Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 28.1.2015, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Koeficienty Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem jsou dány jako $c_k = 0.6\,\mathrm{sinc}(k\frac{2\pi}{10})$. Víme, že základní kruhová frekvence tohoto signálu je $\omega_1 = \frac{2\pi}{10}$ rad/s. Nakreslete signál $x(t)$ odpovídající těmto koeficientům.

Příklad 2 Napište spektrální funkci stejnosměrného signálu: $x(t) = 11$.

$X(j\omega)$ =..........................

Příklad 3 Argument spektrální funkce reálného signálu se spojitým časem $x(t)$ je nulový: $\arg X(j\omega) = 0$. Napište, jak bude vypadat argument zpožděného signálu: $y(t) = x(t - 0.7\,\mathrm{s})$

$\arg Y(j\omega)$ =........................

Příklad 4 Diferenciální rovnice popisující lineární systém se spojitým časem je:

$$x(t) + 0.1\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.1\frac{dy(t)}{dt}$$

Určete přenosovou funkci systému.

$H(s)$ = ...

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+1}$.
Určete, zda je systém stabilní a krátce vysvětlete proč.

....

Příklad 6 Určete, zda je systém, který se skládá z bloků "antialiasingový filtr", "ideální vzorkování", "ideální rekonstrukce" **lineární** a krátce vysvětlete proč.

....

Příklad 7 Ideální rekonstrukční filtr má kmitočtovou charakteristiku

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} T & \text{pro} \quad -\Omega_s/2 < \omega < \Omega_s/2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} ,$$

kde Ω_s je kruhová vzorkovací frekvence a T je vzorkovací perioda. Napište vztah pro impulsní odezvu tohoto filtru.

$h_r(t) =$ ....

Příklad 8 Napište hodnoty amplitudy C_1, normované kruhové frekvence ω_1 a počáteční fáze ϕ_1 diskrétní cosinusovky $x[n] = C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$, která bude odpovídat cosinusovce se spojitým časem $x(t) = 12\cos(4000\pi t + \frac{\pi}{2})$ vzorkované na vzorkovací frekvenci $F_s = 10000$ Hz.

$C_1 =$ ...., $\omega_1 =$...................., $\phi_1 =$ ....

Příklad 9 Tabulka obsahuje hodnoty vzorků diskrétního signálu $x[n]$. Doplňte hodnoty vzorků signálu $y[n] = x[\bmod_4(n-1)]$

n	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	0	3	1	2	-5	0	0	0	0
$y[n]$									

Příklad 10 Jsou dány dvě komplexní exponenciály s diskrétním časem:
$x_1[n] = 7e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{100}n}, \quad x_2[n] = 7e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{100}n}$
Jejich součet $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ je cosinusovka s diskrétním časem. Zapište ji.

$x[n] =$ ....

Příklad 11 Diskrétní Fourierova transformace (DTFT) reálného diskrétního signálu $x[n]$ má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.1\pi$ rad hodnotu $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 5 + 4j$. Rozhodněte, zda je možné určit hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = 1.9\pi$ rad a pokud ano, hodnotu napište.

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) =$ ....

Příklad 12 Je dána funkce pro výpočet n-tého vzorku na výstupu číslicového filtru. Nakreslete blokové schéma tohoto filtru. Prosím uvědomte si, že zpožďovací člen (krabička se z^{-1}) má pouze jeden vstup a jeden výstup.

```
float filter (float xn) {
  static float xn1 = 0.0, xn2 = 0.0;
  float y;
  y = xn + 0.3 * xn1 - 0.5 * xn2;
  xn2 = xn1;
  xn1 = xn;
  return y;
}
```

Příklad 13 Přenosová funkce číslicového filtru má dva nulové body: $n_1 = 0$, $n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = +0.5j$, $p_2 = -0.5j$. Určete hodnotu modulu jeho kmitočtové charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega = \pi$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{1.05} = 0.95$, $\frac{1}{1.25} = 0.80$, $\frac{1}{1.5} = 0.67$, $\frac{1}{1.75} = 0.57$,

$|H(e^{j\pi})| =$.....................

Příklad 14 Je dán diskrétní signál o délce $N = 4$ (viz tabulka). Spočítejte všechny koeficienty jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT).

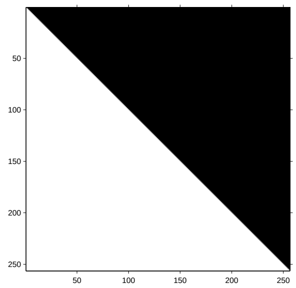
n	0	1	2	3
$x[n]$	4	4	1	4

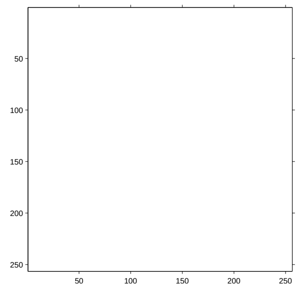
$X[0] =$....................., $X[1] =$....................., $X[2] =$....................., $X[3] =$.....................

Příklad 15 Pro diskrétní signál $x[n]$ o délce $N = 4$ je hodnota 2. koeficientu diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $X[2] = 2 + 5j$. Určete hodnotu 2. koeficientu DFT signálu $y[n]$, který vznikl z $x[n]$ kruhovým posunutím: $y[n] = R_4[n]x[\bmod_4(n-2)]$.

$Y[2] =$...................

Příklad 16 Nakreslete, jaký bude výsledek operace 2D filtrování $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) je: $h[k,l] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.





Příklad 17 Pixely obrázku o rozměrech 256×256 jsou dány jako $x[k,l] = 128 + 127\cos(\frac{2\pi}{256}l)$.
Určete, které koeficienty $X[m,n]$ jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) budou nenulové. Věnujte se pouze koeficientům $X[m,n]$ pro $m < 128$ a $n < 128$. Pomůcka: k indexuje svisle, l vodorovně, m indexuje svislé obrazové frekvence, n indexuje vodorovné obrazové frekvence.

....

Příklad 18 Proběhl zázam 10000 realizací náhodného procesu se spojitým časem. Pro čas $t = 1$ bylo 200 z nich v intervalu $x \in [-4, \quad -2]$. Určete, jakou hodnotu bude mít odhadnutá funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $\hat{p}(x,t)$ pro hodnoty z tohoto intervalu, např. pro $x = -3$.

$\hat{p}(-3,1) =$.....................

Příklad 19 Nakreslete, jak bude vypadat distribuční funkce $F(x)$ pro náhodný signál s diskrétním časem, kde hodnota každého vzorku bude dána hodem kostkou. Považujte takový signál za stacionární, takže $F(x)$ nebude záviset na vzorku n.

Příklad 20 Napište v jazyce C kód pro vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[3]$. Signál je uložen v poli `float x[N]`, jeho délka je v `int N`.