Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Cosinusovka může být zapsána jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ nebo jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1(t+\tau))$. Určete hodnotu τ pro cosinusovku: $x(t) = 40\cos(20\pi t + \pi)$

$\varphi_1 = \omega_1 \tau$, $\quad \tau = \frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\pi}{20\pi}$

$\tau =$ $\frac{1}{20} = 0{,}05$ s

Příklad 2 Určete základní periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10\cos(n)$

$N_1 \omega_1 = k 2\pi$

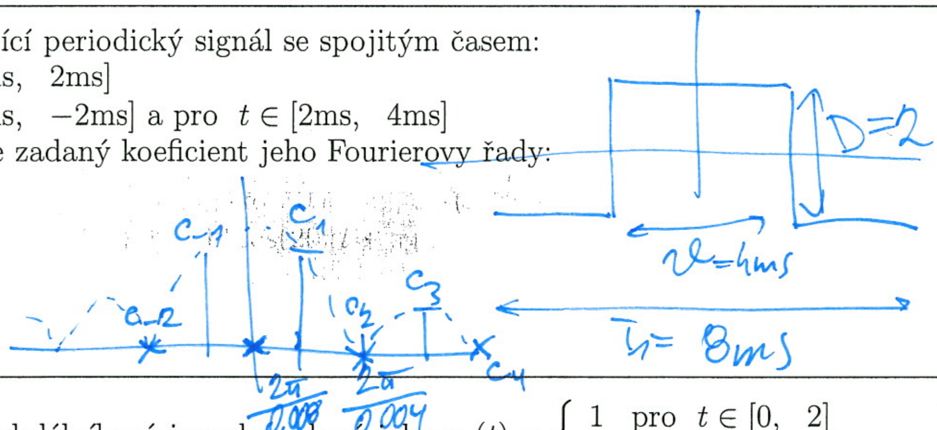
$N_1 \cdot 1 = k 2\pi$ – nejde najít N_1

$N_1 =$ neexistuje

Příklad 3 Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2\text{ms}, \ 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [-4\text{ms}, \ -2\text{ms}] \text{ a pro } t \in [2\text{ms}, \ 4\text{ms}] \end{cases}$$

s periodou $T_1 = 8$ ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:



pozor, střední hodnota je 0!

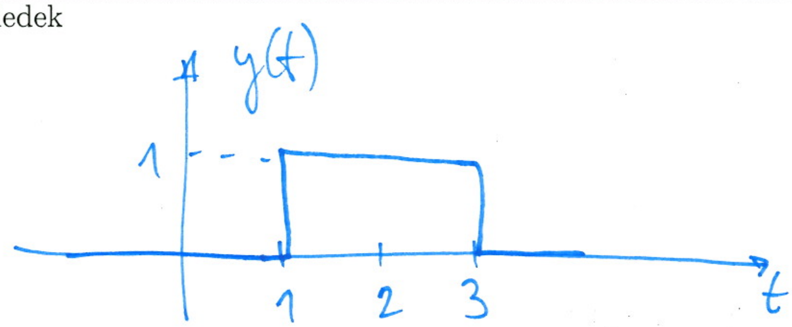
$c_{-2} =$ 0

Příklad 4 První signál je obdélníkový impuls zadaný jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, \ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$,

druhý je Diracův impuls: $x_2(t) = \delta(t-1)$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

výsledek



Příklad 5 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	2	1	2
$x_1[n] \circledast_N x_2[n]$	0	3	0	3

Příklad 6 Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem $x(t)$ je $c_{x3} = 14 + 4j$. Signál $y(t) = x(3t)$. Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu $y(t)$, napište který a jakou má hodnotu.

při změně časového měřítka zůstávají koeficienty FŘ stejné!

$c_{y3} = 14 + 4j$

Příklad 7 Hnětač těsta má poloměr $r = 2$ cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačen rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály $x(l)$. Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta l, směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

takže 2 otáčky na 1cm,
$\omega = 2 \cdot 2\pi$

$x(l) = 2\, e^{j4\pi l}$

Příklad 8 Určete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x(t-1) - 1$ časově invariantní.

Časově invariantní ANO / NE.

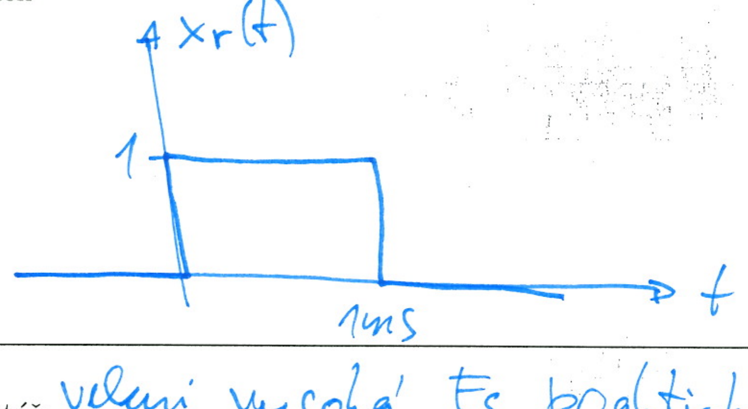
Příklad 9 Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce: $H(s) = \frac{s+2}{s^2+0.5s+1}$

Zapište jeho diferenciální rovnici: $\frac{s+2}{s^2+0.5s+1} = \frac{Y(s)}{X(s)}$ $\quad X(s)(s+2) = Y(s)(s^2+\ldots)$

$$\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 0{,}5\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 10 Obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 200$ MHz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

výsledek



Komentář: velmi vysoká Fs, prakticky beze změny.

Příklad 11 Diskrétní signál má dva vzorky nenulové: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$

$e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} = 1e^{j0} + 1e^{-j\omega} =$$

$$= 1 + e^{-j\omega}$$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ $1 + 0,7 - 0,7j = \underline{1,7 - 0,7j}$

Příklad 12 Reálný signál s diskrétním časem má délku $N = 16$. Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$.

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište "nelze určit".

koeficient k $\rightarrow$ frekvence $k\frac{2\pi}{N}$

$N-k$ $\rightarrow$ $\left(2\pi - k\frac{2\pi}{N}\right)^*$

$X[15] =$ nelze určit

Příklad 13 Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskrétním časem $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro $N = 8$ a $k = 3$

$e^{j\frac{2\pi}{8}3\cdot n} = e^{j\frac{3}{4}\pi n}$

$x[0] =$ 1 $x[1] =$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$ $x[2] =$ $-j$ $x[3] =$ $\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$

Příklad 14 Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

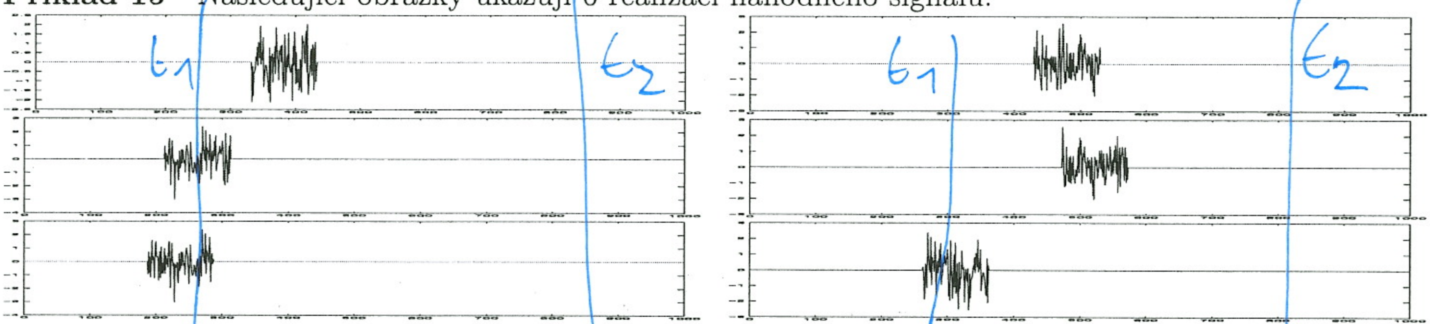
$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

nemění amplitudu, fázi zpožďuje o $-2\omega_1$.

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze: $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$. Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$\phi_{y1} =$ $-\frac{4\pi}{40} = -\frac{\pi}{10}$ rad

Příklad 15 Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

stačí např. odhadnout rozptyl v ~~tomto~~ čase t_1 a t_2 a srovnat...

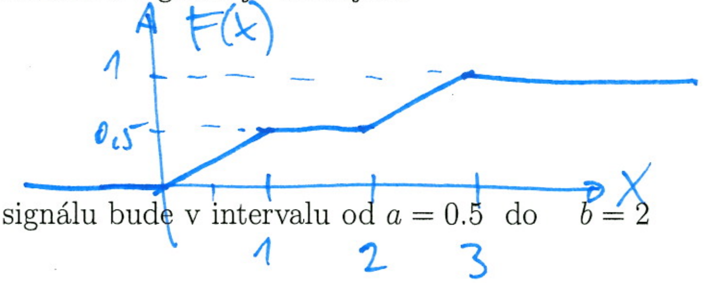
Odpověď: NE

Příklad 16 Číslicový filtr $H_a(z)$ má dva póly: $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$. Číslicový filtr $H_b(z)$ má také dva póly: $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$. Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením $H_a(z)$ a $H_b(z)$ do série (za sebe).

počet: ...4... póly: ...0,5 ± 0,5j, −0,5 ± 0,5j...

Příklad 17 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0.5x & \text{pro } x \in [0,\ 1] \\ 0.5 & \text{pro } x \in [1,\ 2] \\ 0.5(x-2) + 0.5 & \text{pro } x \in [2,\ 3] \\ 1 & \text{pro } x > 3 \end{cases}$$



Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od $a = 0.5$ do $b = 2$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ ...0,5 − 0,25 = 0,25...

Příklad 18 Signál je kvantován na $b = 24$ bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

SNR = ...144 + nějaká konstanta dB...

Příklad 19 Matice (maska) 2D filtru o velikosti 4×4 je dána následovně:

$$h[i,j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

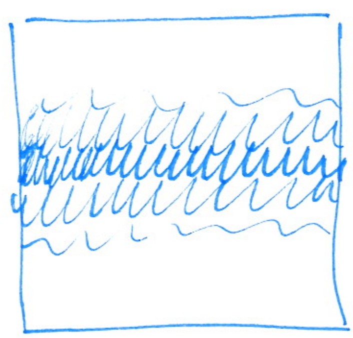
Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propusť.

Odpověď: ...horní propusť...

Příklad 20 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k,l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou $X[0,0] = 5000$, $X[1,0] = 2500$, ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek $x[k,l]$.

ss. složka 1 perioda svisle

výsledek



Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový: $X[99,0] = 2500$.

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina B

REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Cosinusovka může být zapsána jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ nebo jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 (t + \tau))$. Určete hodnotu τ pro cosinusovku: $x(t) = 40 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$

$$\tau = \frac{-\frac{\pi}{2}}{10\pi} = -\frac{\pi}{20\pi}$$

$\tau = -\frac{1}{20} = -0{,}05\,s$

Příklad 2 Určete základní periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10 \cos(\frac{\pi}{34} n)$

$$N_1 \cdot \frac{\pi}{34} = k\, 2\pi$$

$$N_1 = k\, 68$$

$N_1 = 68$

Příklad 3 Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2\text{ms}, \; 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [-4\text{ms}, \; -2\text{ms}] \text{ a pro } t \in [2\text{ms}, \; 4\text{ms}] \end{cases}$$

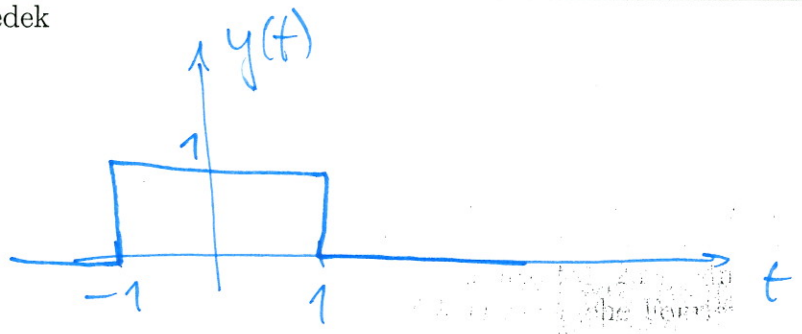
s periodou T_1 =8 ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:

viz A

$c_2 = 0$

Příklad 4 První signál je obdélníkový impuls zadaný jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, \; 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$,
druhý je Diracův impuls: $x_2(t) = \delta(t+1)$
Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

výsledek



Příklad 5 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	1	1	2
$x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$	1	2	0	2

Příklad 6 Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem $x(t)$ je $c_{x3} = 14 + 4j$. Signál $y(t) = x(3t)$. Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu $y(t)$, napište který a jakou má hodnotu.

$c_{y\,3} = 14+4j$

Příklad 7 Hnětač těsta má poloměr $r = 2$ cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačen rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály $x(l)$. Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta l, směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

Viz A

$x(l) =$ ....

Příklad 8 Určete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x^2(t-1)$ časově invariantní.

Časově invariantní ANO / NE.

Příklad 9 Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce: $H(s) = \frac{s^2+s+2}{s^2+0.5s+1}$

Zapište jeho diferenciální rovnici:

$$\frac{dx^2(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = \frac{dy^2(t)}{dt^2} + 0{,}5\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 10 Obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 100$ MHz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

výsledek

Viz A

Komentář: ....

Příklad 11 Diskrétní signál má dva vzorky nenulové: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = -\frac{\pi}{2}$

$e^{+j\frac{\pi}{2}}$

viz A

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ $1+j$

Příklad 12 Reálný signál s diskrétním časem má délku $N = 16$. Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$.

viz A

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište "nelze určit".

odpovídá $k = 4$

$X[12] =$ $X^*[4] = 10 + j$

Příklad 13 Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskrétním časem $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro $N = 8$ a $k = 2$

$e^{j\frac{\pi}{2}n}$

$x[0] =$ ~~0~~ 1 $\quad x[1] =$ j $\quad x[2] =$ -1 $\quad x[3] =$ $-j$

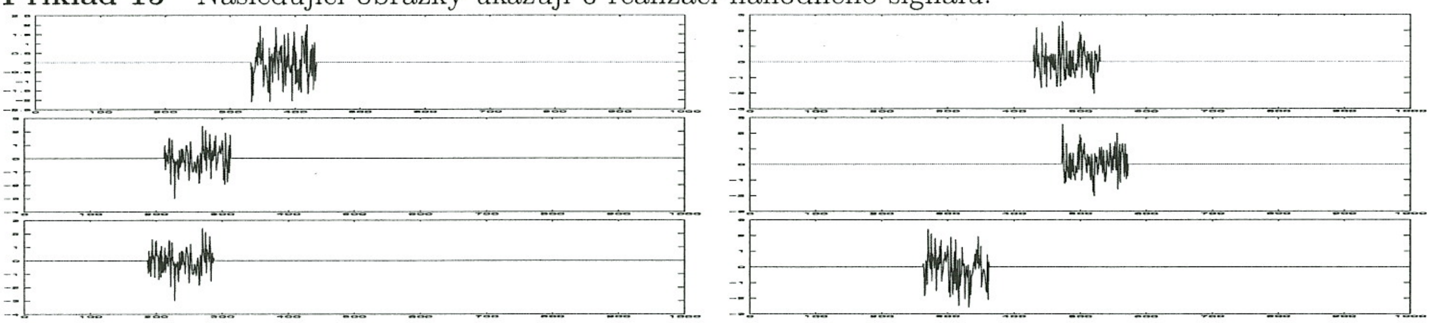
Příklad 14 Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad n = 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze: $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$. Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$\phi_{y1} =$ $-\frac{8\pi}{40} = -\frac{\pi}{5}$ rad

Příklad 15 Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

NE

Odpověď: ....

B

Příklad 16 Číslicový filtr $H_a(z)$ má dva póly: $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$. Číslicový filtr $H_b(z)$ má také dva póly: $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$. Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením $H_a(z)$ a $H_b(z)$ do série (za sebe).

viz A

počet: ...... póly: ....

Příklad 17 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0.5x & \text{pro } x \in [0,\ 1] \\ 0.5 & \text{pro } x \in [1,\ 2] \\ 0.5(x-2) + 0.5 & \text{pro } x \in [2,\ 3] \\ 1 & \text{pro } x > 3 \end{cases}$$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od $a = -1$ do $b = 2$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ 0,5 − 0 = 0,5

Příklad 18 Signál je kvantován na $b = 16$ bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

SNR = 96 + nějaká konstanta dB

Příklad 19 Matice (maska) 2D filtru o velikosti 4×4 je dána následovně:

$$h[i,j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

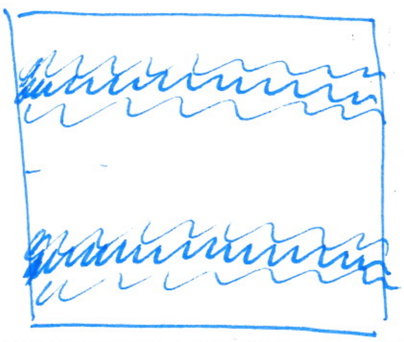
Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propusť.

Odpověď: horní propusť

Příklad 20 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k,l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou $X[0,0] = 5000$, $X[2,0] = 2500$, ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek $x[k,l]$.

ss. složka 2 periody svisle

výsledek



Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový: $X[98,0] = 2500$.

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina C

REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Cosinusovka může být zapsána jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ nebo jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1(t+\tau))$. Určete hodnotu τ pro cosinusovku: $x(t) = 40\cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$

$$\tau = \frac{\frac{\pi}{2}}{20\pi}$$

$\tau = \frac{1}{40} = 0{,}025\,s$

Příklad 2 Určete základní periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10\cos(\frac{2}{17}n)$

$$N_1 \cdot \frac{2}{17} = k2\pi$$

$N_1 = 17k\pi$ ... nejde

$N_1 =$ neexistuje

Příklad 3 Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2\text{ms}, \ 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [-4\text{ms}, \ -2\text{ms}] \text{ a pro } t \in [2\text{ms}, \ 4\text{ms}] \end{cases}$$

s periodou $T_1 = 8$ ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:

viz A

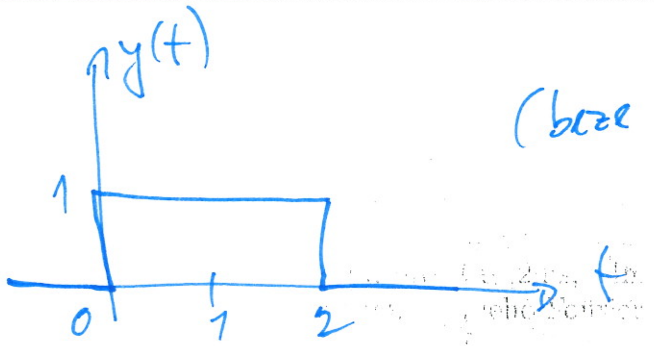
$c_4 = 0$

Příklad 4 První signál je obdélníkový impuls zadaný jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, \ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$,

druhý je Diracův impuls: $x_2(t) = \delta(t)$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

výsledek



(beze změny)

Příklad 5 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	1	2	2
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	2	1	1	2

Příklad 6 Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem $x(t)$ je $c_{x3} = 14 + 4j$. Signál $y(t) = x(3t)$. Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu $y(t)$, napište který a jakou má hodnotu.

$c_{y3} =$ $14 + 4j$

Příklad 7 Hnětač těsta má poloměr $r = 2$ cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačen rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály $x(l)$. Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta l, směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

viz A

$x(l) =$ ....

Příklad 8 Určete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x^t(t-1)$
časově invariantní.

ruší invariantnost!

Časově invariantní ANO / NE.

Příklad 9 Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce: $H(s) = \frac{1}{s^2+0.5s+1}$

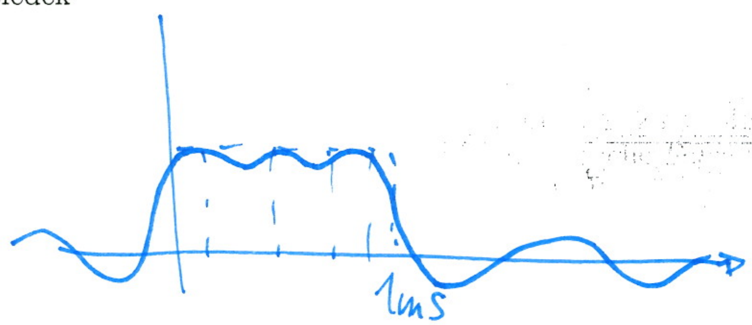
Zapište jeho diferenciální rovnici:

$$x(t) = \frac{dy^2(t)}{dt^2} + 0{,}5\frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

Příklad 10 Obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 4000$ Hz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

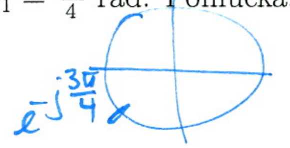
pouze 4 vzorky na obdélníkE!

výsledek



Komentář: signál zkreslený kvůli porušení vzork. teorému.

Příklad 11 Diskrétní signál má dva vzorky nenulové: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{3\pi}{4}$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$



viz A

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ $1 - 0{,}7 - 0{,}7j = \underline{0{,}3 - 0{,}7j}$

Příklad 12 Reálný signál s diskrétním časem má délku $N = 16$. Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$.

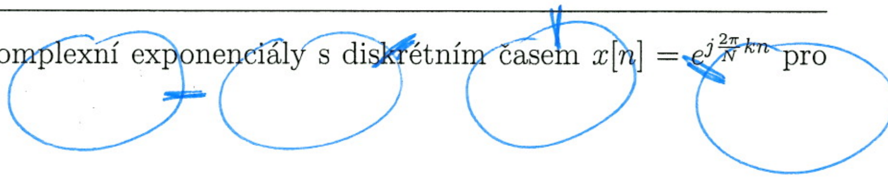
viz A

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište "nelze určit".

$X[5] =$ nelze určit

Příklad 13 Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskrétním časem $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro $N = 8$ a $k = 1$

$e^{j\frac{\pi}{4}n}$



$x[0] =$ 1 $x[1] =$ $\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$ $x[2] =$ j $x[3] =$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$

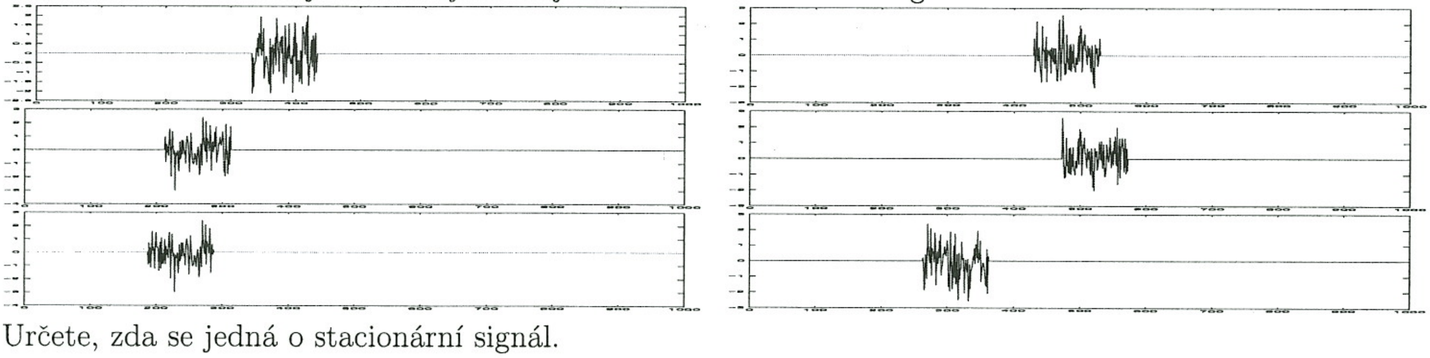
Příklad 14 Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze: $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$. Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$\phi_{y1} =$ $-\frac{6\pi}{40} = -\frac{3\pi}{20}$ rad

Příklad 15 Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

Odpověď: NE

Příklad 16 Číslicový filtr $H_a(z)$ má dva póly: $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$. Číslicový filtr $H_b(z)$ má také dva póly: $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$. Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením $H_a(z)$ a $H_b(z)$ do série (za sebe).

viz A

počet: ...... póly: ....

Příklad 17 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro} \quad x < 0 \\ 0.5x & \text{pro} \quad x \in [0,\ 1] \\ 0.5 & \text{pro} \quad x \in [1,\ 2] \\ 0.5(x-2) + 0.5 & \text{pro} \quad x \in [2,\ 3] \\ 1 & \text{pro} \quad x > 3 \end{cases}$$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od $a = 0$ do $b = 3$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ .... $1 - 0 = 1$

Příklad 18 Signál je kvantován na $b = 8$ bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

SNR = ... 48 + nějaká konstanta dB

Příklad 19 Matice (maska) 2D filtru o velikosti 4×4 je dána následovně:

$$h[i,j] = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

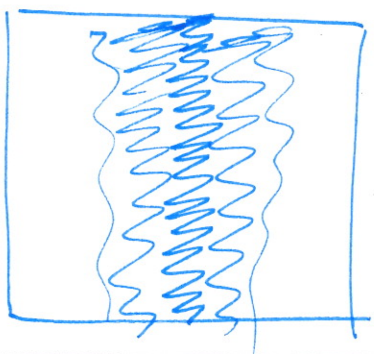
Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propusť.

Odpověď: .... dolní propusť

Příklad 20 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k,l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou $X[0,0] = 5000$, $X[0,1] = 2500$, ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek $x[k,l]$.

ss-složka 1 perioda vodorovně

výsledek



Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový: $X[0,99] = 2500$.

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 15.1.2013, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Cosinusovka může být zapsána jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ nebo jako $x(t) = C_1 \cos(\omega_1(t+\tau))$. Určete hodnotu τ pro cosinusovku: $x(t) = 40\cos(10\pi t - \pi)$

$\tau = -\frac{\pi}{10\pi}$

$\tau =$ $-\frac{1}{10} = -0{,}1\,s$

Příklad 2 Určete základní periodu N_1 diskrétního harmonického signálu: $x[n] = 10\cos(\frac{2\pi}{17}n)$

$N_1 \cdot \frac{2\pi}{17} = k 2\pi$

$N_1 = k \cdot 17$

$N_1 =$ 17

Příklad 3 Je dán následující periodický signál se spojitým časem:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [-2\text{ms},\ 2\text{ms}] \\ -1 & \text{pro } t \in [-4\text{ms},\ -2\text{ms}] \text{ a pro } t \in [2\text{ms},\ 4\text{ms}] \end{cases}$$

viz A

s periodou T_1 =8 ms. Určete zadaný koeficient jeho Fourierovy řady:

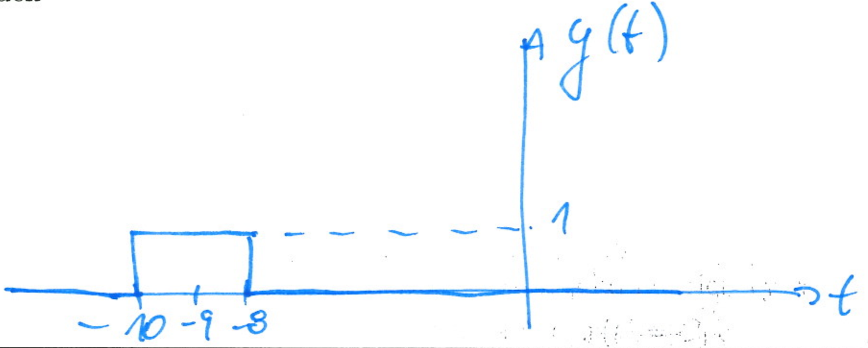
$c_0 =$ 0 (střední hodnota).

Příklad 4 První signál je obdélníkový impuls zadaný jako $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$,

druhý je Diracův impuls: $x_2(t) = \delta(t + 10)$

Nakreslete jejich konvoluci $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

výsledek



Příklad 5 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	0	1	-1
$x_2[n]$	1	2	2	2
$x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$	1	2	1	3

Příklad 6 Třetí koeficient Fourierovy řady periodického signálu se spojitým časem $x(t)$ je $c_{x3} = 14+4j$. Signál $y(t) = x(3t)$. Pokud jste schopni určit nějaký koeficient Fourierovy řady signálu $y(t)$, napište který a jakou má hodnotu.

$c_{y,3} = 14 + 4j$

Příklad 7 Hnětač těsta má poloměr $r = 2$ cm. Otáčí se rychlostí 10 otáček za sekundu. Do těsta je tlačen rychlostí 5 cm/s. Popište dráhu bodu na jeho okraji pomocí komplexní exponenciály $x(l)$. Nezávislá proměnná bude hloubka zatlačení do těsta l, směr otáčení si zvolte, počáteční fázi neřešte.

viz A

$x(l) =$ ....

Příklad 8 Určete, zda je systém popsaný rovnicí $y(t) = x(t-1)$ časově invariantní.

Časově invariantní ANO / NE.

Příklad 9 Systém se spojitým časem je dán pomocí přenosové funkce: $H(s) = s + 2$

Zapište jeho diferenciální rovnici:

$\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = y(t)$

Příklad 10 Obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0,\ 1\text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz a pak ideálně rekonstruován. Nakreslete signál po rekonstrukci a krátce okomentujte.

výsledek

viz C

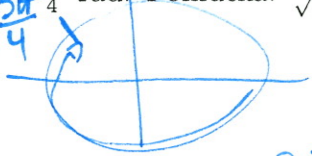
pouze 8 vzorků na obdélník!

Komentář: ....

Příklad 11 Diskrétní signál má dva vzorky nenulové: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, ostatní jsou nula. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{5\pi}{4}$ rad. Pomůcka: $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$

viz A

$e^{j\frac{5\pi}{4}}$



$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ $1 - 0{,}7 + 0{,}7j = 0{,}3 + 0{,}7j$

Příklad 12 Reálný signál s diskrétním časem má délku $N = 16$. Hodnota jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ je $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 10 - j$.

viz A

Pokud to jde, určete zadaný koeficient jeho Diskrétní Fourierovy transformace (DFT), jinak napište "nelze určit".

$X[4] =$ $10 - j$

Příklad 13 Napište první čtyři hodnoty komplexní exponenciály s diskrétním časem $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro $N = 8$ a $k = 4$

$e^{j\pi n}$

$x[0] =$ 1 $x[1] =$ -1 $x[2] =$ 1 $x[3] =$ -1

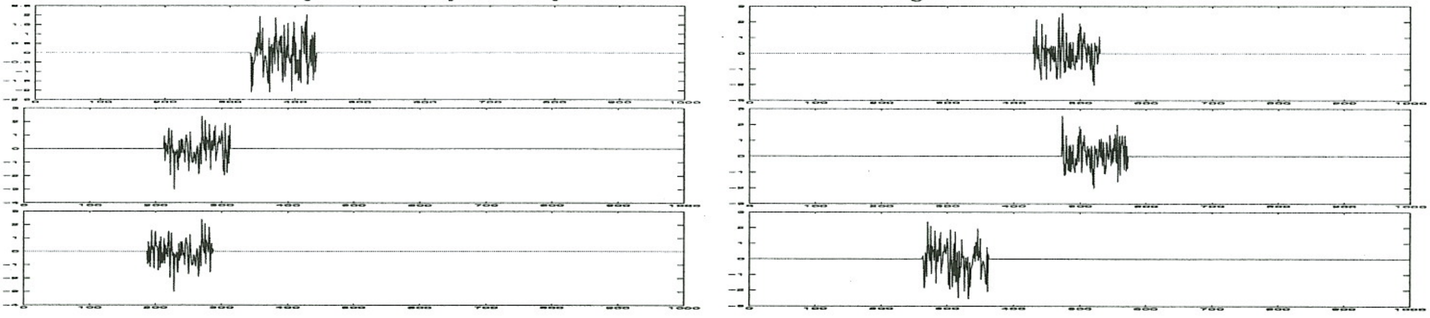
Příklad 14 Číslicový filtr realizuje pouze zpoždění, má impulsní odezvu:

$$h[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n = 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Na vstupu má cosinusovku bez počáteční fáze: $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{40}n)$. Na výstupu je rovněž cosinusovka. Určete její počáteční fázi.

$\phi_{y1} =$ $-\frac{2\pi}{40} = -\frac{\pi}{20}$ rad

Příklad 15 Následující obrázky ukazují 6 realizací náhodného signálu.



Určete, zda se jedná o stacionární signál.

Odpověď: NE

Příklad 16 Číslicový filtr $H_a(z)$ má dva póly: $p_{a,1/2} = 0.5 \pm 0.5j$. Číslicový filtr $H_b(z)$ má také dva póly: $p_{b,1/2} = -0.5 \pm 0.5j$. Určete, kolik pólů a jaké bude mít filtr vzniklý zapojením $H_a(z)$ a $H_b(z)$ do série (za sebe).

viz A

počet: ...... póly: ....

Příklad 17 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je dána jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 0.5x & \text{pro } x \in [0,\ 1] \\ 0.5 & \text{pro } x \in [1,\ 2] \\ 0.5(x-2) + 0.5 & \text{pro } x \in [2,\ 3] \\ 1 & \text{pro } x > 3 \end{cases}$$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu bude v intervalu od $a = 0.5$ do $b = 1.5$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ 0,5 − 0,25 = 0,25

Příklad 18 Signál je kvantován na $b = 4$ bitech. Při kvantování je plně využita dynamika kvantizéru. Určete poměr signálu k šumu.

SNR = 4 . 6 = 24 + nějaká konstanta dB

Příklad 19 Matice (maska) 2D filtru o velikosti 4×4 je dána následovně:

$$h[i,j] = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

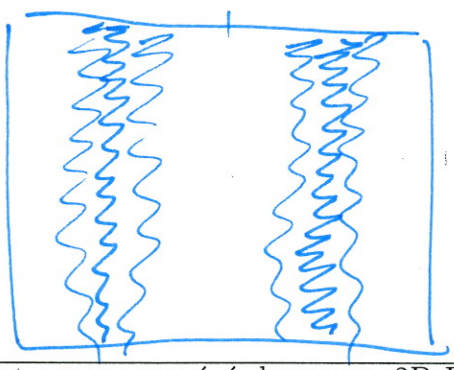
Určete, zda se jedná o dolní nebo horní propusť.

Odpověď: dolní propusť

Příklad 20 Obrázek (stupně šedi od hodnoty 0 do hodnoty 1) $x[k,l]$ má rozměry 100×100 pixelů. Jeho nenulové koeficienty 2D-DFT jsou $X[0,0] = 5000$, $X[0,2] = 2500$, ostatní jsou nulové. Nakreslete obrázek $x[k,l]$.

ss. složka 2 pruhy vodorovně

výsledek



Poznámka pro experty na zpracování obrazu: ve 2D-DFT musí být z důvodů symetrie ještě jeden koeficient nenulový: $X[0,98] = 2500$.