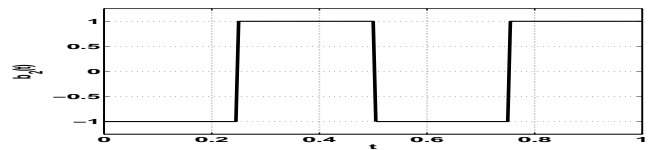
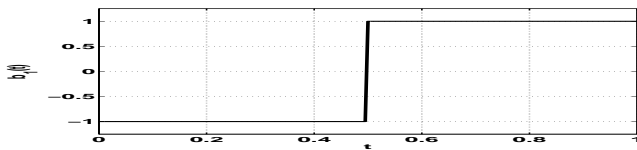


# Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2012, skupina D

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Signál je rozkládán v intervalu  $t \in [0, 1]$  do bází  $b_1(t)$  a  $b_2(t)$ , které jsou na obrázcích.



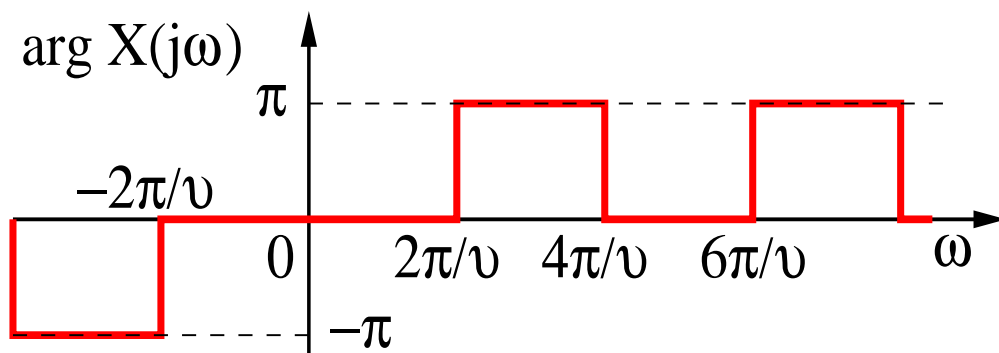
Určete, zda jsou tyto báze ortonormální.

Odpověď: .....

**Příklad 2** Spektrální funkce signálu se spojitým časem je  $X(j\omega) = 12\pi\delta(\omega + 2)$ . Napište signál odpovídající této spektrální funkci. Upozornění: zvažte pečlivě, zda bude signál reálný...

$x(t) = \dots$

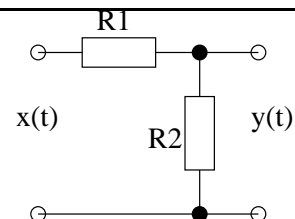
**Příklad 3** Na obrázku je argument spektrální funkce  $X(j\omega)$  signálu  $x(t)$ . Nakreslete do stejného obrázku argument spektrální funkce  $Y(j\omega)$  signálu  $y(t)$ , který vznikl posunutím signálu  $x(t)$  takto:  $y(t) = x(t - \frac{\nu}{10})$ .



**Příklad 4** Systém se spojitým časem má přenosovou funkci  $H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.1s + 100.0025}$ . Určete jeho rezonanční frekvenci (polohu maxima jeho kmitočtové charakteristiky pro  $\omega > 0$ ). Pomůcka: póly jmenovatele leží v  $p_{1,2} = -0.05 \pm j10$ .

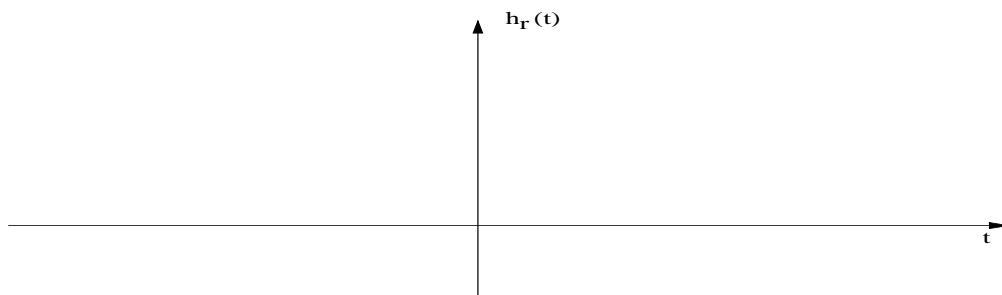
$\omega_{max} = \dots$  rad/s

**Příklad 5** Zaškrtněte ANO/NE u všech vlastností systému se spojitým časem — odporového děliče. Uvažujeme ideální odpory bez parazitních indukčností či kapacit.



- Lineární — ANO / NE
- Časově invariantní — ANO / NE
- S pamětí — ANO / NE
- Kauzální — ANO / NE

**Příklad 6** Nakreslete impulsní odezvu  $h_r(t)$  ideálního rekonstrukčního filtru pro rekonstrukci diskrétního signálu vzorkovaného na  $F_s = 10$  kHz. Označte přesně alespoň dva důležité body na časové ose.



**Příklad 7** Je analyzován signál se vzorkovací frekvencí  $F_s = 24$  kHz. Počítáme DFT s počtem  $N = 24000$  vzorků. Určete frekvenční rozlišení DFT, tedy vzdálenost mezi koeficienty  $X[k]$  a  $X[k + 1]$  na standardní kmitočtové ose v Hz.

..... Hz.

**Příklad 8** Diskrétní cosinusovka je násobena okénkovou funkcí:

$$x[n] = R_{20}[n] \cos\left(\frac{2\pi n}{20}\right)$$

Určete hodnotu signálu  $x[n]$  pro zadaný vzorek  $n$ :

$x[50] = \dots\dots\dots$

**Příklad 9** Fourierova transformace s diskrétním časem (DTFT) **reálného** signálu  $x[n]$  má na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = 0.05\pi$  rad hodnotu  $\tilde{X}(e^{j\omega_1}) = 1 + j$ . Určete hodnotu  $\tilde{X}(e^{j\omega_2})$  pro frekvenci  $\omega_2 = (2\pi + 0.05)$  rad. Pokud to nejde, napište “nelze určit”.

$\tilde{X}(e^{j\omega_2}) = \dots\dots\dots$

**Příklad 10** Napište diskrétní Fourierovu transformaci DFT s  $N = 4$  jako násobení matice a vektoru:  $\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ . Vektor  $\mathbf{x}$  je sloupcový a obsahuje vzorky vstupu  $x[0] \dots x[3]$ . Vektor  $\mathbf{X}$  je také sloupcový a obsahuje DFT koeficienty  $X[0] \dots X[3]$ . Matice  $\mathbf{W}$  má rozměr  $4 \times 4$ , doplnit její koeficienty je Vaším úkolem.

$$\mathbf{X} = \left[ \begin{array}{c} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right] \mathbf{x}$$

**Příklad 11** Diskrétní signál  $x[n]$  o délce  $N = 16$  vzorků byl kruhově posunut:

$$y[n] = R_{16}(n)x[\text{mod}_{16}(n - 6)]$$

Napište vztah pro výpočet jeho  $k$ -tého koeficientu DFT z  $k$ -tého koeficientu DFT signálu  $x[n]$ . Do vztahu dosadte všechny známé hodnoty proměnných a co nejvíce jej zjednodušte.

$$Y[k] = \dots\dots\dots X[k].$$


---

**Příklad 12** Napište začátek impulsní odezvy IIR filtru s přenosovou funkcí  $H(z) = \frac{1}{1+0.5z^{-1}+0.2z^{-2}}$ .

| n      | 0 | 1 | 2 |
|--------|---|---|---|
| $h[n]$ |   |   |   |

---

**Příklad 13** Určete argument frekvenční charakteristiky číslicového filtru s přenosovou funkcí

$$H(z) = 1 + 0.9801z^{-2}$$

na normované kruhové frekvenci  $\omega_1 = 0$  rad.

Pomůcka: kořeny polynomu  $z^2 + 0.9801$  jsou  $0.99e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$

$$\arg H(e^{j\omega_1}) = \dots\dots\dots \text{ rad}$$


---

**Příklad 14** Diskrétní signál  $x[n]$  je Gaussovský bílý šum. Určete jeho autokorelační koeficient.

$$R[40] = \dots\dots\dots$$

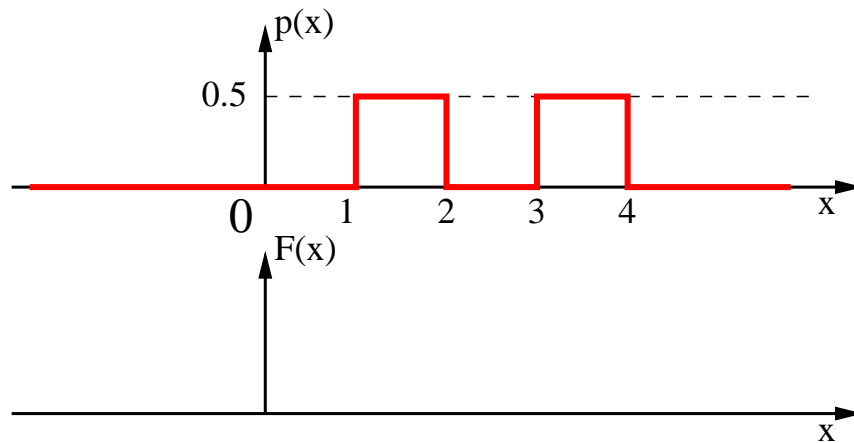

---

**Příklad 15** Určete střední hodnotu stacionárního náhodného signálu, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti je definována jako  $p(x) = \begin{cases} \frac{2}{b^2}x & \text{pro } x \in [0, b] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ .

$$a = \dots\dots\dots$$


---

**Příklad 16** Je dána funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti  $p(x)$  stacionárního náhodného signálu. Nakreslete distribuční funkci  $F(x)$ .



**Příklad 17** Na  $\Omega = 4000$  realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy  $n_1$  a  $n_2$ :

| intervaly $x_1$ | intervaly $x_2$ |           |          |          |
|-----------------|-----------------|-----------|----------|----------|
|                 | $[-8, -4]$      | $[-4, 0]$ | $[0, 4]$ | $[4, 8]$ |
| $[4, 8]$        | 0               | 0         | 0        | 0        |
| $[0, 4]$        | 0               | 1500      | 0        | 0        |
| $[-4, 0]$       | 0               | 0         | 1500     | 0        |
| $[-8, -4]$      | 0               | 0         | 0        | 1000     |

Spočítejte autokorelační koeficient  $R[n_1, n_2]$ . Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty  $x_1$  a  $x_2$  při numerickém výpočtu integrálu  $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$  použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] = \dots\dots\dots$

**Příklad 18** 2D filtr (konvoluční jádro, maska) je matice  $3 \times 3$ . Navrhněte jeho koeficienty tak, aby filtr zvýrazňoval **svislé hrany** obrázku.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

**Příklad 19** Obrázek  $x[k, l]$  má velikost  $4 \times 4$ . Čtyři pixely v levém horním rohu mají hodnotu jedna, tedy  $x[0, 0] = x[0, 1] = x[1, 0] = x[1, 1] = 1$ , ostatní jsou nulové. Spočítejte koeficient jeho 2D-DFT  $X[m, n]$  pro  $m = 0$  a  $n = 1$ .

$X[m, n] = \dots\dots\dots$

**Příklad 20** Střední výkon užitečného signálu je  $P_s = \frac{10000}{12}$ . Kvantizační krok má velikost  $\Delta = 10$  a velikosti kvantizační chyby jsou rovnoměrně rozděleny v intervalu  $[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$ . Určete poměr signálu k šumu v dB.

SNR =  $\dots\dots\dots$  dB