Semestrální zkouška ISS, 4.1.2011, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

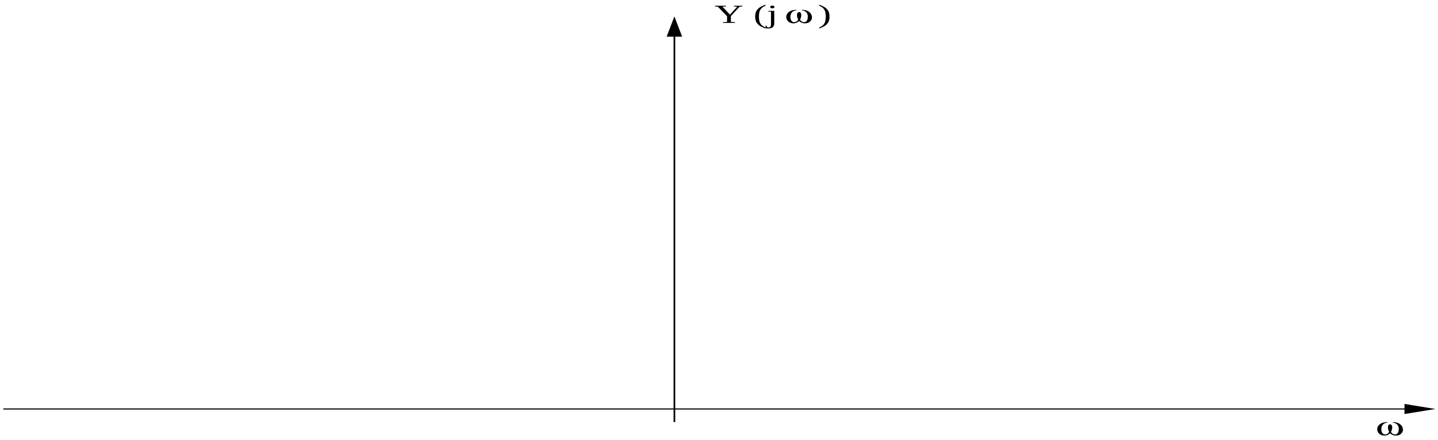
Příklad 1 Obdélníkový signál je definován jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce $X(j\omega)$ pro $\omega = 3\pi$ rad/s

$X(j\omega) =$ ....

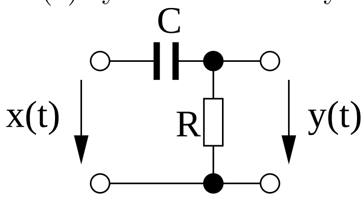
Příklad 2 Signály $x_1(t)$ a $x_2(t)$ mají spektrální funkce:

$X_1(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s},\ 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \omega \in [-2 \text{ rad/s},\ 2 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$



Příklad 3 Napište přenosovou funkci $H(s)$ systému. Hodnoty součástek jsou: $R = 1\ k\Omega$, $C = 1\ pF$.



$H(s) =$ ....

Příklad 4 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 2000\pi$ rad/s hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j\omega_1) = 60e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Určete, jaký bude jeho výstup $y(t)$, pokud bude na vstupu
$x(t) = 2\cos(2000\pi t - \frac{\pi}{4})$

$y(t) =$............................

Příklad 5 Signál $x(t) = 6\cos(2000\pi t) + 12\cos(10000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Není** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$......................

Příklad 6 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	0	0	2

Určete hodnotu jejich periodické konvoluce $y[n] = x_1[n] \tilde{\star} x_2[n]$
pro $n = 6$

$y[n] =$....................

Příklad 7 Reálný periodický signál s diskrétním časem má periodu $N_1 = 1024$. Jeho koeficient diskrétní Fourierovy řady $\tilde{X}[1] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$. Určete hodnotu koeficientu:

$\tilde{X}[1025] =$ ....

Příklad 8 Diskrétní signál analyzujeme pomocí DFT s $N = 256$ vzorky. Vzorkovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Na který vzorek k se musíme zaměřit, pokud chceme zjistit hodnotu spektra na frekvenci 500 Hz

$k =$ ....

Příklad 9 Diskrétní signál je pro $n \in [0, 15]$ definován jako $x[n] = 5 + 6\cos(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{8})$. Určete koeficient $X[k]$ jeho DFT pro $k = 15$

$X[k] =$..........................

Příklad 10 Nakreslete blokové schema filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$.

výsledek

Příklad 11 Určete impulsní odezvu filtru FIR s nenulovými koeficienty $b_0 = 1$, $b_1 = -3$, $b_2 = 3$, $b_3 = -1$ Vyplňte **všechna** políčka tabulky.

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h[n]$								

Příklad 12 Filtr typu IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{2}}$, $\quad p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{2}}$
Určete, na které frekvenci v Hz je maximum modulu jeho frekvenční charakteristiky (rezonanční frekvence), je-li vzorkovací frekvence $F_s = 16$ kHz

$f_{max} =$ .... Hz

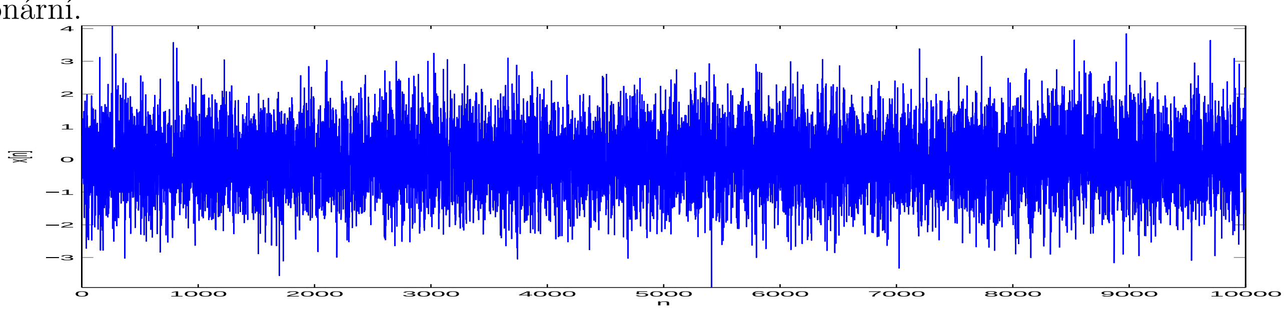
Příklad 13 Určete, zda je filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-4z^{-2}}$ stabilní.

Odpověď (ANO/NE): ....

Příklad 14 Distribuční funkce pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{pro} \quad x \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu $[a, b]$: $\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\}$ pro interval $[1.2,\ 1.3]$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$....................

Příklad 15 Na obrázku je časový průběh jedné realizace náhodného procesu. Určete, zda je tento proces stacionární.



Odpověď (ANO/NE): ....

Příklad 16 Na $\Omega = 1000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy $n_1 = 0$ a $n_2 = 16$:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	200
[0, 2]	0	0	300	0
[-2, 0]	0	300	0	0
[-4, -2]	200	0	0	0

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 17 Proveďte vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[k]$ pro $k = 4$ pro náhodný signál o délce $N = 5$ s následujícími vzorky:

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	6	2	2	3	-1

$R[k] =$.........................

Příklad 18 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu s diskrétním časem je konstantní: $G(e^{j\omega}) = 1$. Určete autokorelační koeficient $R[k]$ tohoto signálu pro $k = 0$.

$R[k] =$.....................

Příklad 19 Kvantizér s $b = 8$ bity (takže $L = 256$ hladinami) má rozsah od $x_{min} = -10$ V do $x_{max} = +10$ V. Při kvantování cosinusovky o amplitudě $A = 10$ V (která tedy plně využije jeho dynamický rozsah) je poměr signálu k šumu: $SNR_A = 1.76 + 6 \times 8 = 49.76$ dB. Určete, jaký bude SNR při kvantování cosinusovky o amplitudě $B = 0.1$ V

$SNR_B =$ .... dB

Příklad 20 Obrázek má 256×256 pixelů, všechny mají hodnotu $x[k, l] = 1$. Určete hodnotu jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace $X[m, n]$ pro $m = 1, \quad n = 1$.

Pomůcka: definice 2D-DFT je: $X[m, n] = \sum_{k=0}^{K-1}\sum_{l=0}^{L-1} x[k, l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$. Uvažujte $K = L = M = N = 256$.

$X[m, n] =$ ....