Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 22.1.2014, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:
- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď: ....

Příklad 2 Určete střední hodnotu periodického signálu $x(t) = (4\cos(100\pi t))^2 - 1$

$\bar{x} =$ ....

Příklad 3 Spektrální funkce spojitého signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 100\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = 4$.
Napište, jakou hodnotu bude mít na téže frekvenci spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t-0.005)$.

$Y(j\omega_1) =$ ....

Příklad 4 Napište vztah pro výpočet spektrální funkce signálu:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro} \;\; t \in [-2,\ 2] \\ 1 & \text{pro} \;\; t \in [-4,\ -2] \quad \text{a pro} \;\; t \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Pomůcka: než začnete integrovat podle definice FT, zamyslete se, zda nejde signál nějak rozložit…

$X(j\omega) =$ ....

Příklad 5 Dva systémy se spojitým časem jsou zapojeny v sérii (za sebou). První má impulsní odezvu $h_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; t \in [0,\ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Druhý má impulsní odezvu $h_2(t) = \delta(t-3)$.
Napište, zda lze výsledný systém charakterizovat jedinou impulsní odezvou $h(t)$ a pokud ano, napište ji nebo nakreslete.

JDE / NEJDE, $h(t) =$ ....

Příklad 6 Frekvenční charakteristika systému se spojitým časem je dána pomocí modulu a argumentu takto:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 + \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro} \ \ \omega \in [-100\pi,\ 0] \\ 100 - \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro} \ \ \omega \in [0,\ 100\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad , \qquad \arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{100}.$$

Na vstupu systému je signál $x(t) = 6\cos(50\pi t + \frac{\pi}{2})$.
Zapište signál na výstupu systému.

$y(t) =$ ....

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = \frac{1}{2s^2 - 2}$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Je dána diskrétní Fourierova řada (DFŘ) diskrétního periodického signálu o periodě $N = 16$. Její vzorek: $\tilde{X}[5] = 16 + 2j$. Určete zadaný vzorek; pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$\tilde{X}[-4] =$..........................

Příklad 9 Máme k disposici diskrétní signál o délce N vzorků. Určete, zda je nějaký vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) tohoto signálu. Pokud je, napište **slovně** (ne pomocí rovnic), jaký.

JE / NENÍ, ...

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: `1 -1 0 0 0 0 0 0`
Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

$X[5] =$ ....

Příklad 11 Doplňte tabulku výpočtem kruhové konvoluce dvou diskrétních signálů délky 5:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	6	2	4	2
$x_2[n]$	1	-1	0	0	1
$x_1[n] \circledast_5 x_2[n]$					

Příklad 12 Číslicový filtr $H(z) = \frac{1}{1+a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2}}$ má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{3\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{3\pi}{4}}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete jeho frekvenci a hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky. Pomůcka: $\frac{1}{2\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0.35$.

ω_{max} =.................... rad, $|H(\omega_{max})|$ = ...

Příklad 13 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] + 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Nakreslete jeho blokové schéma.

Příklad 14 Napište v jazyce C funkci pro implementaci filtru z příkladu 13. Nezapomeňte na definici statických proměnných, jsou-li třeba.

```
float yn (float xn) {


return yn;
}
```

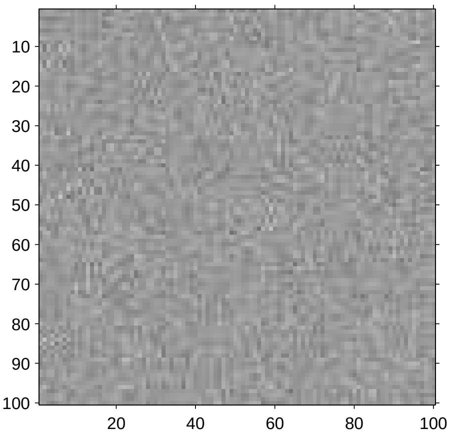
Příklad 15 Uveďte, v jakých jednotkách jsou obrazové frekvence f a g v "analogové" dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D-FT):

$$X(f,g) = \int\int x(a,b)e^{-j2\pi(fa+gb)}da\ db,$$

kde a a b jsou rozměry v metrech.

....

Příklad 16 Obrázek o rozměrech 100×100 obsahuje pixely, jejichž hodnoty jsou dané jako bílý šum o střední hodnotě $\mu = 0.6$ a směrodatné odchylce $\sigma = 0.05$. Jednotlivé pixely jsou navzájem nezávislé. Popište, co bude výsledkem filtrování takového obrázku maskou o rozměrech 9×9, jejíž všechny hodnoty jsou rovny $\frac{1}{81}$.



....

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem -3 a maximem +3. Určete pravděpodobnost, že se bude hodnota signálu nacházet v daném intervalu.

$P(\xi(t) \in [-1, \quad -0.5]) =$ ....

Příklad 18 Běžná spotřební audio elektronika využívá kvantování na 16 bitech, studiová technika na 24 bitech. Určete, jaký je mezi oběma technologiemi rozdíl v poměru signálu ke kvantovacímu šumu.

$SNR_{24} - SNR_{16} =$...................... dB

Příklad 19 Ergodický náhodný signál má $N = 6$ vzorků $x[0]$ až $x[5]$:

`3 5 2 -1 -2 -3`

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

$R[3] =$.....................

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu bílého šumu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G(e^{j0.2\pi}) = 5$. Určete, jakou hodnotu bude mít na zadané kruhové frekvenci. Pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$G(e^{j0.5\pi}) =$ ....