REF

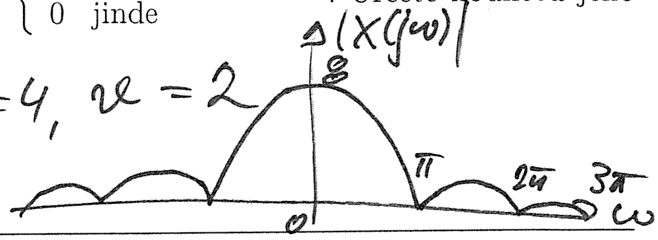
Semestrální zkouška ISS, 4.1.2011, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

$X(j\omega) = D\vartheta \operatorname{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}\omega\right) = 8 \operatorname{sinc}(\omega)$

Příklad 1 Obdélníkový signál je definován jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce $X(j\omega)$ pro $\omega = 0$ rad/s

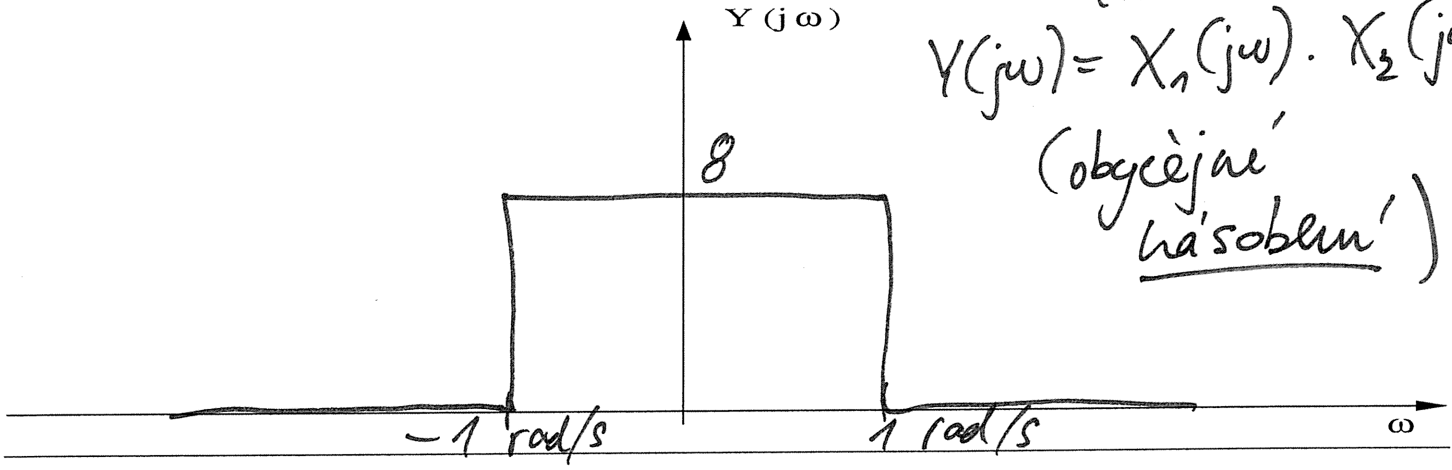
$D = 4,\ \vartheta = 2$



$X(j\omega) =$ ......8......

Příklad 2 Signály $x_1(t)$ a $x_2(t)$ mají spektrální funkce:
$X_1(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s},\ 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \omega \in [-2 \text{ rad/s},\ 2 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ → takže

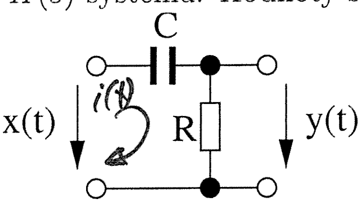
$Y(j\omega) = X_1(j\omega) \cdot X_2(j\omega)$
(obyčejné násobení)



Příklad 3 Napište přenosovou funkci $H(s)$ systému. Hodnoty součástek jsou: $R = 1\ k\Omega$, $C = 10\ \mu F$.

$i(t) = \frac{y(t)}{R}$

$i(t) = \frac{C\, d(x(t) - y(t))}{dt}$



$\frac{C\,dx(t)}{dt} - C\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y(t)}{R}$

$CsX(s) = \frac{1}{R}Y(s) + CsY(s)$

$RCsX(s) = Y(s)[1 + RCs]$

$RC = 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \stackrel{\wedge}{=} 0{,}01$

$H(s) = \frac{RCs}{1 + RCs}$

$H(s) = \frac{0{,}01s}{1 + 0{,}01s}$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 2000\pi$ rad/s hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j\omega_1) = 60e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Určete, jaký bude jeho výstup $y(t)$, pokud bude na vstupu $x(t) = 5\cos(2000\pi t + \frac{\pi}{8})$

$y(t) =$ $300 \cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$

Příklad 5 Signál $x(t) = 6\cos(2000\pi t) + 12\cos(10000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Není** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$ $6\cos(2000\pi t) + 12\cos(6000\pi t)$

Příklad 6 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	0	0	2

Určete hodnotu jejich kruhové konvoluce $y[n] = x_1[n] \circledast_N x_2[n]$
pro $n = 6$

$y[n] =$ 0 (kruhová konvol. má nenul vzorky pouze $[0, N-1]$)

Příklad 7 Reálný periodický signál s diskrétním časem má periodu $N_1 = 1024$. Jeho koeficient diskrétní Fourierovy řady $\tilde{X}[1] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$. Určete hodnotu koeficientu:

$\tilde{X}[2047] =$ $11 e^{-j\frac{\pi}{6}}$

Příklad 8 Diskrétní signál analyzujeme pomocí DFT s $N = 256$ vzorky. Vzorkovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Na který vzorek k se musíme zaměřit, pokud chceme zjistit hodnotu spektra na frekvenci 2 kHz

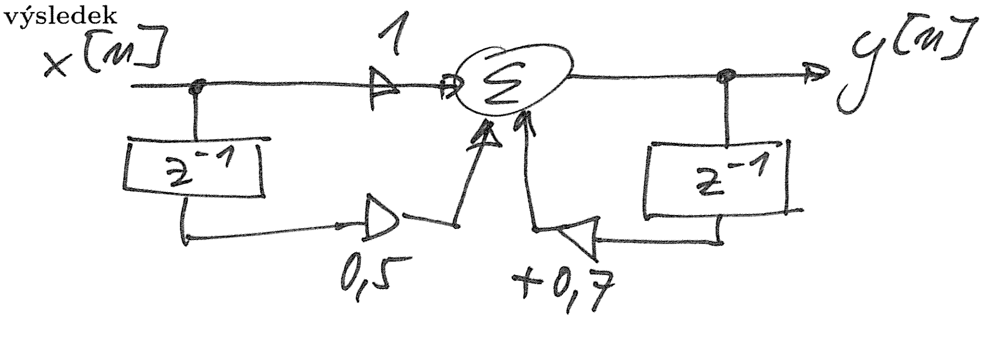
$k =$ $\frac{2000}{8000} \cdot 256 = 64$

Příklad 9 Diskrétní signál je pro $n \in [0, 15]$ definován jako $x[n] = 5 + 6\cos(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{8})$. Určete koeficient $X[k]$ jeho DFT pro $k = 0$

$X[k] =$ $16 \cdot 5 = 80$

Příklad 10 Nakreslete blokové schema filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$.

výsledek

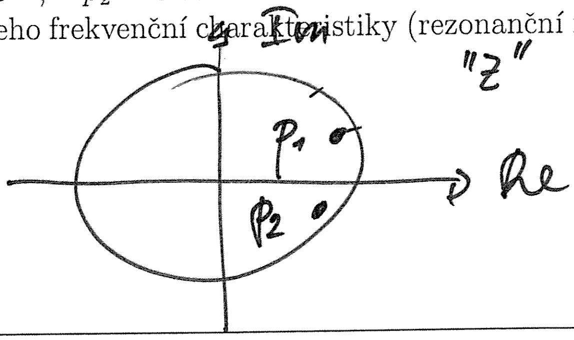


Příklad 11 Určete impulsní odezvu filtru FIR s nenulovými koeficienty $b_0 = 1$, $b_1 = -3$, $b_2 = 3$, $b_3 = -1$ Vyplňte **všechna** políčka tabulky.

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h[n]$	0	1	-3	3	-1	0	0	0

Příklad 12 Filtr typu IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{8}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{8}}$
Určete, na které frekvenci v Hz je maximum modulu jeho frekvenční charakteristiky (rezonanční frekvence), je-li vzorkovací frekvence $F_s = 16$ kHz

$$f_{max} = \frac{\pi/8}{2\pi} \cdot 16000$$

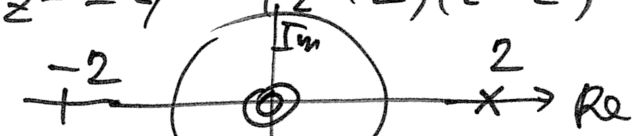


$f_{max} =$ 1000 Hz

Příklad 13 Určete, zda je filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-4z^{-2}}$ stabilní.

póly mimo jednotk. kružnicí

$$H(z) = \frac{z^2}{z^2-4} = \frac{(z-0)(z-0)}{(z+2)(z-2)}$$



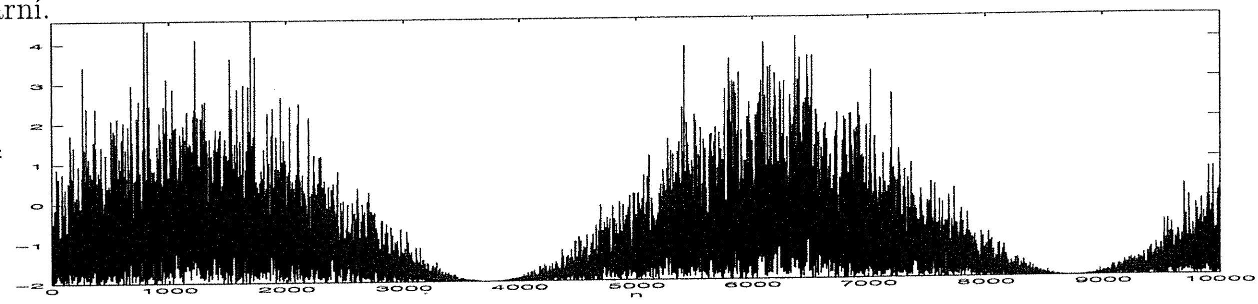
Odpověď (ANO/NE): NE

Příklad 14 Distribuční funkce pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu $[a, b]$: $\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\}$ pro interval $[-\infty,\ 0.5]$

distrib funkce je špatně zadána, takže správná odpověď je také "špatně zadáno" nebo "nemá řešení"

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ $F(0,5) - F(-\infty) = 0,75$

Příklad 15 Na obrázku je časový průběh jedné realizace náhodného procesu. Určete, zda je tento proces stacionární.



Odpověď (ANO/NE): NE

Příklad 16 Na $\Omega = 1000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy $n_1 = 0$ a $n_2 = 16$:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	100
[0, 2]	0	0	400	0
[-2, 0]	0	400	0	0
[-4, -2]	100	0	0	0

středy

$p(x_1, x_2, n_1, n_2)$	−3	−1	1	3
středy 3	0	0	0	0,025
1	0	0	0,1	0
−1	0	0,1		0
−3	0,025	0	0	0

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$4 \cdot [0{,}025 \cdot 3 \cdot 3 + 0{,}1 \cdot 1 \cdot 1 + 0{,}1 \cdot (-1)(-1) + 0{,}025(-3)(-3)]$

$R[n_1, n_2] = \ldots\ldots$ $= 0{,}9 + 0{,}4 + 0{,}4 + 0{,}9 = \underline{\underline{2{,}6}}$

Příklad 17 Proveďte vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[k]$ pro $k = 1$ pro náhodný signál o délce $N = 5$ s následujícími vzorky:

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	6	2	2	3	-1

6 2 2 3 −1

$R[k] = \frac{2 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{5} = \frac{19}{5} = 3{,}8$

Příklad 18 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu s diskrétním časem je konstantní: $G(e^{j\omega}) = 4$. Určete autokorelační koeficient $R[k]$ tohoto signálu pro $k = 3$.

$R[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(e^{j\omega}) e^{+j\omega k} d\omega$

pokud konstanta, všechny koef. kromě nulového budou 0, takže $\boxed{0}$

Příklad 19 Kvantizér s $b = 8$ bity (takže $L = 256$ hladinami) má rozsah od $x_{min} = -10$ V do $x_{max} = +10$ V. Při kvantování cosinusovky o amplitudě $A = 10$ V (která tedy plně využije jeho dynamický rozsah) je poměr signálu k šumu: $SNR_A = 1.76 + 6 \times 8 = 49.76$ dB. Určete, jaký bude SNR při kvantování cosinusovky o amplitudě $B = 1$ V.

$SNR_A = 10 \log_{10} \frac{\frac{A^2}{2}}{P_e}$ $SNR_B = 10 \log_{10} \frac{\frac{(A/10)^2}{2}}{P_e} =$

$= 10 \log_{10} \left(\frac{\frac{A^2}{2}}{P_e} \cdot \frac{1}{100} \right) = SNR_A - 10 \log_{10} 100$

$SNR_B = $ 29,76 dB

Příklad 20 Obrázek má 256×256 pixelů, všechny mají hodnotu $x[k, l] = 1$. Určete hodnotu jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace $X[m, n]$ pro $m = 1$, $n = 0$.

Pomůcka: definice 2D-DFT je: $X[m, n] = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} x[k, l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$. Uvažujte $K = L = M = N = 256$.

konstanta, pouze ss-složka ($m = n = 0$) bude nenulová.

$X[m, n] = $ 0

Semestrální zkouška ISS, 4.1.2011, skupina B

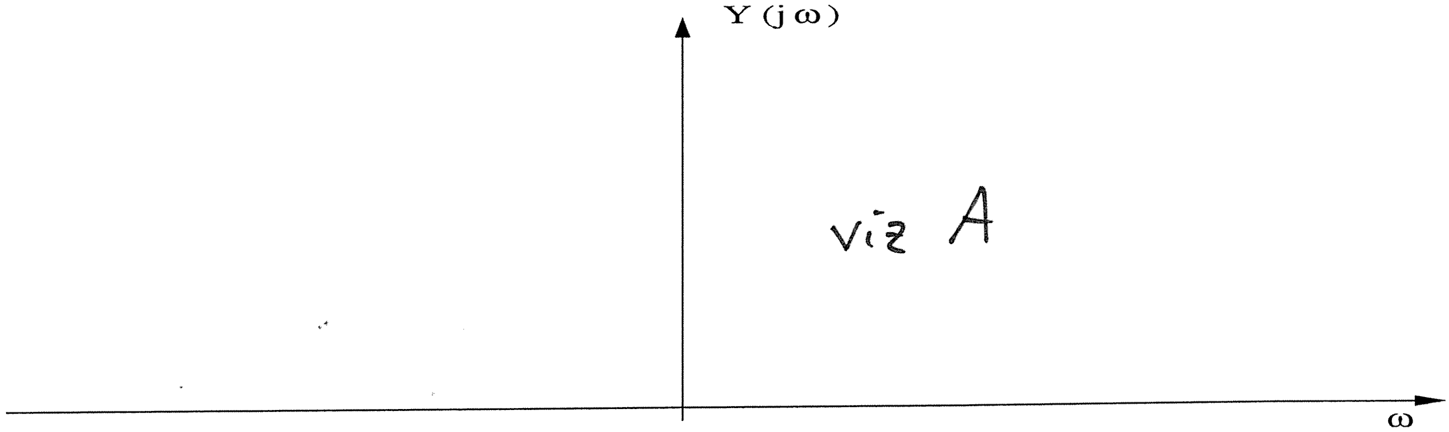
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....REF...........
(čitelně!)

Příklad 1 Obdélníkový signál je definován jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce $X(j\omega)$ pro $\omega = \pi$ rad/s

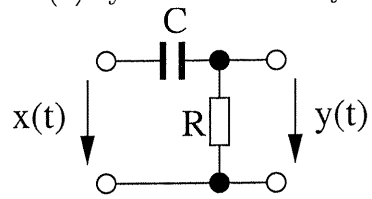
viz A

$X(j\omega) =$ ....0..........

Příklad 2 Signály $x_1(t)$ a $x_2(t)$ mají spektrální funkce:
$X_1(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s},\ 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $\quad X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \omega \in [-2 \text{ rad/s},\ 2 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$



Příklad 3 Napište přenosovou funkci $H(s)$ systému. Hodnoty součástek jsou: $R = 1\ k\Omega$, $C = 100\ \mu F$.



odvození viz A

$RC = 1000 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0{,}1$

$H(s) = .. \dfrac{0{,}1s}{1+0{,}1s}$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 2000\pi$ rad/s hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j\omega_1) = 60e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Určete, jaký bude jeho výstup $y(t)$, pokud bude na vstupu $x(t) = 5\cos(2000\pi t - \frac{\pi}{8})$

$y(t) =$ $300 \cos\left(2000\pi t - \frac{3}{8}\pi\right)$

Příklad 5 Signál $x(t) = 6\cos(2000\pi t) + 12\cos(10000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Není** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$...................... viz A

Příklad 6 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	0	0	2

2 0 0 1

Určete hodnotu jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$ pro $n = 6$

$y[n] =$ 4

Příklad 7 Reálný periodický signál s diskrétním časem má periodu $N_1 = 1024$. Jeho koeficient diskrétní Fourierovy řady $\tilde{X}[1] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$. Určete hodnotu koeficientu:

$\tilde{X}[2049] =$ $11 e^{j\frac{\pi}{6}}$

Příklad 8 Diskrétní signál analyzujeme pomocí DFT s $N = 256$ vzorky. Vzorkovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Na který vzorek k se musíme zaměřit, pokud chceme zjistit hodnotu spektra na frekvenci 1 kHz

$k =$ $\frac{1000}{8000} \cdot 256 = 32$

Příklad 9 Diskrétní signál je pro $n \in [0, 15]$ definován jako $x[n] = 5 + 6\cos(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{8})$. Určete koeficient $X[k]$ jeho DFT pro $k = 1$

modul $= \frac{NC_1}{2}$ argument $= \varphi_1$

$X[k] =$ $\frac{\cancel{64}\ 96}{2} e^{j\frac{\pi}{8}} = \cancel{32 e^{j\frac{\pi}{8}}}\ 48 e^{j\frac{\pi}{8}}$

Příklad 10 Nakreslete blokové schema filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$.

výsledek

níž A

Příklad 11 Určete impulsní odezvu filtru FIR s nenulovými koeficienty $b_0 = 1$, $b_1 = -3$, $b_2 = 3$, $b_3 = -1$
Vyplňte **všechna** políčka tabulky.

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h[n]$								

viz A

Příklad 12 Filtr typu IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{16}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{16}}$
Určete, na které frekvenci v Hz je maximum modulu jeho frekvenční charakteristiky (rezonanční frekvence), je-li vzorkovací frekvence $F_s = 16$ kHz

$$f_{max} = \frac{\pi/16}{2\pi} \cdot 16\,000$$

$f_{max} =$ 500 Hz

Příklad 13 Určete, zda je filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-4z^{-2}}$ stabilní.

viz A

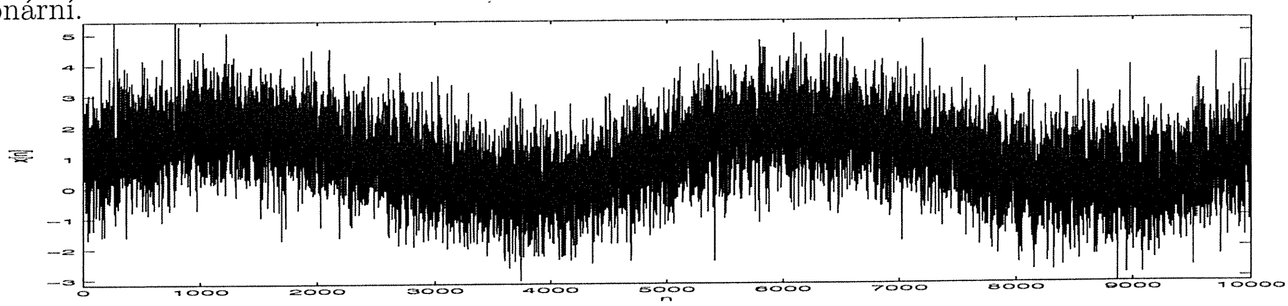
Odpověď (ANO/NE): NE

Příklad 14 Distribuční funkce pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu $[a,b]$: $\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\}$ pro interval $[-0.5,\ 0.5]$

dále viz A

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ $F(0{,}5) - F(-0{,}5) = 0{,}75 - 0{,}25 = 0{,}5$

Příklad 15 Na obrázku je časový průběh jedné realizace náhodného procesu. Určete, zda je tento proces stacionární.



Odpověď (ANO/NE): NE

Příklad 16 Na $\Omega = 1000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy $n_1 = 0$ a $n_2 = 16$:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	100
[0, 2]	0	0	400	0
[-2, 0]	0	400	0	0
[-4, -2]	100	0	0	0

Viz A

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] = $ ....

Příklad 17 Provedte vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[k]$ pro $k = 2$ pro náhodný signál o délce $N = 5$ s následujícími vzorky:

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	6	2	2	3	-1

6 2 2 3 -1

$R[k] = \frac{6\cdot 2 + 3\cdot 2 - 2\cdot 1}{5} = 3{,}2$

Příklad 18 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu s diskrétním časem je konstantní: $G(e^{j\omega}) = 3$. Určete autokorelační koeficient $R[k]$ tohoto signálu pro $k = 2$.

Viz A

$R[k] = $ 0

Příklad 19 Kvantizér s $b = 8$ bity (takže $L = 256$ hladinami) má rozsah od $x_{min} = -10$ V do $x_{max} = +10$ V. Při kvantování cosinusovky o amplitudě $A = 10$ V (která tedy plně využije jeho dynamický rozsah) je poměr signálu k šumu: $SNR_A = 1.76 + 6 \times 8 = 49.76$ dB. Určete, jaký bude SNR při kvantování cosinusovky o amplitudě $B = 1$ V

viz A

$SNR_B = $ .... dB

Příklad 20 Obrázek má 256×256 pixelů, všechny mají hodnotu $x[k, l] = 1$. Určete hodnotu jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace $X[m, n]$ pro $m = 0, \quad n = 0$.

Pomůcka: definice 2D-DFT je: $X[m, n] = \sum_{k=0}^{K-1}\sum_{l=0}^{L-1} x[k, l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$. Uvažujte $K = L = M = N = 256$.

stejnosměrná složka:

$X[0,0] = \sum\sum 1 \cdot e^{-j2\pi(0+0)} =$

$= \sum\sum 1$, takže 256×256

$X[m, n] = $ 65536

zadání B

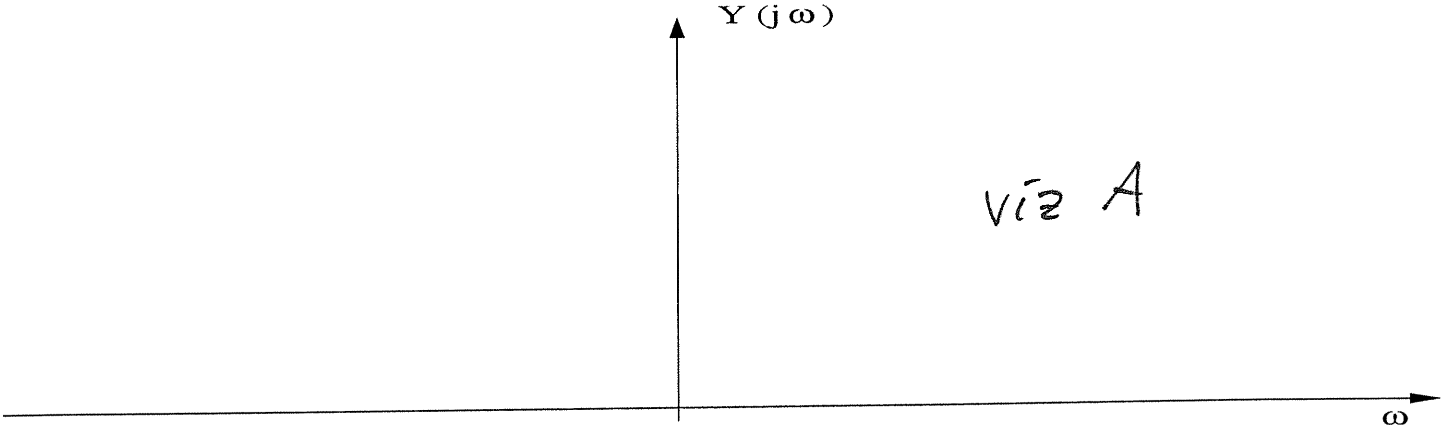
Semestrální zkouška ISS, 4.1.2011, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

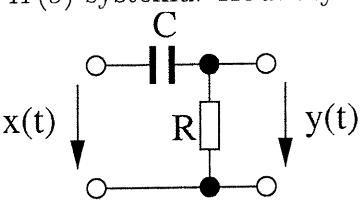
Příklad 1 Obdélníkový signál je definován jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce $X(j\omega)$ pro $\omega = 2\pi$ rad/s

$X(j\omega) =$ ....0....   viz A

Příklad 2 Signály $x_1(t)$ a $x_2(t)$ mají spektrální funkce:
$X_1(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s},\ 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \omega \in [-2 \text{ rad/s},\ 2 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$



Příklad 3 Napište přenosovou funkci $H(s)$ systému. Hodnoty součástek jsou: $R = 1\ k\Omega$, $C = 1\ \mu F$.



odvození viz A

$RC = 1000 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 0{,}001$

$H(s) = \dfrac{0{,}001s}{1 + 0{,}001s}$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 2000\pi$ rad/s hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j\omega_1) = 60e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Určete, jaký bude jeho výstup $y(t)$, pokud bude na vstupu $x(t) = 2\cos(2000\pi t + \frac{\pi}{8})$

$y(t) = 120 \cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$

Příklad 5 Signál $x(t) = 6\cos(2000\pi t) + 12\cos(10000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Není** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$ .... viz A

Příklad 6 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	0	0	2

Určete hodnotu jejich lineární konvoluce $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$ pro $n = 9$.

už se nepřekrývají ...

$y[n] =$ .... 0 ....

Příklad 7 Reálný periodický signál s diskrétním časem má periodu $N_1 = 1024$. Jeho koeficient diskrétní Fourierovy řady $\tilde{X}[1] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$. Určete hodnotu koeficientu:

$\tilde{X}[1023] =$ .... $11e^{-j\frac{\pi}{6}}$ ....

Příklad 8 Diskrétní signál analyzujeme pomocí DFT s $N = 256$ vzorky. Vzorkovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Na který vzorek k se musíme zaměřit, pokud chceme zjistit hodnotu spektra na frekvenci 3 kHz

$k =$ .... $\frac{3000}{8000} \cdot 256 = 3 \cdot 32 = 96$

Příklad 9 Diskrétní signál je pro $n \in [0, 15]$ definován jako $x[n] = 5 + 6\cos(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{8})$. Určete koeficient $X[k]$ jeho DFT pro $k = 14$

signál má ss. složku a periodu 16, takže nenulové pouze koeficienty $X[0]$, $X[1]$ a $X[15] = X[1]^*$

$X[k] =$ .... 0 ....

Příklad 10 Nakreslete blokové schema filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$.

výsledek

viz A

Příklad 11 Určete impulsní odezvu filtru FIR s nenulovými koeficienty $b_0 = 1$, $b_1 = -3$, $b_2 = 3$, $b_3 = -1$ Vyplňte **všechna** políčka tabulky.

viz A

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h[n]$								

Příklad 12 Filtr typu IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{4}}$
Určete, na které frekvenci v Hz je maximum modulu jeho frekvenční charakteristiky (rezonanční frekvence), je-li vzorkovací frekvence $F_s = 16$ kHz

$$f_{max} = \frac{\pi/4}{2\pi} \cdot 16000$$

$f_{max} =$ 2000 Hz

Příklad 13 Určete, zda je filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-4z^{-2}}$ stabilní.

viz A

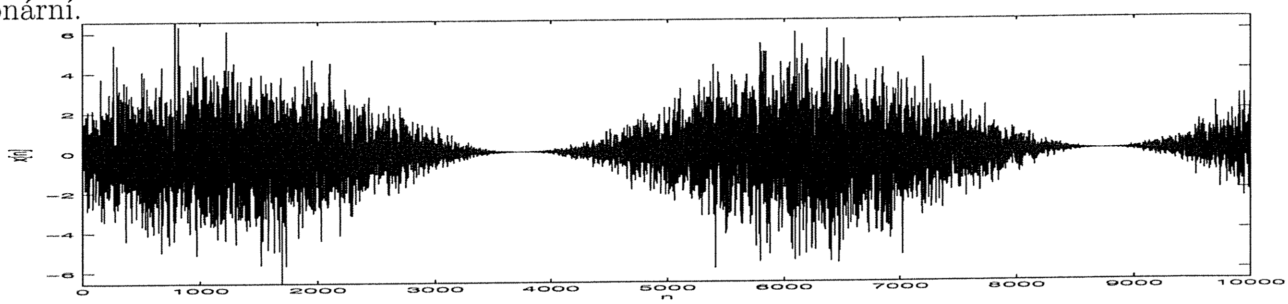
Odpověď (ANO/NE): ....

Příklad 14 Distribuční funkce pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu $[a,b]$: $\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\}$ pro interval $[-0.4,\ 0.4]$

dále viz A

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} =$ $F(0{,}4) - F(-0{,}4) = 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}4$

Příklad 15 Na obrázku je časový průběh jedné realizace náhodného procesu. Určete, zda je tento proces stacionární.



Odpověď (ANO/NE): NE

Příklad 16 Na $\Omega = 1000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy $n_1 = 0$ a $n_2 = 16$:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	200
[0, 2]	0	0	300	0
[-2, 0]	0	300	0	0
[-4, -2]	200	0	0	0

$p(x_1, x_2, n_1, n_2)$	středy -3	-1	1	3
středy 3	0	0	0	0,05
1	0	0	0,075	0
-1	0	0,075	0	0
-3	0,05	0	0	0

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] =$ $4\left[0{,}05 \cdot 3 \cdot 3 + 0{,}075 \cdot 1 \cdot 1 + 0{,}075(-1)(-1) + 0{,}05(-3)(-3)\right] =$
$= 1{,}8 + 0{,}3 + 0{,}3 + 1{,}8 = \underline{4{,}2}$

Příklad 17 Proveďte vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[k]$ pro $k = 3$ pro náhodný signál o délce $N = 5$ s následujícími vzorky:

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	6	2	2	3	-1

6 2 . . .

$R[k] = \frac{6 \cdot 3 - 2 \cdot 1}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2$

Příklad 18 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu s diskrétním časem je konstantní: $G(e^{j\omega}) = 2$. Určete autokorelační koeficient $R[k]$ tohoto signálu pro $k = 1$.

viz A

$R[k] =$ 0

Příklad 19 Kvantizér s $b = 8$ bity (takže $L = 256$ hladinami) má rozsah od $x_{min} = -10$ V do $x_{max} = +10$ V. Při kvantování cosinusovky o amplitudě $A = 10$ V (která tedy plně využije jeho dynamický rozsah) je poměr signálu k šumu: $SNR_A = 1.76 + 6 \times 8 = 49.76$ dB. Určete, jaký bude SNR při kvantování cosinusovky o amplitudě $B = 0.1$ V

odvození viz A

$SNR_B = SNR_A - 10\log_{10}(100)^2 =$
$SNR_A - 40$

$SNR_B =$ 9,76 dB

Příklad 20 Obrázek má 256×256 pixelů, všechny mají hodnotu $x[k, l] = 1$. Určete hodnotu jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace $X[m, n]$ pro $m = 0$, $n = 1$.

Pomůcka: definice 2D-DFT je: $X[m, n] = \sum_{k=0}^{K-1}\sum_{l=0}^{L-1} x[k, l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$. Uvažujte $K = L = M = N = 256$.

viz A

$X[m, n] =$ 0

Semestrální zkouška ISS, 4.1.2011, skupina D

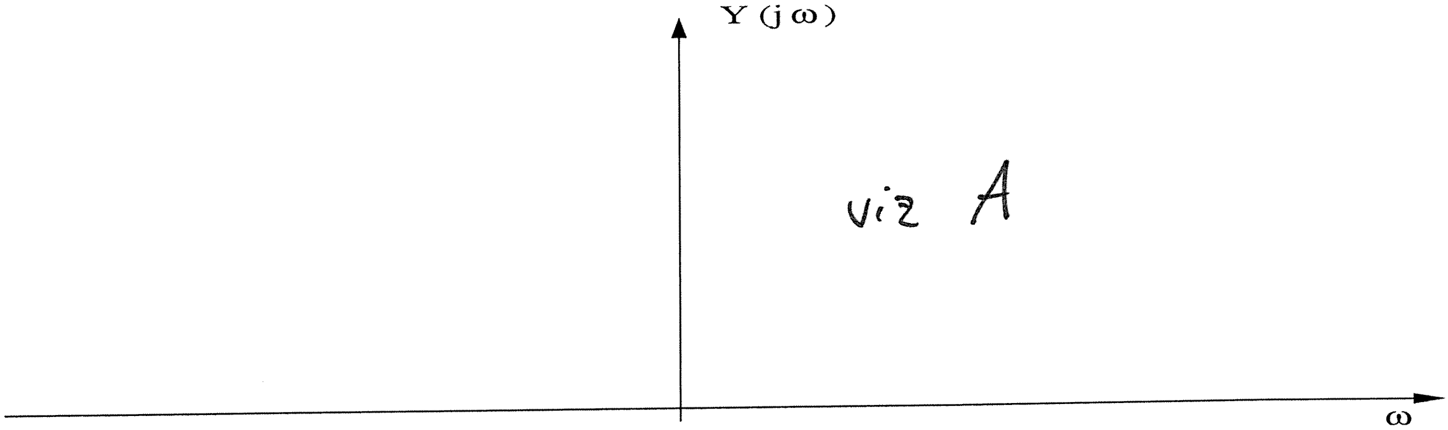
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Obdélníkový signál je definován jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce $X(j\omega)$ pro $\omega = 3\pi$ rad/s

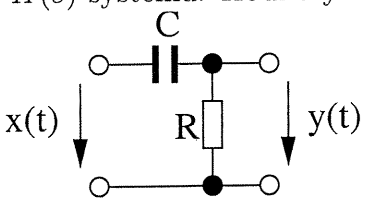
viz A

$X(j\omega) =$ ....0....

Příklad 2 Signály $x_1(t)$ a $x_2(t)$ mají spektrální funkce:
$X_1(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s},\ 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$, $X_2(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro } \omega \in [-2 \text{ rad/s},\ 2 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete spektrální funkci $Y(j\omega)$ jejich konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$



Příklad 3 Napište přenosovou funkci $H(s)$ systému. Hodnoty součástek jsou: $R = 1\ k\Omega$, $C = 1\ pF$.



odvození viz A

$RC = 1000 \cdot 1 \cdot 10^{-12} = 10^{-9}$

$H(s) = \dfrac{10^{-9}s}{1+10^{-9}s}$

Příklad 4 Systém se spojitým časem má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 2000\pi$ rad/s hodnotu frekvenční charakteristiky $H(j\omega_1) = 60e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Určete, jaký bude jeho výstup $y(t)$, pokud bude na vstupu $x(t) = 2\cos(2000\pi t - \frac{\pi}{4})$

$y(t) = 120 \cos\left(2000\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

Příklad 5 Signál $x(t) = 6\cos(2000\pi t) + 12\cos(10000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Není** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

viz A

$x_r(t) =$......................

Příklad 6 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	0	0	2

Určete hodnotu jejich periodické konvoluce $y[n] = x_1[n] \tilde{\star} x_2[n]$ pro $n = 6$

bude stejný jako pro $n = 2$

$y[n] =$ 5

Příklad 7 Reálný periodický signál s diskrétním časem má periodu $N_1 = 1024$. Jeho koeficient diskrétní Fourierovy řady $\tilde{X}[1] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$. Určete hodnotu koeficientu:

$\tilde{X}[1025] = 11e^{j\frac{\pi}{6}}$

Příklad 8 Diskrétní signál analyzujeme pomocí DFT s $N = 256$ vzorky. Vzorkovací frekvence je $F_s = 8000$ Hz. Na který vzorek k se musíme zaměřit, pokud chceme zjistit hodnotu spektra na frekvenci 500 Hz

$k = \frac{500}{8000} \cdot 256 = \frac{256}{16} = 16$

Příklad 9 Diskrétní signál je pro $n \in [0, 15]$ definován jako $x[n] = 5 + 6\cos(\frac{2\pi}{16}n + \frac{\pi}{8})$. Určete koeficient $X[k]$ jeho DFT pro $k = 15$

$X[1] = 48e^{j\frac{\pi}{8}}$ (viz B)

$X[k] = X[15] = X^*[1] = 48e^{-j\frac{\pi}{8}}$

Příklad 10 Nakreslete blokové schema filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.7z^{-1}}$.

výsledek

viz A

Příklad 11 Určete impulsní odezvu filtru FIR s nenulovými koeficienty $b_0 = 1$, $b_1 = -3$, $b_2 = 3$, $b_3 = -1$ Vyplňte **všechna** políčka tabulky.

viz A

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h[n]$								

Příklad 12 Filtr typu IIR má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{2}}$
Určete, na které frekvenci v Hz je maximum modulu jeho frekvenční charakteristiky (rezonanční frekvence), je-li vzorkovací frekvence $F_s = 16$ kHz

$$f_{max} = \frac{\pi/2}{2\pi} \cdot 16000$$

$f_{max} =$ 4000 Hz

Příklad 13 Určete, zda je filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1-4z^{-2}}$ stabilní.

viz A

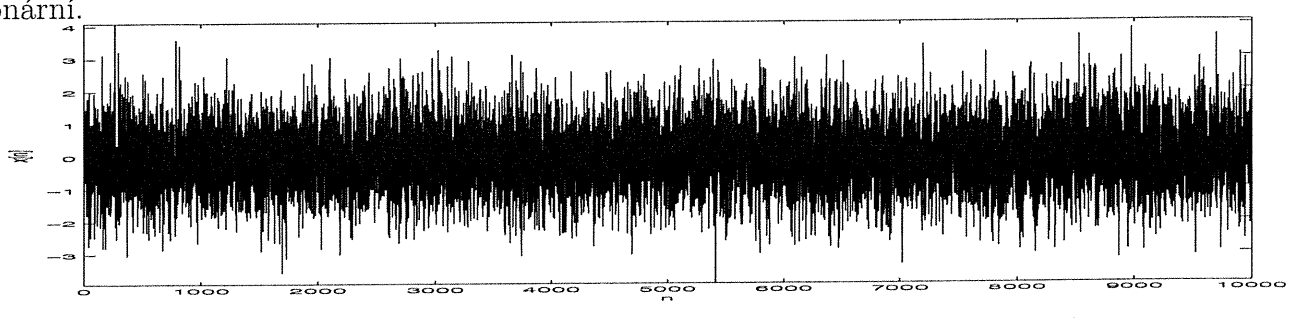
Odpověď (ANO/NE): NE

Příklad 14 Distribuční funkce pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete pravděpodobnost, že hodnota signálu bude v intervalu $[a, b]$: $\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\}$ pro interval $[1.2,\ 1.3]$

dále viz zadání A, zde především platí, že "špatně zadáno" je správná odpověď.

$\mathcal{P}\{a < \xi(t) < b\} = F(1,3) - F(1,2) = 0 - 0 = 0$

Příklad 15 Na obrázku je časový průběh jedné realizace náhodného procesu. Určete, zda je tento proces stacionární.



Odpověď (ANO/NE): ANO

Příklad 16 Na $\Omega = 1000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy $n_1 = 0$ a $n_2 = 16$:

intervaly x_1	intervaly x_2 [-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	200
[0, 2]	0	0	300	0
[-2, 0]	0	300	0	0
[-4, -2]	200	0	0	0

viz C

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$R[n_1, n_2] =$ ....

Příklad 17 Proveďte vychýlený odhad autokorelačního koeficientu $R[k]$ pro $k = 4$ pro náhodný signál o délce $N = 5$ s následujícími vzorky:

n	0	1	2	3	4
$x[n]$	6	2	2	3	-1

6 . . . .

$R[k] =$ ...... $\frac{-6}{5} = -1,2$ ......

Příklad 18 Spektrální hustota výkonu náhodného signálu s diskrétním časem je konstantní: $G(e^{j\omega}) = 1$. Určete autokorelační koeficient $R[k]$ tohoto signálu pro $k = 0$.

$R[k] =$ ... $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} G(e^{j\omega}) e^{+j\omega k} d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 1 \, d\omega = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ ......

Příklad 19 Kvantizér s $b = 8$ bity (takže $L = 256$ hladinami) má rozsah od $x_{min} = -10$ V do $x_{max} = +10$ V. Při kvantování cosinusovky o amplitudě $A = 10$ V (která tedy plně využije jeho dynamický rozsah) je poměr signálu k šumu: $SNR_A = 1.76 + 6 \times 8 = 49.76$ dB. Určete, jaký bude SNR při kvantování cosinusovky o amplitudě $B = 0.1$ V

viz C

$SNR_B =$ .... dB

Příklad 20 Obrázek má 256×256 pixelů, všechny mají hodnotu $x[k, l] = 1$. Určete hodnotu jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace $X[m, n]$ pro $m = 1, \quad n = 1$.

Pomůcka: definice 2D-DFT je: $X[m, n] = \sum_{k=0}^{K-1}\sum_{l=0}^{L-1} x[k, l] e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$. Uvažujte $K = L = M = N = 256$.

$X[m, n] =$ ...... 0 ......

viz A