

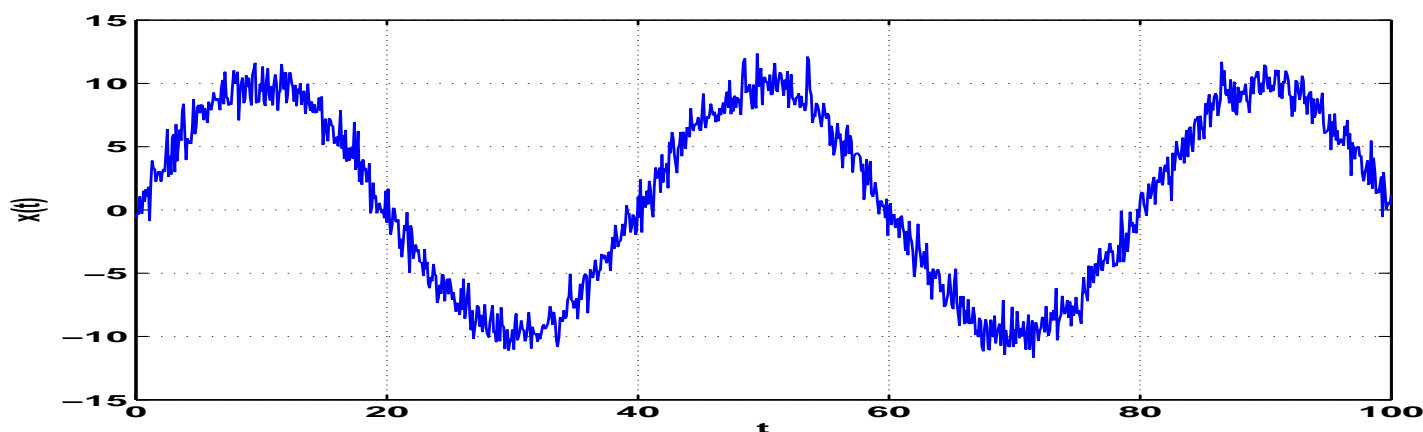
Semestrální zkouška ISS, 2.1.2013, skupina D

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Určete, zda jsou signály $x_1(t) = 1$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, \frac{T}{2}] \\ 0.5 & \text{pro } t \in [\frac{T}{2}, T] \end{cases}$ na intervalu $[0, T]$ ortogonální.

Ortogonalní: JSOU / NEJSOU

Příklad 2 Nakreslete do obrázku, jak bude přibližně vypadat zadaný signál po průchodu systémem s impulsní odezvou $h(t) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } t \in [0, 10] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$



Příklad 3 Hodnota spektrální funkce signálu $x(t)$ na kruhové frekvenci $\omega_1 = 5$ rad/s je $X(j\omega_1) = 1+1j$. Signál $y(t)$ je dán jako $y(t) = x(\frac{t}{2})$. Určete hodnotu spektrální funkce tohoto signálu na kruhové frekvenci $\omega_2 = 2.5$ rad/s.

$Y(j\omega_2) = \dots$

Příklad 4 Zapište spektrální funkci signálu skládajícího se ze dvou Diracových impulsů:
 $x(t) = -\delta(t+1) - \delta(t-1)$

$X(j\omega) = \dots$

Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je určeno diferenciální rovnicí:

$$x(t) - 0.5 \frac{dx(t)}{dt} = y(t) - 0.2 \frac{dy(t)}{dt}$$

Určete přenosovou funkci systému.

$H(s) = \dots$

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 - 1}$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.

Stabilní: ANO / NE

Příklad 7 Stejnoseměrný signál je vzorkován na frekvenci $F_s = 16000$ Hz

Určete, zda dojde k aliasingu a doplňte velmi krátké vysvětlení.

ALIASING: ANO / NE

Proč?

Příklad 8 Hodnota Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) **reálného** signálu $x[n]$ na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{10}$ rad je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10j$. Určete hodnotu DTFT na normované kruhové frekvenci $\omega_2 = \frac{19\pi}{10}$ rad

$$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) = \dots$$

Příklad 9 Je zadán diskretní periodický signál s periodou $N = 13$:

$\tilde{x}[n] = 4 \cos(\frac{2\pi}{13}n - \frac{\pi}{3})$. Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho DFŘ v intervalu $k \in [0, N - 1]$.

$$\tilde{X}[\dots] = \dots$$

$$\tilde{X}[\dots] = \dots$$

.....

Příklad 10 Diskretní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 2 3 4 5 6 7 8
Jeho 2. koeficient diskretní Fourierovy transformace (DFT) je: $X[2] = -4+4j$. Jaká bude hodnota 2. koeficientu DFT $Y[2]$ signálu $y[n]$, jehož vzorky $y[0]$ až $y[7]$ jsou: 3 4 5 6 7 8 1 2

$$Y[2] = \dots$$

Příklad 11 Vzorovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Máme $N = 256$ vzorků diskrétního signálu. Kolika nulami je potřeba doplnit signál (“zero padding”), abychom po výpočtu DFT dostali ve frekvenci rozlišení minimálně 1Hz ?

$N_{zeros} = \dots\dots\dots$

Příklad 12 Nakreslete frekvenční charakteristiku (modulovou i argumentovou) číslicového filtru, který realizuje pouze zpoždění a má impulsní odezvu:

$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{Stačí kreslit pro interval normovaných kruhových frekvencí } \omega \in [0, \pi].$$

výsledek

Příklad 13 Napište funkci v C pro implementaci filtru s diferenční rovnicí: $y[n] = x[n] + 0.5x[n-1]$
Nezapomeňte na statické proměnné!

```
float filtr (float xn) {
    // ...
}
return yn;
```

Příklad 14 Číslicový filtr má přenosovou funkci $H(z) = 1 - 1.4z^{-1} + 0.98z^{-2}$. Určete, na jaké normované kruhové frekvenci v intervalu $\omega \in [0, \pi]$ bude minimum jeho frekvenční charakteristiky. Pomůcka: Řešení kvadratické rovnice $z^2 - 1.4z + 0.98 = 0$ je $z_{1,2} = -0.7 \pm 0.7j$.

$\omega_{min} = \dots\dots\dots$

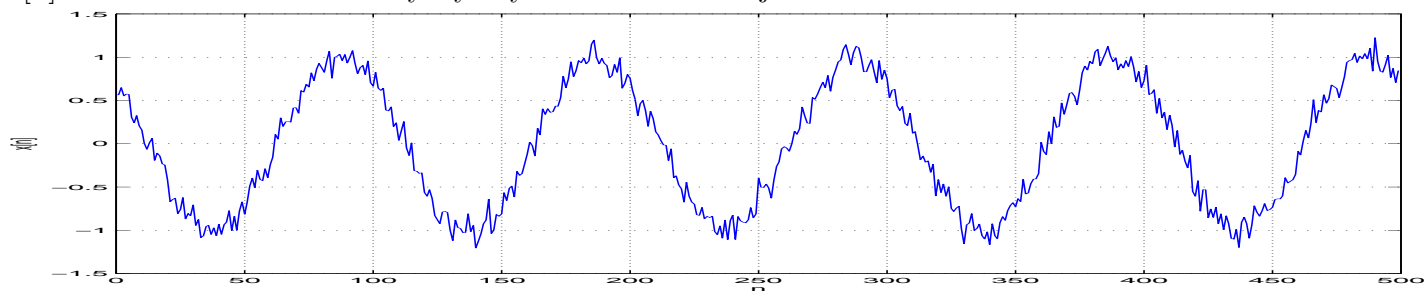
Příklad 15 Na $\Omega = 1000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2 :

intervaly x_1	intervaly x_2	
	$[-10, 0]$	$[0, 10]$
$[0, 10]$	100	400
$[-10, 0]$	400	100

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] = \dots\dots\dots$

Příklad 16 Pro zadaný náhodný signál $x[n]$ určete, pro kterou hodnotu k bude autokorelační koeficient $R[k]$ maximální. Používáme vychýlený odhad. Neuvažujte triviální řešení $k = 0$.



$k_{max} = \dots\dots\dots$

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem a maximem, jeho funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti je: $p(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro } 8 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Určete jeho střední výkon.

$P_s = \dots\dots\dots$

Příklad 18 Máme k dispozici $N = 10$ vzorků náhodného signálu. Koeficienty DFT $X[0 \dots 4]$ jsou následující:

- $X[0] = 5$
- $X[1] = 1+j$
- $X[2] = 2-j$
- $X[3] = 3+j$
- $X[4] = 4-j$.

Odhadněte jeho spektrální hustotu výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0.2\pi$ rad

$G_x(e^{j\omega_1}) = \dots\dots\dots$

Příklad 19 Vypočítejte zadaný koeficient $X[m, n]$ pro 2D-DFT pro obrázek o velikosti 256×256 , který je zadán: $x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } k = 0, \quad l \in [0, 255] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ (tedy pouze první řádek bílý, jinak černo). k indexuje řádky obrázku, l sloupce. m indexuje svislé obrazové frekvence, n vodorovné.

$X[1, 0] = \dots\dots\dots$

Příklad 20 Napište matici (masku) 2D filtru o velikosti 3×3 pro detekci svislých hran v obrázku.
