

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina B

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Cosinusovka může být zapsána jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ nebo jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1(t + \tau))$.
Určete hodnotu τ pro cosinusovku: $x(t) = 40 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$

$\tau =$

Příklad 2 Určete základní periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10 \cos(\frac{\pi}{34}n)$

$N_1 =$

Příklad 3 Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2\text{ms}, 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [-4\text{ms}, -2\text{ms}] \text{ a pro } t \in [2\text{ms}, 4\text{ms}] \end{cases}$$

s periodou $T_1 = 8$ ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:

$c_2 =$

Příklad 4 První signál je obdélníkový impuls zadaný jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$,

druhý je Diracův impuls: $x_2(t) = \delta(t + 1)$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

výsledek

Příklad 5 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	1	1	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 6 Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem $x(t)$ je $c_{x3} = 14 + 4j$. Signál $y(t) = x(3t)$. Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu $y(t)$, napište který a jakou má hodnotu.

$c_{y\dots} = \dots$

Příklad 7 Hnětač těsta má poloměr $r = 2$ cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačén rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály $x(l)$. Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta l , směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

$x(l) = \dots$

Příklad 8 Určete, zda je systém popsáný rovnicí $y(t) = x^2(t - 1)$ časově invariantní.

Časově invariantní ANO / NE.

Příklad 9 Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce: $H(s) = \frac{s^2 + s + 2}{s^2 + 0.5s + 1}$

Zapište jeho diferenciální rovnici:

Příklad 10 Obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, 1 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 100$ MHz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

výsledek

Komentář:

Příklad 11 Diskrétní signál má dva vzorky nenulové: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = -\frac{\pi}{2}$

$$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = \dots\dots\dots$$

Příklad 12 Reálný signál s diskretním časem má délku $N = 16$. Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskretním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$.

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište “nelze určit”.

$$X[12] = \dots\dots\dots$$

Příklad 13 Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskretním časem $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro $N = 8$ a $k = 2$

$$x[0] = \dots\dots\dots \quad x[1] = \dots\dots\dots \quad x[2] = \dots\dots\dots \quad x[3] = \dots\dots\dots$$

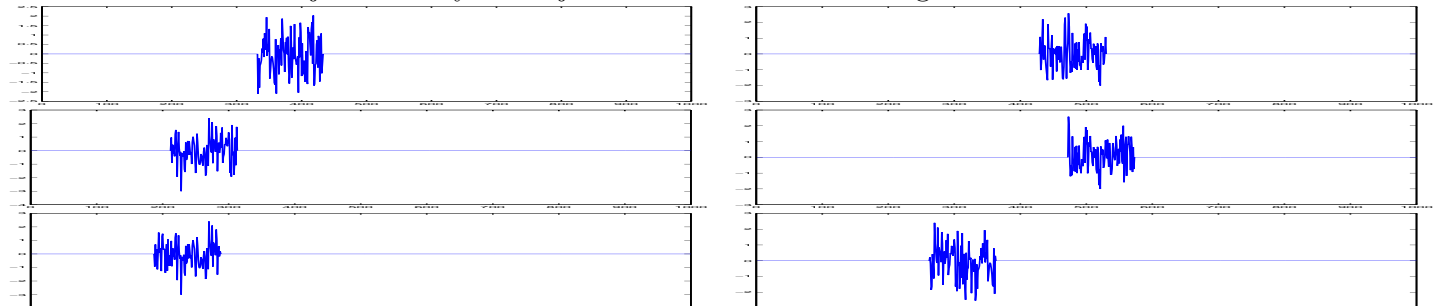
Příklad 14 Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze: $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$. Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$$\phi_{y1} = \dots\dots\dots$$

Příklad 15 Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

Odpověď:

Příklad 16 Číslicový filtr $H_a(z)$ má dva póly: $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$. Číslicový filtr $H_b(z)$ má také dva póly: $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$. Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením $H_a(z)$ a $H_b(z)$ do série (za sebe).

počet: póly:

Příklad 17 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0.5x & \text{pro } x \in [0, 1] \\ 0.5 & \text{pro } x \in [1, 2] \\ 0.5(x - 2) + 0.5 & \text{pro } x \in [2, 3] \\ 1 & \text{pro } x > 3 \end{cases}$$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od $a = -1$ do $b = 2$

$$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} = \dots\dots\dots$$

Příklad 18 Signál je kvantován na $b = 16$ bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

$$\text{SNR} = \dots\dots\dots$$

Příklad 19 Matice (maska) 2D filtru o velikosti 4×4 je dána následovně:

$$h[i, j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propust.

Odpověď:

Příklad 20 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k, l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou $X[0, 0] = 5000$, $X[2, 0] = 2500$, ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek $x[k, l]$.

výsledek

Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový: $X[98, 0] = 2500$.