Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 5.2.2014, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála se stejnosměrnou složkou:
$x(t) = 5 + 5e^{j100\pi t}$.
Nakreslete modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ tohoto signálu.

Příklad 2 Housle hrají lehce rozladěné komorní 'a' na f =441 Hz. Signál je navzorkován na vzorkovací frekvenci CD: F_s =44100 Hz. Kolik vzorků budou obsahovat 2 periody ?

....

Příklad 3 Signál $x(t) = 2e^{-j0.4\pi}e^{j200\pi t} + 2e^{j0.4\pi}e^{-j200\pi t}$ lze zapsat jako cosinusovku
$x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$. Určete její parametry.

$C_1 =$ .... $\omega_1 =$ .... $\phi_1 =$ ....

Příklad 4 Je dán obdélníkový signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro} \quad -3 \le t \le 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$.
Na které kruhové frekvenci ω_a (v rad/s) bude jeho spektrální funkce poprvé nulová, postupujeme-li od $\omega = 0$ doprava ?

$\omega_a =$....................

Příklad 5 Do ideálního vzorkovače bez anti-aliasingového filtru vstupuje směs dvou cosinusovek:
$x(t) = \cos(2000\pi t) + \cos(9000\pi t)$. Vzorkovací frekvence je F_s =16000 Hz. Vzorkovaný signál je pak ideálně rekonstruován. Napište výsledný rekonstruovaný signál.

$x_r(t) =$...........................

Příklad 6 Diskrétní posloupnost délky $N = 5$ je pro $n =$[0 1 2 3 4] dána jako $x[n] =$[7 4 3 2 1]. Posloupnost je kruhově předběhnuta o 3 vzorky: $y[n] = R_5[n]x[\mathrm{mod}_5(n+3)]$.
Napište výslednou posloupnost $y[n]$.

$y[n] =$ [......................................]

Příklad 7 Periodický diskrétní signál s periodou $N = 8$ má pro $n =$[0 1 2 3 4 5 6 7] vzorky $x[n]$=[1 -1 0 0 0 0 0 0]. Určete hodnotu zadaného koeficientu jeho diskrétní Fourierovy řady. Pomůcka: Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

$\tilde{X}[3] =$ ....

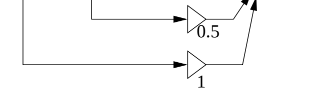
Příklad 8 Reálný diskrétní signál $x[n]$ má délku $N = 10$ vzorků, stejnou délku má tedy i jeho diskrétní Fourierova transformace $X[k]$. Zajímá nás modul této transformace $|X[k]|$.
Určete, které hodnoty $|X[k]|$ se pro $k = 0 \ldots N-1$ objevují pouze jednou (tedy jsou unikátní).

....

Příklad 9 Pro diskrétní signál o délce $N = 256$ vzorků počítáme diskrétní Fourierovu transformaci DFT. Vzorkovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Na frekvenční ose chceme rozlišení (vzdálenost dvou vzorků) 2 Hz. Kolik nul musíme k signálu doplnit před výpočtem DFT (zero-padding) ?

počet nul = ...

Příklad 10 Napište diferenční rovnici číslicového filtru, jehož schéma je na obrázku.



$y[n] =$...

Příklad 11 Napište přenosovou funkci číslicového filtru z předcházejícího příkladu.

$H(z) =$......................

Příklad 12 Filtr s diskrétním časem typu FIR má 2 nulové body: $n_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\frac{1}{\sqrt{2}}$.
Určete hodnotu modulu jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$.

$|H(e^{j\omega_1})| =$...................

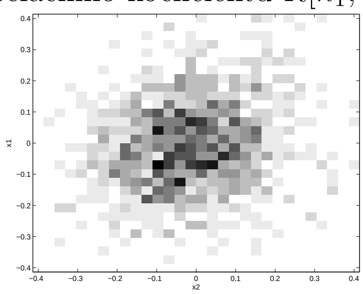
Příklad 13 Distribuční funkce stacionárního náhodného procesu je: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ x/3 & \text{pro } 0 \leq x < 3 \\ 1 & \text{pro } x \geq 3 \end{cases}$

Nakreslete jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.

Příklad 14 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného procesu je:
$p(x) = \begin{cases} 0.25 & \text{pro } -1 < x < 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Jaká je střední hodnota tohoto náhodného procesu ?

$a =$.......................

Příklad 15 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti náhodného procesu s diskrétním časem $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$ je znázorněna na obrázku (tmavá barva zde značí na rozdíl od přednášek **větší** hodnoty). Určete přibližně hodnotu korelačního koeficientu $R[n_1, n_2]$.



$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 16 Frekvenční charakteristika číslicového filtru má na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$ hodnotu $H(e^{j\omega_1}) = 4e^{-j\frac{\pi}{10}}$. Na vstupu filtru je reálný náhodný signál se spektrální hustotou výkonu $G_x(e^{j\omega})$. Napište, pro které normované kruhové frekvence budete schopni určit spektrální hustotou výkonu signálu na výstupu $G_y(e^{j\omega})$ a jak.

....

Příklad 17 Signál s dikrétním časem má délku $N = 6$ a hodnoty $x[n] =[2\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$.
Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu

$\hat{R}[4] =$ ....

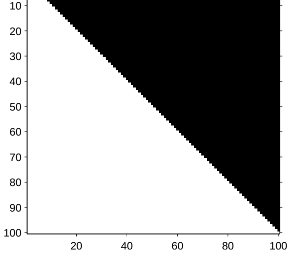
Příklad 18 Výkon kvantovacího šumu je $P_e = 160$. Určete, na jakou hodnotu se změní tento výkon, pokud se kvantovací krok zmenší dvakrát (přidáme jeden bit).

....

Příklad 19 Obrázek $x[k, l]$ o velikosti 101×101 pixelů má jediný pixel uprostřed bílý: $x[50, 50] = 1$, ostatní jsou černé (mají hodnotu nula).
Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT).

$X[0, 0] =$ ....

Příklad 20 Obrázek o rozměrech 100×100 pixelů (černá barva má hodnotu 0, bílá hodnotu 1) je filtrován 2D-filtrem. $H[k, l]$. Nakreslete výsledný obrázek nebo popište, co bude obsahovat.



$$H[k, l] = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$
