t) =$ .... 0 ....

C

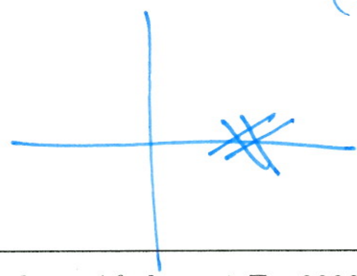
Příklad 6 Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou $R = 1\ \Omega$ a $C = 1$ F. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezpomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.



viz A

$H(j2000) = \ldots\ldots -j\frac{1}{2000}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2-2s+1}$ $= \frac{1}{(s-1)(s-1)}$
Určete, zda se jedná o stabilní systém.



Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Signál $x(t) = 4\sin(8000\pi t)$ je vzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz. Určete hodnoty zadaných vzorků

viz A

n	0	1	2	3
$x[n]$	0	0	0	0

Příklad 9 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu $x(t)$ z příkladu 5.

viz A

Příklad 10 Rozložte diskrétní cosinusovku $x[n] = 2\cos(0.01\pi n - \frac{\pi}{7})$ na součet dvou komplexních exponenciál.

$x[n] = \ldots e^{-j\frac{\pi}{7}} e^{j0{,}01\pi n} + e^{j\frac{\pi}{7}} e^{-j0{,}01\pi n}$

C

Příklad 11 Diskrétní signál o délce $N = 5$ vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi $y[n] = R_N(n)x[\mod_N(n+3)]$

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	2	3	11	-5	4
$y[n]$	-5	4	2	3	11

Příklad 12 Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n]$, který má pouze dva vzorky nenulové: $x[0] = -1, \quad x[1] = 1$
a vyhodnoťe ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru. viz A

$-1 + e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) =$ $-1-j$

Příklad 13 Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) sudého reálného signálu ("sudý" znamená, že $x[n] = x[-n]$) je reálná.

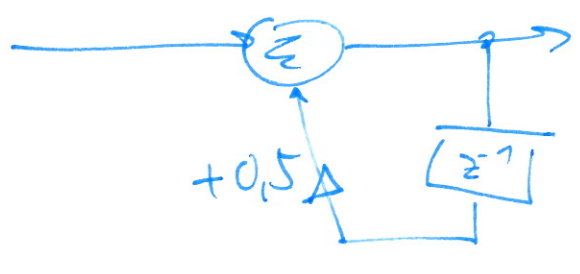
viz A

Příklad 14 Vypočtětě hodnoty diskrétní Fourierovy transformace pro signál o délce $N = 4$ vzorků: $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 3$

viz A

k	0	1	2	3
$X[k]$	12	0	0	0

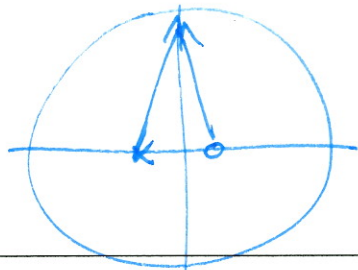
Příklad 15 Nakreslete podle přenosové funkce $H(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$ blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.



C

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = 0.25, \quad p_1 = -0.25$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$.

viz A



$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| =$ 1

Příklad 17 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.
$y[n] = 0.5x[n-1] + 0.2x[n-2]$

```
float fir (float x) {
    static float x1, x2;
    float y;
    y = 0.5 * x1 + 0.2 * x2;
    x2 = x1; x1 = x;
    return y;
}
```

Příklad 18 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro} \quad g \in [-6, \ 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

$P =$ 12

Příklad 19 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem $\xi(t)$ je pro interval $x \in [1, \ 4]$ dána lineárně: $F(x) = \frac{1}{3}(x-1)$, pod tímto intervalem je $F(x) = 0$ a nad ním $F(x) = 1$.
Určete zadanou pravděpodobnost.

pokrývá celý interval...

$P(\xi(t) \in [-1, \ 5]) =$ 1

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:
3 5 2 -1 1
Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$R[4] =$ $\frac{1}{5-4} \cdot 3 = \underline{\underline{3}}$

Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 9.1.2015, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce obdélníkového impulsu a sekvence tří úzkých obdélníkových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro } t \in [-0.5\text{s},\ 0.5\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad x_2(t) = \begin{cases} 1000 & \text{pro } t \in [-10.001\text{s},\ -9.999\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [-0.001\text{s},\ 0.001\text{s}] \\ 1000 & \text{pro } t \in [9.999\text{s},\ 10.001\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.

viz A, výška impulsů je 20

Příklad 2 Vypočtětě hodnotu spektrální funkce signálu $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ na zadané kruhové frekvenci.

viz A

Pomůcka: $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$, $\text{sinc}(\frac{5\pi}{2}) = 0.13$, $\text{sinc}(\frac{9\pi}{2}) = 0.07$, $\text{sinc}(\frac{13\pi}{2}) = 0.05$

$X(j\pi) =$ $1 \cdot 1 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = 0{,}64 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = \underline{-j\,0{,}64}$

Příklad 3 Spektrální funkce je dána jako Diracův impuls: $X(j\omega) = 50\pi\delta(\omega)$
Nakreslete odpovídající signál.

viz A, $x(t) = 25$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má impulsní odezvu $h(t) = \text{sinc}(t)$
Určete, zda je systém kauzální.

není 0 pro $t < 0$

Odpověď: ANO / NE

Příklad 5 Signál se spojitým časem je sled obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 1\text{ms}$ se střední hodnotou nula. Jedna perioda je dána jako: $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 0.5\text{ ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [0.5\text{ ms},\ 1\text{ ms}] \end{cases}$ Signál prochází dolní propustí s frekvenční charakteristikou: $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-500\pi\text{ rad/s},\ 500\pi\text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

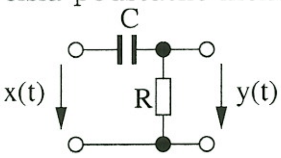
viz A

neprojde nic

Napište, jaký bude signál na výstupu. Pomůcka: moduly prvních koeficientů FR uvedeného signálu mají hodnotu: $|c_1| = |c_{-1}| = 0.64$.

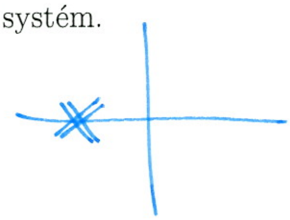
$y(t) =$ 0

Příklad 6 Hodnoty odporu a kondenzátoru v RC-článku jsou $R = 1\ \Omega$ a $C = 1$ F. Určete hodnotu jeho kmitočtové charakteristiky na zadané kruhové frekvenci. Nezpomeňte na to, že se bude pravděpodobně jednat o komplexní číslo. Stačí počítat na jednu platnou cifru. Pokud vyjde jedna složka komplexního čísla podstatně menší než ta druhá, zanedbejte ji.



$H(j1000) =$ .... $-j\dfrac{1}{1000}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+1}$ $= \dfrac{1}{(s+1)(s+1)} = \dfrac{1}{(s-(-1))(s-(-1))}$
Určete, zda se jedná o stabilní systém.



Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Signál $x(t) = 4\cos(8000\pi t)$ je vzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz. Určete hodnoty zadaných vzorků

viz A a B

n	0	1	2	3
$x[n]$	4	−4	4	−4

Příklad 9 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 100000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci F_s =100 kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu $x(t)$ z příkladu 5.

viz A

Příklad 10 Rozložte diskrétní cosinusovku $x[n] = 50\cos(0.01\pi n + \frac{\pi}{7})$ na součet dvou komplexních exponenciál.

$x[n] =$ .... $25 e^{j\frac{\pi}{7}} e^{j0{,}01\pi n} + 25 e^{-j\frac{\pi}{7}} e^{-j0{,}01\pi n}$

9

Příklad 11 Diskrétní signál o délce $N = 5$ vzorků je dán v tabulce. Napište jeho kruhově posunutou verzi $y[n] = R_N(n)x[\mod_N(n+2)]$

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	2	3	11	-5	4
$y[n]$	11	-5	4	2	3

Příklad 12 Vypočtěte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n]$, který má pouze dva vzorky nenulové: $x[0] = 1, \quad x[1] = -1$
a vyhodnoťe ji pro zadanou normovanou kruhovou frekvenci. Výsledek je nutné zapsat jako komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$1 + (-1)e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) =$ .... $1+j$ ....

Příklad 13 Dokažte, že Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) sudého reálného signálu ("sudý" znamená, že $x[n] = x[-n]$) je reálná.

viz A

Příklad 14 Vypočtětě hodnoty diskrétní Fourierovy transformace pro signál o délce $N = 4$ vzorků: $x[0] = x[1] = x[2] = x[3] = 11$

viz A

k	0	1	2	3
$X[k]$	44	0	0	0

Příklad 15 Nakreslete podle přenosové funkce $H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$ blokové schéma číslicového filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

D

Příklad 16 Číslicový filtr má jeden nulový bod a jeden pól: $n_1 = -0.25$, $p_1 = 0.25$
Určete modul jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{2}$.

Viz A

$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| =$ 1

Příklad 17 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s následující diferenční rovnicí. Doporučuji nepoužívat cykly.
$y[n] = x[n] - 0.5x[n-1] + 0.2y[n-1]$

```
float iir(float x) {
  static float x1, y1;
  float y;
  y = x - 0.5*x1 + 0.2*y1;
  y1 = y; x1 = x;
  return y;
}
```

Příklad 18 Určete střední výkon P náhodného signálu $x[n]$, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(g)$ má tvar obdélníka: $p(g) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{pro } g \in [-6, 6] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

$P =$ 12

Příklad 19 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu se spojitým časem $\xi(t)$ je pro interval $x \in [1, 4]$ dána lineárně: $F(x) = \frac{1}{3}(x-1)$, pod tímto intervalem je $F(x) = 0$ a nad ním $F(x) = 1$.
Určete zadanou pravděpodobnost.

$P(\xi(t) \in [2, 2.5]) = \frac{1}{3}(2.5-1) - \frac{1}{3}(2-1) = \underline{\frac{1}{6}}$

Příklad 20 Ergodický náhodný signál má $N = 5$ vzorků $x[0]$ až $x[4]$:
3 5 2 -1 1
Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$R[3] = \frac{1}{5-3}(-3+5) = \frac{1}{2} \cdot 2 = \underline{1}$