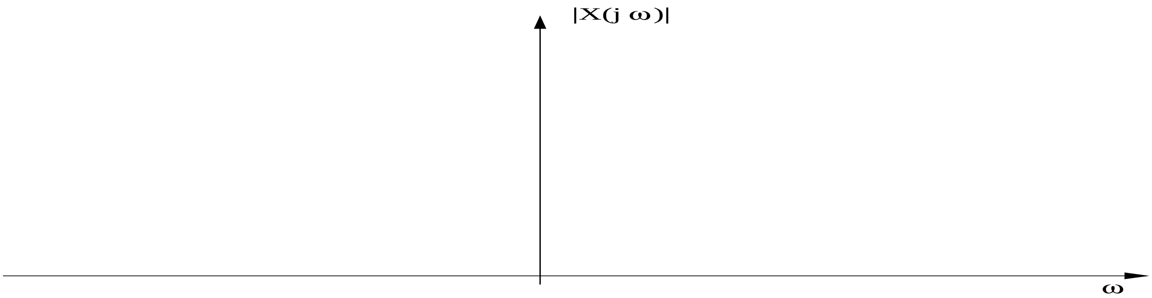
Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 1.2.2012, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete modul spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = \begin{cases} t+1 & \text{pro} \;\; t \in [-1,\ 0] \\ -t+1 & \text{pro} \;\; t \in [0,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: signál je možné vyjádřit jako konvoluci dvou obdélníkových impulsů.



Příklad 2 Hodnota spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t)$ na frekvenci $\omega_1 = 10\pi$ rad/s je $X(j\omega_1) = 1+j$. Určete hodnotu spektrální funkce $Y(j\omega)$ posunutého signálu $y(t) = x(t-0.1)$ na stejné frekvenci $\omega_1 = 10\pi$ rad/s.

$Y(j\omega_1) =$ ....

Příklad 3 Systém je popsán tzv. "step" funkcí:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro} \;\; x(t) < 0 \\ 1 & \text{pro} \;\; x(t) \geq 0 \end{cases}$$

Určete, zda je systém lineární.

JE / NENÍ: ....

Příklad 4 Systém se spojitým časem je ideální dolní propusť s frekvenční charakteristikou:

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; \omega \in [-2000\pi \text{ rad/s},\ 2000\pi \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete signál $y(t)$ na výstupu systému, pokud je signál na vstupu směsí dvou cosinusovek:
$x(t) = \cos(2500\pi t) + \cos(2600\pi t)$

$y(t) =$................................

Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí

$$0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0.5\frac{dx(t)}{dt} + x(t)$$

Napište jeho přenosovou funkci.

$H(s) =$...............................

Příklad 6 Zvuk marťanského létajícího talíře má výrazné zastoupení frekvencí od 8 do 9 kHz. V jakém intervalu frekvencí marťanský talíř uslyšíme, pokud bude zvuk ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz **bez anti-aliasingu** a poté ideálně rekonstruován ?

od .... do .... kHz.

Příklad 7 Určete, zda sečtením komplexních exponenciál

$$x_1[n] = \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\frac{2\pi}{1000}n} \quad \text{a} \quad x_2[n] = \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\frac{2\pi}{1000}n}$$

vznikne reálný signál.

ANO / NE: ....

Příklad 8 Vypočtěte a do tabulky doplňte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	0	1	2
$x_2[n]$	1	1	1	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$				

Příklad 9 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) byla počítána na $N = 1024$ vzorcích diskrétního signálu, který byl získán vzorkováním na $F_s = 8000$ Hz. Na který koeficient $X[k]$ se budeme dívat, chceme-li zjistit přítomnost frekvenční složky na $f_1 = 3$ kHz v původním signálu ? Pokud řešení neexistuje, napište "NEJDE".

$k =$.................

Příklad 10 Diskrétní signál o délce $N = 4$ má tyto vzorky:

n	0	1	2	3
$x[n]$	1	0	0	-1

Určete daný koeficient $X[k]$ jeho diskrétní Fourierovy transformace.

$X[3] =$...............

Příklad 11 Určete, jaké vlastnosti bude mít Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) $\tilde{X}(e^{j\omega})$ signálu $x[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \;\; n = 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Reálná: ANO/NE ....
Periodická s normovanou kruhovou frekvencí 2π: ANO/NE ....
Spojitá: ANO/NE ....
Bude platit: $\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}^{\star}(e^{-j\omega})$: ANO/NE ....

Příklad 12 Určete impulsní odezvu dvou číslicových filtrů s přenosovými funkcemi

$$H_1(z) = 1 - z^{-1} - z^{-2} \quad \text{a} \quad H_2(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}$$

zapojených za sebou (v sérii).

n	0	1	2	3	4	5
$h[n]$						

Příklad 13 Nakreslete přibližný průběhu modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru se čtyřmi póly:

$$p_{1,2} = 0.99e^{\pm j\frac{\pi}{4}}, \quad p_{3,4} = 0.99e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$$

a čtyřmi nulovými body $n_{1,2,3,4} = 0$ pro interval normovaných kruhových frekvencí $\omega = [0, \;\; \pi]$. Absolutní velikosti nejsou důležité, důležitý je tvar a poloha maxima, příp. maxim.

výsledek

Příklad 14 Určete, zda je číslicový filtr popsaný přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-0.25z^{-2}}$ **stabilní**.

JE / NENÍ: ....

Příklad 15 Nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti Gaussovského bílého šumu.

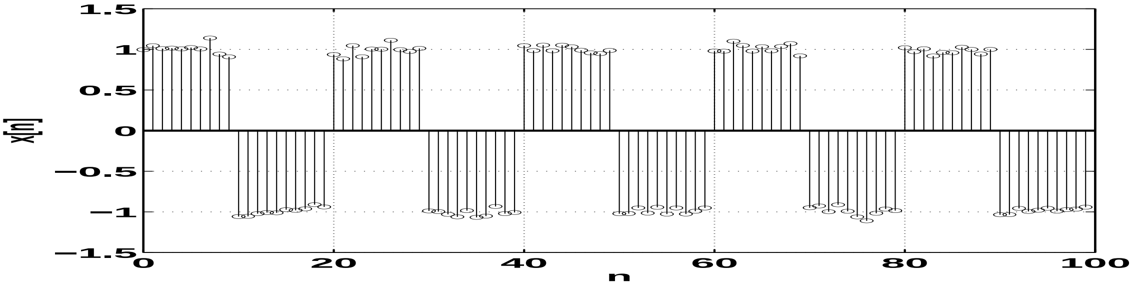
Příklad 16 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu $\xi(t)$ je dána jako $p(x) = \begin{cases} 8x & \text{pro } x \in [0,\ \frac{1}{2}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Vypočtete pravděpodobnost:

$P(\xi(t) \in [0,\ 0.25]) =$..........

Příklad 17 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti mezi časy n_1 a n_2 náhodného signálu je dána takto: $p(x_1, x_2, n_1, n_2) = \begin{cases} 0.2 & \text{pro } x_1 \in [0,\ 2] \text{ a } x_2 \in [0,\ 2] \\ 0.05 & \text{pro } x_1 \in [2,\ 4] \text{ a } x_2 \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Odhadněte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů.

$R[n_1, n_2] =$.................

Příklad 18 Na obrázku je signál $x[n]$ o délce $N = 100$ vzorků. Určete, pro který posun k dostaneme maximální hodnotu nevychýleného odhadu autokorelačního koeficientu $R[k]$. Neuvažujte triviální řešení $k_{max} = 0$.



$k_{max} =$..........

Příklad 19 Obrázek $x[k, l]$ má velikost 4×4. Dva pixely mají hodnotu jedna: $x[0, 0] = x[1, 1] = 1$, ostatní jsou nulové.
Spočítejte koeficient jeho 2D-DFT $X[m, n]$ pro $m = 1$ a $n = 1$.

$X[1, 1] =$......................

Příklad 20 2D filtr (konvoluční jádro, maska) je matice 10×10 se všemi hodnotami rovnými $\frac{1}{100}$. Vstup $x[k, l]$ na obrázku vlevo je vodorovná čára o šířce 10 pixelů. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Výsledek filtrování nakreslete do obrázku vpravo.