

# Semestrální zkouška ISS, 4.1.2011, skupina A

Login: ..... Příjmení a jméno: ..... Podpis: .....  
(čitelně!)

**Příklad 1** Obdélníkový signál je definován jako:  $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ . Určete hodnotu jeho spektrální funkce  $X(j\omega)$  pro  $\omega = 0$  rad/s

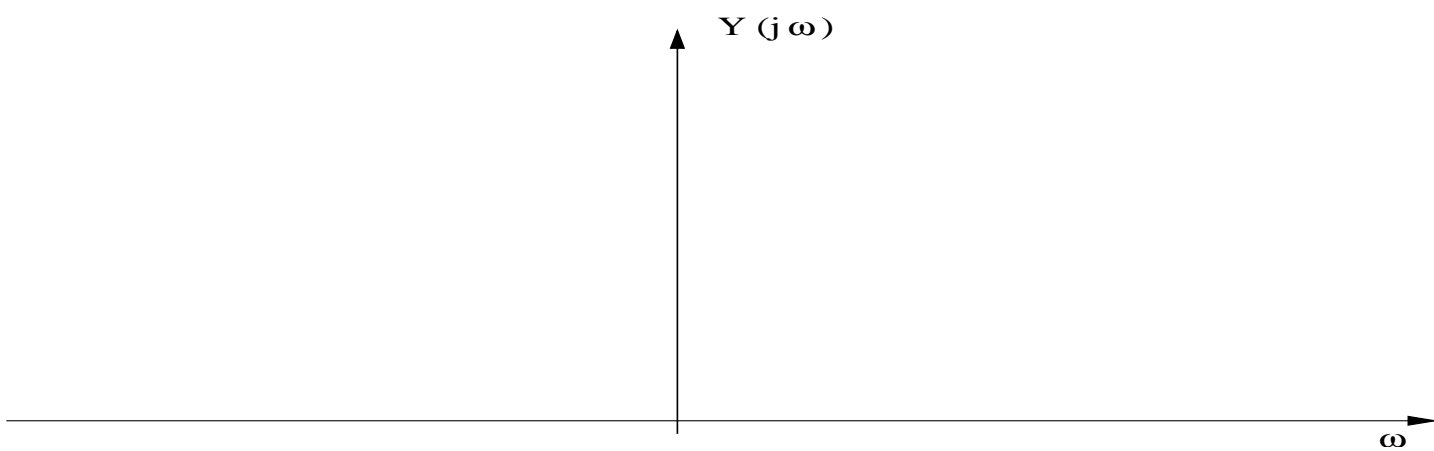
$X(j\omega) = \dots$

---

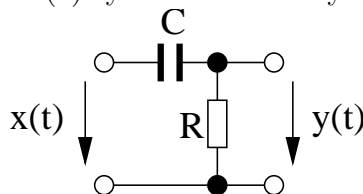
**Příklad 2** Signály  $x_1(t)$  a  $x_2(t)$  mají spektrální funkce:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \quad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \omega \in [-2 \text{ rad/s}, 2 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete spektrální funkci  $Y(j\omega)$  jejich konvoluce  $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$



**Příklad 3** Napište přenosovou funkci  $H(s)$  systému. Hodnoty součástek jsou:  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$ .



$H(s) = \dots$

---

**Příklad 4** Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci  $\omega_1 = 2000\pi$  rad/s hodnotu frekvenční charakteristiky  $H(j\omega_1) = 60e^{-j\frac{\pi}{4}}$ . Určete, jaký bude jeho výstup  $y(t)$ , pokud bude na vstupu  $x(t) = 5 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{8})$

$y(t) = \dots$

---

**Příklad 5** Signál  $x(t) = 6 \cos(2000\pi t) + 12 \cos(10000\pi t)$  je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci  $F_s = 8000$  Hz a pak ideálně rekonstruován. **Není** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) = \dots$

**Příklad 6** Jsou dány dva diskrétní signály délky  $N = 4$ :

$n$	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	0	0	2

Určete hodnotu jejich kruhové konvoluce  $y[n] = x_1[n] \circledast x_2[n]$   
pro  $n = 6$

$y[n] = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 7** Reálný periodický signál s diskrétním časem má periodu  $N_1 = 1024$ . Jeho koeficient diskrétní Fourierovy řady  $\tilde{X}[1] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$ . Určete hodnotu koeficientu:

$\tilde{X}[2047] = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 8** Diskrétní signál analyzujeme pomocí DFT s  $N = 256$  vzorky. Vzorkovací frekvence je  $F_s = 8000$  Hz. Na který vzorek  $k$  se musíme zaměřit, pokud chceme zjistit hodnotu spektra na frekvenci 2 kHz

$k = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 9** Diskrétní signál je pro  $n \in [0, 15]$  definován jako  $x[n] = 5 + 6 \cos(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{8})$ . Určete koeficient  $X[k]$  jeho DFT pro  $k = 0$

$X[k] = \dots\dots\dots$

---

**Příklad 10** Nakreslete blokové schéma filtru s přenosovou funkcí  $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$ .

výsledek
----------

**Příklad 11** Určete impulsní odezvu filtru FIR s nenulovými koeficienty  $b_0 = 1$ ,  $b_1 = -3$ ,  $b_2 = 3$ ,  $b_3 = -1$ . Vyplňte **všechna** políčka tabulky.

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h[n]$								

**Příklad 12** Filtr typu IIR má dva póly:  $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{8}}$ ,  $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{8}}$ . Určete, na které frekvenci v Hz je maximum modulu jeho frekvenční charakteristiky (rezonanční frekvence), je-li vzorkovací frekvence  $F_s = 16$  kHz

$f_{max} = \dots\dots\dots$  Hz

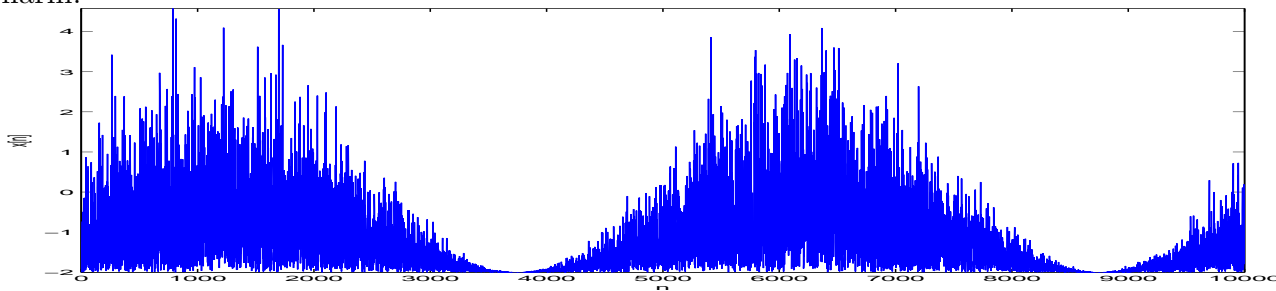
**Příklad 13** Určete, zda je filtr s přenosovou funkcí  $H(z) = \frac{1}{1-4z^{-2}}$  stabilní.

Odpověď (ANO/NE): .....

**Příklad 14** Distribuční funkce pro čas  $t$  je dána jako:  $F(x, t) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ . Určete pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu  $[a, b]$ :  $\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\}$  pro interval  $[-\infty, 0.5]$

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} = \dots\dots\dots$

**Příklad 15** Na obrázku je časový průběh jedné realizace náhodného procesu. Určete, zda je tento proces stacionární.



Odpověď (ANO/NE): .....

**Příklad 16** Na  $\Omega = 1000$  realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy  $n_1 = 0$  a  $n_2 = 16$ :

intervaly $x_1$	intervaly $x_2$			
	[-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	100
[0, 2]	0	0	400	0
[-2, 0]	0	400	0	0
[-4, -2]	100	0	0	0

Spočítejte autokorelační koeficient  $R[n_1, n_2]$ . Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty  $x_1$  a  $x_2$  při numerickém výpočtu integrálu  $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$  použijte středy intervalů v tabulce.

$$R[n_1, n_2] = \dots\dots\dots$$

**Příklad 17** Proveďte vychýlený odhad autokorelačního koeficientu  $R[k]$  pro  $k = 1$  pro náhodný signál o délce  $N = 5$  s následujícími vzorky:

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	6	2	2	3	-1

$$R[k] = \dots\dots\dots$$

**Příklad 18** Spektrální hustota výkonu náhodného signálu s diskretním časem je konstantní:  $G(e^{j\omega}) = 4$ . Určete autokorelační koeficient  $R[k]$  tohoto signálu pro  $k = 3$ .

$$R[k] = \dots\dots\dots$$

**Příklad 19** Kvantizér s  $b = 8$  bity (takže  $L = 256$  hladinami) má rozsah od  $x_{min} = -10$  V do  $x_{max} = +10$  V. Při kvantování cosinusovky o amplitudě  $A = 10$  V (která tedy plně využije jeho dynamický rozsah) je poměr signálu k šumu:  $SNR_A = 1.76 + 6 \times 8 = 49.76$  dB. Určete, jaký bude SNR při kvantování cosinusovky o amplitudě  $B = 1$  V

$$SNR_B = \dots\dots\dots \text{ dB}$$

**Příklad 20** Obrázek má  $256 \times 256$  pixelů, všechny mají hodnotu  $x[k, l] = 1$ . Určete hodnotu jeho dvourozměrné diskretní Fourierovy transformace  $X[m, n]$  pro  $m = 1, n = 0$ .

Pomůcka: definice 2D-DFT je:  $X[m, n] = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} x[k, l] e^{-j2\pi(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N})}$ . Uvažujte  $K = L = M = N = 256$ .

$$X[m, n] = \dots\dots\dots$$