

## Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 5.2.2014, skupina A

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála se stejnosměrnou složkou:  
 $x(t) = -5 + 5e^{-j100\pi t}$ .

Nakreslete modul spektrální funkce  $|X(j\omega)|$  tohoto signálu.

**Příklad 2** Housle hrají lehce rozladěné komorní 'a' na  $f = 441$  Hz. Signál je navzorkován na vzorkovací frekvenci CD:  $F_s = 44100$  Hz. Kolik vzorků bude obsahovat 5 period signálu ?

.....

**Příklad 3** Signál  $x(t) = 4e^{j0.4\pi}e^{j200\pi t} + 4e^{-j0.4\pi}e^{-j200\pi t}$  lze zapsat jako cosinusovku  
 $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ . Určete její parametry.

$C_1 = \dots\dots\dots$      $\omega_1 = \dots\dots\dots$      $\phi_1 = \dots\dots\dots$

**Příklad 4** Je dán obdélníkový signál se spojitým časem:  $x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } -9 \leq t \leq 9 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ .

Na které kruhové frekvenci  $\omega_a$  (v rad/s) bude jeho spektrální funkce poprvé nulová, postupujeme-li od  $\omega = 0$  doprava ?

$\omega_a = \dots\dots\dots$

**Příklad 5** Do ideálního vzorkovače bez anti-aliasingového filtru vstupuje směs dvou cosinusovek:  
 $x(t) = \cos(2000\pi t) + \cos(9000\pi t)$ . Vzorkovací frekvence je  $F_s = 44100$  Hz. Vzorkovaný signál je pak ideálně rekonstruován. Napište výsledný rekonstruovaný signál.

$x_r(t) = \dots\dots\dots$

**Příklad 6** Diskrétní posloupnost délky  $N = 5$  je pro  $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4]$  dána jako  $x[n] = [7 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1]$ . Posloupnost je kruhově zpožděna o 2 vzorky:  $y[n] = R_5[n]x[\text{mod}_5(n - 2)]$ . Napište výslednou posloupnost  $y[n]$ .

$y[n] = [\dots\dots\dots]$

**Příklad 7** Periodický diskrétní signál s periodou  $N = 8$  má pro  $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7]$  vzorky  $x[n] = [1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ . Určete hodnotu zadaného koeficientu jeho diskrétní Fourierovy řady. Pomůcka: Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

$\tilde{X}[2] = \dots\dots\dots$

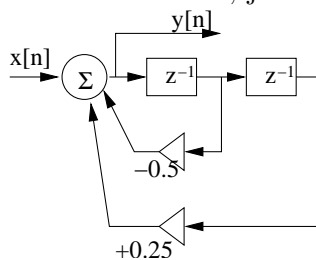
**Příklad 8** Reálný diskrétní signál  $x[n]$  má délku  $N = 11$  vzorků, stejnou délku má tedy i jeho diskrétní Fourierova transformace  $X[k]$ . Zajímá nás modul této transformace  $|X[k]|$ . Určete, které hodnoty  $|X[k]|$  se pro  $k = 0 \dots N - 1$  objevují pouze jednou (tedy jsou unikátní).

$\dots\dots\dots$

**Příklad 9** Pro diskrétní signál o délce  $N = 256$  vzorků počítáme diskrétní Fourierovu transformaci DFT. Vzorkovací frekvence je  $F_s = 8000$  Hz. Na frekvenční ose chceme rozlišení (vzdálenost dvou vzorků) 10 Hz. Kolik nul musíme k signálu doplnit před výpočtem DFT (zero-padding) ?

počet nul =  $\dots\dots\dots$

**Příklad 10** Napište diferenční rovnici číslicového filtru, jehož schéma je na obrázku.



$y[n] = \dots\dots\dots$

**Příklad 11** Napište přenosovou funkci číslicového filtru z předcházejícího příkladu.

$$H(z) = \dots\dots\dots$$

---

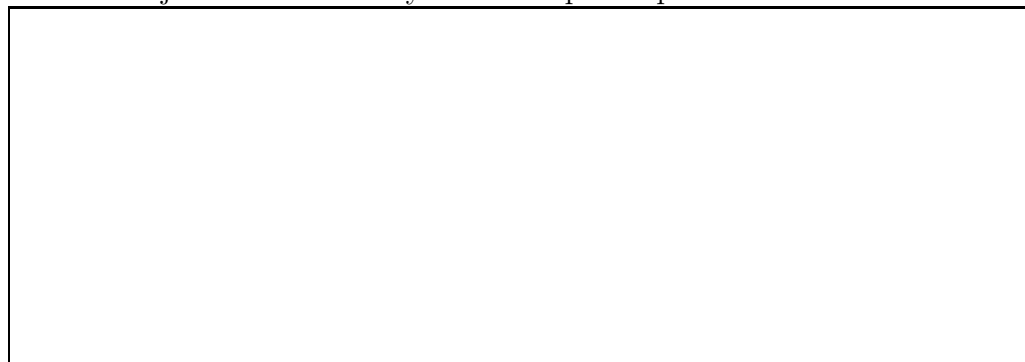
**Příklad 12** Filtr s diskretním časem typu FIR má 2 nulové body:  $n_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Určete hodnotu modulu jeho frekvenční charakteristiky na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$ .

$$|H(e^{j\omega_1})| = \dots\dots\dots$$

---

**Příklad 13** Distribuční funkce stacionárního náhodného procesu je:  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ x/3 & \text{pro } 0 \leq x < 3 \\ 1 & \text{pro } x \geq 3 \end{cases}$

Nakreslete jeho funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti.



**Příklad 14** Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného procesu je:

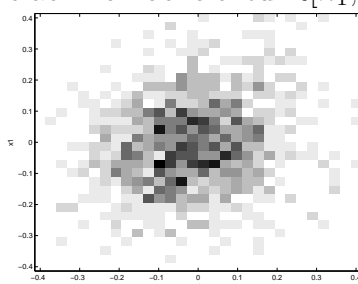
$$p(x) = \begin{cases} 0.25 & \text{pro } -1 < x < 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Jaká je střední hodnota tohoto náhodného procesu ?

$$a = \dots\dots\dots$$

---

**Příklad 15** Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti náhodného procesu s diskretním časem  $p(x_1, x_2, n_1, n_2)$  je znázorněna na obrázku (tmavá barva zde značí na rozdíl od přednášek větší hodnoty). Určete přibližně hodnotu korelačního koeficientu  $R[n_1, n_2]$ .



$$R[n_1, n_2] = \dots\dots\dots$$

**Příklad 16** Frekvenční charakteristika číslicového filtru má na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$  hodnotu  $H(e^{j\omega_1}) = 2e^{j\frac{\pi}{10}}$ . Na vstupu filtru je reálný náhodný signál se spektrální hustotou výkonu  $G_x(e^{j\omega})$ . Napište, pro které normované kruhové frekvence budete schopni určit spektrální hustotu výkonu signálu na výstupu  $G_y(e^{j\omega})$  a jak.

.....

**Příklad 17** Signál s diskretním časem má délku  $N = 6$  a hodnoty  $x[n] = [2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ . Proveďte nevyčýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu

$\hat{R}[3] = \dots\dots\dots$

**Příklad 18** Výkon kvantovacího šumu je  $P_e = 160$ . Určete, na jakou hodnotu se změní tento výkon, pokud se kvantovací krok zmenší šestnáctkrát (přidáme čtyři bity).

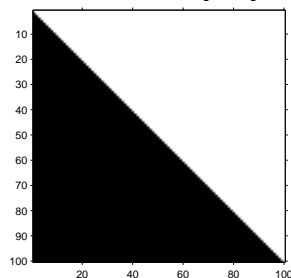
.....

**Příklad 19** Obrázek  $x[k, l]$  o velikosti  $101 \times 101$  pixelů má jediný pixel uprostřed bílý:  $x[50, 50] = 1$ , ostatní jsou černé (mají hodnotu nula).

Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskretní Fourierovy transformace (2D-DFT).

$X[0, 0] = \dots\dots\dots$

**Příklad 20** Obrázek o rozměrech  $100 \times 100$  pixelů (černá barva má hodnotu 0, bílá hodnotu 1) je filtrován 2D-filtrem.  $H[k, l]$ . Nakreslete výsledný obrázek nebo popište, co bude obsahovat.



$$H[k, l] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$