Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 31.1.2011, skupina A REF

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Krasobruslař se při skoku otočí dvakrát za sekundu. Určete jeho úhlovou rychlost.

1 otáčka ≈ úhel 2π

$\omega =$ ...4π... rad/s

Příklad 2 Periodický signál je komplexní exponenciála: $x(t) = 44e^{j2000\pi t + \frac{\pi}{6}}$.
Určete všechny nenulové koeficienty c_k jeho Fourierovy řady.

$c_1 = 44 \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je stejnosměrný: $x(t) = 6$.
Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) = 2\pi A\,\delta(\omega)$

$X(j\omega) =$ ...$12\pi\,\delta(\omega)$...

Příklad 4 Hodnota Fourierovy transformace (spektrální funkce) signálu $x(t)$ na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s je $X(j100\pi) = 1 + j$. Určete hodnotu Fourierovy transformace (spektrální funkce) $Y(j\omega)$ zpožděného signálu $y(t) = x(t) - 0.01\mathrm{s}$ také na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s.

$Y(j\omega) = X(j\omega)e^{-j\omega\tau} = (1+j)e^{-j\,0{,}01\cdot 100\pi} =$
$= (1+j)\cdot \underbrace{e^{-j\pi}}_{-1}$

$Y(j100\pi) =$ ...$-1-j$...

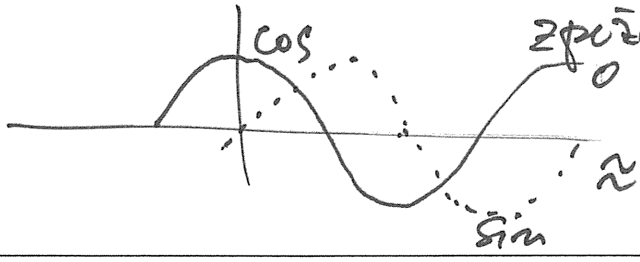
Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = \infty$ rad/s.

$H(j\omega) = H(s)\Big|_{s\to j\omega} = \frac{1}{j\omega+1} = \frac{1}{j\infty+1}$

$H(j\infty) =$ ...0...

A1

Příklad 6 Na vstupu systému se spojitým časem je signál $x(t) = 40\cos(200\pi t)$. Na výstupu je signál $y(t) = \sin(200\pi t)$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = 200\pi$ rad/s.



zpoždění o $\frac{1}{4}$ periody $\approx \frac{\pi}{2}$

$H(j200\pi) = \frac{1}{40} e^{-j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 7 Na vstupu vzorkovače je periodický signál: sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1\ \mu$s, výšce $D = 50$ a periodě $T_1 = 3\ \mu$s. Určete, zda lze zkonstruovat anti-aliasingový filtr tak, abychom po vzorkování a rekonstrukci na vzorkovací frekvenci $F_s = 44100$ Hz dostali na výstupu přesně stejný signál. Pokud ano, napište, jak by měla vypadat jeho frekvenční charakteristika.

mají nekonečně mnoho nenulových koeficientů FŘ → nemá mezní frekvenci → nejde.

~~LZE~~/NELZE: .... $H_{aa}(j\omega) =$ neexistuje

Příklad 8 Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	4	3	8	5	1	2	11	67
	5	1	2	11	67	4	3	8

Určete 3. vzorek signálu kruhově zpožděného o 5 vzorků: $y[n] = R_8[n]x[\mod{}_8(n-5)]$

$y[3] =$ 11

Příklad 9 Diskrétní signál má jediný vzorek nenulový: $x[n] = \begin{cases} 40 & \text{pro } n = 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište modul a argument jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} = 40 \cdot e^{-j\omega \cdot 1}$$

$|\tilde{X}(e^{j\omega})| =$ 40, $\arg \tilde{X}(e^{j\omega}) =$ $-\omega$

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálu s diskrétním časem o délce $N = 4$:

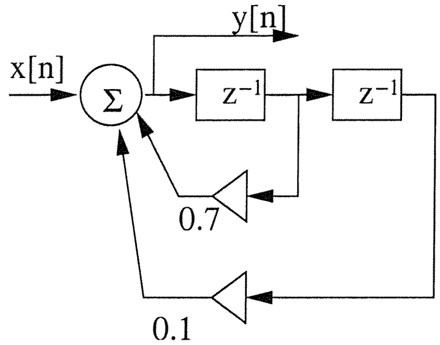
n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	-1	-1	2
$x_2[n]$	1	2	1	2
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	2	1	2	1

A2

Příklad 11 Vstup a impulsní odezva číslicového filtru FIR jsou v následující tabulce. Doplňte řádek pro jeho výstup (všechny hodnoty).

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h[n]$	0	-1	-1	2	0	0	0	0
$y[n]$	0	−1	−3	−1	3	2	0	0

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dfrac{1}{1-0{,}7z^{-1}-0{,}1z^{-2}}$

Příklad 13 Určete hodnotu frekvenční charakteristiky filtru z předcházejícího příkladu na normované kruhové frekvenci $\omega = 0$ rad.

$$H(e^{j\omega}) = H(z)\Big|_{z\to e^{j\omega}} = \frac{1}{1-0{,}7e^{-j\omega}-0{,}1e^{-2j\omega}}$$

$H(e^{j0}) = 5$

$$= \frac{1}{1-0{,}7e^{0}-0{,}1e^{0}} = \frac{1}{0{,}2}$$

Příklad 14 Filtry se impulsními odezvami $h_1[n]$ a $h_2[n]$ v tabulce jsou zapojeny **paralelně**. Určete reakci tohoto celého systému $y[n]$ na jednotkový impuls $x[n] = \delta[n]$:

součet imp. odezev

takže hledáme impulsní odezvu!

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h_1[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h_2[n]$	0	2	1	2	0	0	0	0
$y[n]$	0	3	3	3	0	0	0	0

Příklad 15 Distribuční funkce náhodného signálu pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 1 & \text{pro } x > 1 \end{cases}$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu v čase t bude větší než: $a = 0.6$

$$P\{\xi(t) < a\} = \frac{0{,}6+1}{2} = 0{,}8$$

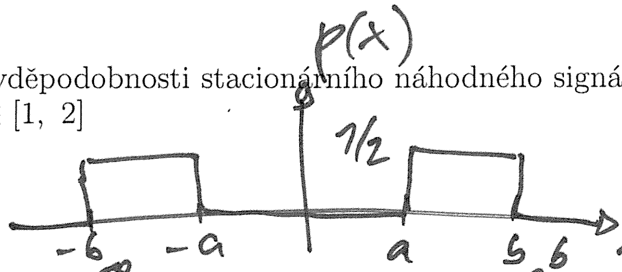
$\mathcal{P}\{\xi(t) > a\} = 0{,}2$

$$P\{\xi(t) > a\} = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$$

Příklad 16 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána jako:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pro } x \in [-2,\ -1] \text{ a pro } x \in [1,\ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete rozptyl tohoto náhodného signálu.



střední hodnota je 0

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 p(x)\,dx = 2\frac{1}{2}\int_a^b x^2\,dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{b^3 - a^3}{3}$$

$D = \frac{2^3 - 1^3}{3} = \frac{7}{3}$

Příklad 17 Náhodný signál má $N = 5$ nenulových vzorků, pro $n = [0\ 1\ 2\ 3\ 4]$: $x[n] = [4\ 3\ 5\ 2\ 2]$.
Jaký je nevychýlený odhad jeho autokorelačního koeficientu pro $k = 4$?

$4 \cdot\cdot\cdot$

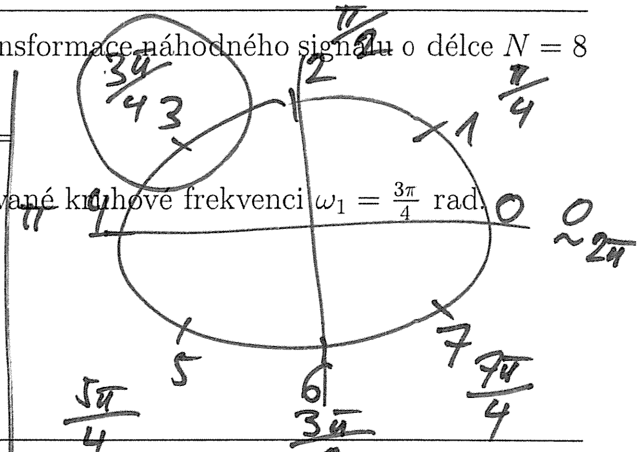
$\frac{8}{5-4} = 8$

$R[k] =$ 8

Příklad 18 Tabulka udává 8 hodnot diskrétní Fourierovy transformace náhodného signálu o délce $N = 8$ vzorků.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$X[k]$	4	-1-2j	-2 -3j	2j	1	-2j	-2 -3j	-1+2j

Odhadněte hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{3\pi}{4}$ rad.



$$\hat{G}(e^{j\omega_1}) = \frac{|X[k]|^2}{N} = \frac{|2j|^2}{8} = \frac{1}{2}$$

$\hat{G}(e^{j\omega_1}) =$ $\frac{1}{2}$

Příklad 19 Cosinusovka s amplitudou $A = 1024$ plně využívá dynamického rozsahu kvantizéru od -1024 do 1024. Poměr signálu k šumu SNR =49.76 dB. Jaký je kvantovací krok ?

$\rightarrow \frac{48\,dB}{6} = 8$ bitů, takže 256 hladin

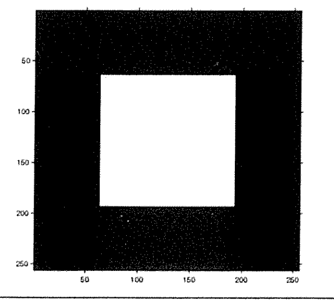
$\Delta = 2 \cdot 1024 / 256 = 8$

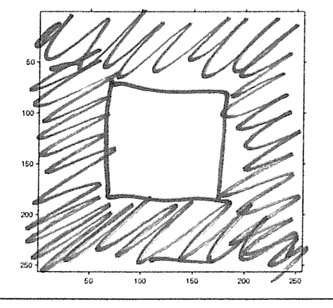
$\Delta =$ 8

Příklad 20 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

→ kopíruje, žádná změna !





Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 31.1.2011, skupina B

Viž také A.

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Krasobruslař se při skoku otočí dvakrát za sekundu. Určete jeho úhlovou rychlost.

$\omega =$ 4π rad/s

Příklad 2 Periodický signál je komplexní exponenciála: $x(t) = 41e^{j2000\pi t - \frac{\pi}{6}}$.
Určete všechny nenulové koeficienty c_k jeho Fourierovy řady.

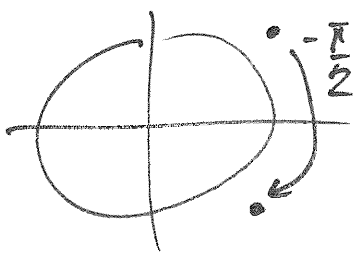
$c_1 = 41 e^{-j\frac{\pi}{6}}$

Příklad 3 Signál se spojitým časem je stejnosměrný: $x(t) = 3$.
Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) =$ $6\pi\,\delta(\omega)$

Příklad 4 Hodnota Fourierovy transformace (spektrální funkce) signálu $x(t)$ na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s je $X(j100\pi) = 1 + j$. Určete hodnotu Fourierovy transformace (spektrální funkce) $Y(j\omega)$ zpožděného signálu $y(t) = x(t) - 0.005\text{s}$ také na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s.

$(1+j)e^{-j0{,}005\cdot 100\pi} = (1+j)e^{-j\frac{\pi}{2}}$



$Y(j100\pi) =$ $1 - j$

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = \infty$ rad/s.

$H(j\infty) =$ 0

R1

Příklad 6 Na vstupu systému se spojitým časem je signál $x(t) = 80\cos(200\pi t)$. Na výstupu je signál $y(t) = \sin(200\pi t)$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = 200\pi$ rad/s.

$H(j200\pi) =$ $\frac{1}{80} e^{-j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 7 Na vstupu vzorkovače je periodický signál: sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ μs, výšce $D = 50$ a periodě $T_1 = 3$ μs. Určete, zda lze zkonstruovat anti-aliasingový filtr tak, abychom po vzorkování a rekonstrukci na vzorkovací frekvenci $F_s = 44100$ Hz dostali na výstupu přesně stejný signál. Pokud ano, napište, jak by měla vypadat jeho frekvenční charakteristika.

~~LZE~~/NELZE: .... $H_{aa}(j\omega) =$ ....X....

Příklad 8 Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

6

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	4	3	8	5	1	2	11	67

8 5 1 2 11 67 4 3

Určete 3. vzorek signálu kruhově zpožděného o 6 vzorků: $y[n] = R_8[n]x[\mod_8(n-6)]$

$y[3] =$ 2

Příklad 9 Diskrétní signál má jediný vzorek nenulový: $x[n] = \begin{cases} 50 & \text{pro } n = 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište modul a argument jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem.

$50\, e^{-j\omega}$

$|\tilde{X}(e^{j\omega})| =$ 50, $\arg \tilde{X}(e^{j\omega}) =$ $-\omega$

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálu s diskrétním časem o délce $N = 4$:

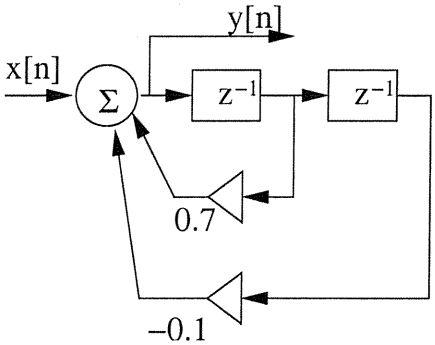
n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	-1	-1	2
$x_2[n]$	2	1	2	1
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	1	2	1	2

R2

Příklad 11 Vstup a impulsní odezva číslicového filtru FIR jsou v následující tabulce. Doplňte řádek pro jeho výstup (všechny hodnoty).

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$	0	2	1	2	0	0	0	0
$h[n]$	0	-1	-1	2	0	0	0	0
$y[n]$	0	-2	-3	1	0	4	0	0

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dfrac{1}{1-0{,}7z^{-1}+0{,}1z^{-2}}$

Příklad 13 Určete hodnotu frekvenční charakteristiky filtru z předcházejícího příkladu na normované kruhové frekvenci $\omega = 0$ rad.

$$\frac{1}{1-0{,}7+0{,}1} = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5$$

$H(e^{j0}) = 2{,}5$

Příklad 14 Filtry se impulsními odezvami $h_1[n]$ a $h_2[n]$ v tabulce jsou zapojeny **paralelně**. Určete reakci tohoto celého systému $y[n]$ na jednotkový impuls $x[n] = \delta[n]$:

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h_1[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h_2[n]$	0	-1	-2	-1	0	0	0	0
$y[n]$	0	0	0	0	0	0	0	0

Příklad 15 Distribuční funkce náhodného signálu pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 1 & \text{pro } x > 1 \end{cases}$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu v čase t bude větší než: $a = 1.3$

nikdy!

$\mathcal{P}\{\xi(t) > a\} = 1-1 = 0$

R3

Příklad 16 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána jako:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pro } x \in [-3, \ -2] \text{ a pro } x \in [2, \ 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete rozptyl tohoto náhodného signálu.

$$\frac{3^3 - 2^3}{3} = \frac{27-8}{3} = \frac{19}{3} \quad \text{nebo } 6{,}33$$

$D =$ ......$\frac{3^3 - 2^3}{3}$......

Příklad 17 Náhodný signál má $N = 5$ nenulových vzorků, pro $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4]$: $x[n] = [4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 2]$. Jaký je nevychýlený odhad jeho autokorelačního koeficientu pro $k = 3$? 4 3 ...

$$\frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 3}{5 - 3} = 7$$

$R[k] =$ ....7..........

Příklad 18 Tabulka udává 8 hodnot diskrétní Fourierovy transformace náhodného signálu o délce $N = 8$ vzorků.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$X[k]$	4	-1-2j	-2 -3j	2j	1	-2j	-2 -3j	-1+2j

Odhadněte hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$ rad.

$$\frac{|-1-2j|^2}{8} = \frac{5}{8}$$

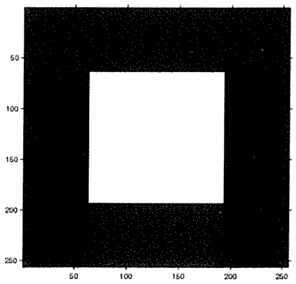
$\hat{G}(e^{j\omega_1}) =$ ....$\frac{5}{8}$..........

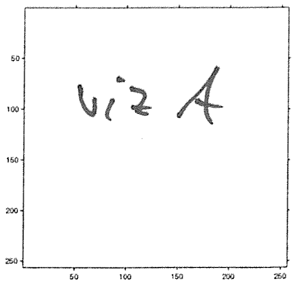
Příklad 19 Cosinusovka s amplitudou $A = 1024$ plně využívá dynamického rozsahu kvantizéru od -1024 do 1024. Poměr signálu k šumu SNR =49.76 dB. Jaký je kvantovací krok ?

$\Delta =$ ......8......

Příklad 20 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k, l] = |x[k, l] \star h[k, l]|$. Vstup $x[k, l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k, l] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$





R4

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 31.1.2011, skupina C

viz také A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Krasobruslař se při skoku otočí dvakrát za sekundu. Určete jeho úhlovou rychlost.

$\omega =$ ....4π....... rad/s

Příklad 2 Periodický signál je komplexní exponenciála: $x(t) = 72e^{j2000\pi t + \frac{\pi}{8}}$.
Určete všechny nenulové koeficienty c_k jeho Fourierovy řady.

$c_1 = 72\, e^{j\frac{\pi}{8}}$

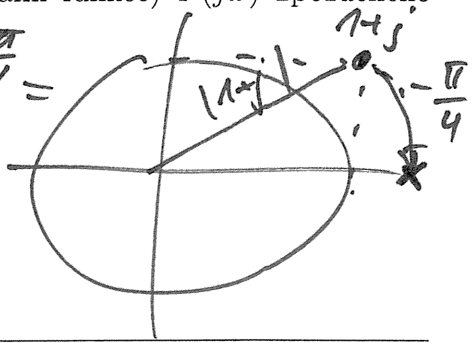
Příklad 3 Signál se spojitým časem je stejnosměrný: $x(t) = 7$.
Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) =$ ....$14\pi\,\delta(\omega)$.......

Příklad 4 Hodnota Fourierovy transformace (spektrální funkce) signálu $x(t)$ na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s je $X(j100\pi) = 1 + j$. Určete hodnotu Fourierovy transformace (spektrální funkce) $Y(j\omega)$ zpožděného signálu $y(t) = x(t) - 0.0025$s také na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s.

$(1+j)e^{-0{,}0025\cdot 100\pi} = (1+j)e^{-j\frac{\pi}{4}} =$

$= |1+j| = \sqrt{2}$



$Y(j100\pi) =$ ....$\sqrt{2}$ nebo $1{,}414$.......

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = \infty$ rad/s.

$H(j\infty) =$ ....0.......

C1

Příklad 6 Na vstupu systému se spojitým časem je signál $x(t) = 200\sin(200\pi t)$. Na výstupu je signál $y(t) = \sin(200\pi t)$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = 200\pi$ rad/s.

jen změna amplitudy, ne fáze

$H(j200\pi) =$ $\frac{1}{200}$

Příklad 7 Na vstupu vzorkovače je periodický signál: sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ μs, výšce $D = 50$ a periodě $T_1 = 3$ μs. Určete, zda lze zkonstruovat anti-aliasingový filtr tak, abychom po vzorkování a rekonstrukci na vzorkovací frekvenci $F_s = 44100$ Hz dostali na výstupu přesně stejný signál. Pokud ano, napište, jak by měla vypadat jeho frekvenční charakteristika.

~~LZE~~/NELZE: .... $H_{aa}(j\omega) =$ ...... X ......

Příklad 8 Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	4	3	8	5	1	2	11	67
	3	8	5	1	.	.	.	4

Určete 3. vzorek signálu kruhově zpožděného o 7 vzorků: $y[n] = R_8[n]x[\ \mathrm{mod}\ _8(n-7)]$

$y[3] =$ 1

Příklad 9 Diskrétní signál má jediný vzorek nenulový: $x[n] = \begin{cases} 40 & \text{pro } n = 0 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Napište modul a argument jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} = 40e^{-j\omega 0} = 40.$$

$|\tilde{X}(e^{j\omega})| =$ 40, $\arg \tilde{X}(e^{j\omega}) =$ 0

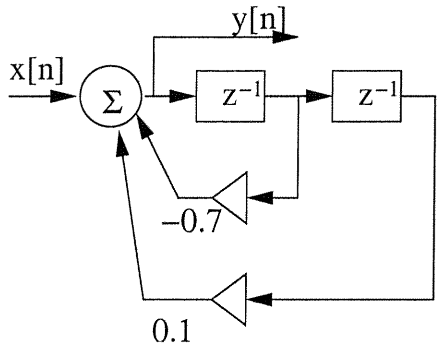
Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálu s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	-1	-1	2
$x_2[n]$	-2	1	2	1
$x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$	-3	6	5	-6

Příklad 11 Vstup a impulsní odezva číslicového filtru FIR jsou v následující tabulce. Doplňte řádek pro jeho výstup (všechny hodnoty).

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$	0	-2	1	2	0	0	0	0
$h[n]$	0	-1	-1	2	0	0	0	0
$y[n]$	0	2	1	−7	0	4	0	0

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dfrac{1}{1+0{,}7z^{-1}-0{,}1z^{-2}}$

Příklad 13 Určete hodnotu frekvenční charakteristiky filtru z předcházejícího příkladu na normované kruhové frekvenci $\omega = 0$ rad.

$H(e^{j0}) = \dfrac{1}{1+0{,}7-0{,}1} = \dfrac{1}{1{,}6} = \dfrac{5}{8}$

Příklad 14 Filtry se impulsními odezvami $h_1[n]$ a $h_2[n]$ v tabulce jsou zapojeny **paralelně**. Určete reakci tohoto celého systému $y[n]$ na jednotkový impuls $x[n] = \delta[n]$:

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h_1[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h_2[n]$	0	3	5	12	0	0	0	0
$y[n]$	0	4	7	13	0	0	0	0

Příklad 15 Distribuční funkce náhodného signálu pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1, 1] \\ 1 & \text{pro } x > 1 \end{cases}$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu v čase t bude větší než: $a = -1.3$

$P = 1 - 0 = 1$ - vždy...

$\mathcal{P}\{\xi(t) > a\} = 1$

C3

Příklad 16 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána jako:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pro } x \in [-3, \ -2] \text{ a pro } x \in [2, \ 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete rozptyl tohoto náhodného signálu.

$D = \frac{3^3 - 2^3}{3} = \frac{19}{3}$ nebo 6,33

Příklad 17 Náhodný signál má $N = 5$ nenulových vzorků, pro $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4]$: $x[n] = [4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 2]$.
Jaký je nevychýlený odhad jeho autokorelačního koeficientu pro $k = 2$? $4 \cdot 3 \cdot 5$

$$\frac{5 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{5 - 2} = \frac{36}{3} = 12$$

$R[k] =$.........................

Příklad 18 Tabulka udává 8 hodnot diskrétní Fourierovy transformace náhodného signálu o délce $N = 8$ vzorků.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$X[k]$	4	-1-2j	-2 -3j	2j	1	-2j	-2 -3j	-1+2j

Odhadněte hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ rad.

$$\frac{|-2-3j|^2}{8} = \frac{13}{8}$$

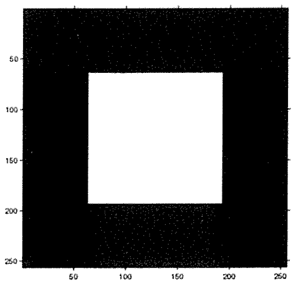
$\hat{G}(e^{j\omega_1}) = \frac{13}{8}$

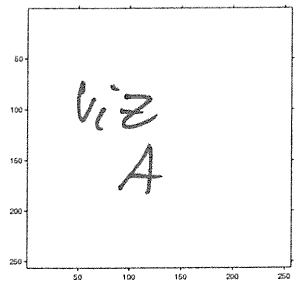
Příklad 19 Cosinusovka s amplitudou $A = 1024$ plně využívá dynamického rozsahu kvantizéru od -1024 do 1024. Poměr signálu k šumu SNR =49.76 dB. Jaký je kvantovací krok ?

$\Delta =$ 8

Příklad 20 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k, l] = |x[k, l] \star h[k, l]|$. Vstup $x[k, l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k, l] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$





Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 31.1.2011, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Krasobruslař se při skoku otočí třikrát za sekundu. Určete jeho úhlovou rychlost.

$\omega =$ ....6π.... rad/s

Příklad 2 Periodický signál je komplexní exponenciála: $x(t) = 96e^{j2000\pi t - \frac{\pi}{8}}$.
Určete všechny nenulové koeficienty c_k jeho Fourierovy řady.

$c_1 = 96e^{-j\frac{\pi}{8}}$

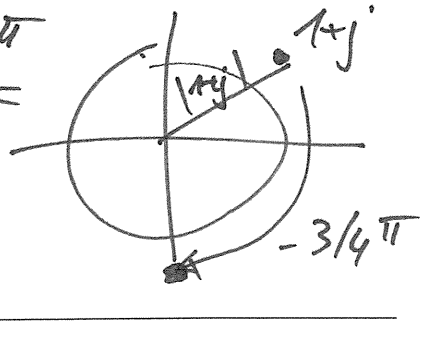
Příklad 3 Signál se spojitým časem je stejnosměrný: $x(t) = 12$.
Napište jeho spektrální funkci.

$X(j\omega) =$ ....$24\pi\delta(\omega)$....

Příklad 4 Hodnota Fourierovy transformace (spektrální funkce) signálu $x(t)$ na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s je $X(j100\pi) = 1 + j$. Určete hodnotu Fourierovy transformace (spektrální funkce) $Y(j\omega)$ zpožděného signálu $y(t) = x(t) - 0.0075$s také na frekvenci $\omega = 100\pi$ rad/s.

$(1+j)e^{-j0{,}0075\cdot 100\pi} = (1+j)e^{-j\frac{3}{4}\pi} =$

$= |1+j|(-j)$



$Y(j100\pi) =$ ....$-j\sqrt{2}$ nebo $-j1{,}414$

Příklad 5 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = \infty$ rad/s.

$H(j\infty) =$ ....0....

D1

Příklad 6 Na vstupu systému se spojitým časem je signál $x(t) = 100\cos(200\pi t)$. Na výstupu je signál $y(t) = \sin(200\pi t)$.
Určete hodnotu frekvenční charakteristiky tohoto systému na frekvenci $\omega = 200\pi$ rad/s.

$H(j200\pi) =$ $\frac{1}{100} e^{-j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 7 Na vstupu vzorkovače je periodický signál: sled obdélníkových impulsů o šířce $\vartheta = 1$ μs, výšce $D = 50$ a periodě $T_1 = 3$ μs. Určete, zda lze zkonstruovat anti-aliasingový filtr tak, abychom po vzorkování a rekonstrukci na vzorkovací frekvenci $F_s = 44100$ Hz dostali na výstupu přesně stejný signál. Pokud ano, napište, jak by měla vypadat jeho frekvenční charakteristika.

~~LZE~~/NELZE: .... $H_{aa}(j\omega) =$ ....

Příklad 8 Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků:

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	4	3	8	5	1	2	11	67
	1	2	11	67	4	3	8	5

Určete 3. vzorek signálu kruhově zpožděného o 4 vzorky: $y[n] = R_8[n]x[\mod_8(n-4)]$

$y[3] =$ 67

Příklad 9 Diskrétní signál má jediný vzorek nenulový: $x[n] = \begin{cases} 50 & \text{pro } n = 0 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište modul a argument jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem. viz C

$|\tilde{X}(e^{j\omega})| =$ 50, $\arg \tilde{X}(e^{j\omega}) =$ 0

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálu s diskrétním časem o délce $N = 4$:

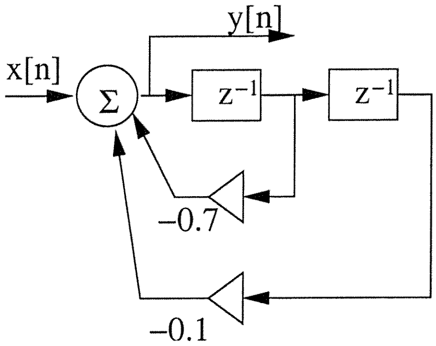
n	0	1	2	3
$x_1[n]$	1	-1	-1	2
$x_2[n]$	2	1	2	-1
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	3	4	-3	0

D2

Příklad 11 Vstup a impulsní odezva číslicového filtru FIR jsou v následující tabulce. Doplňte řádek pro jeho výstup (všechny hodnoty).

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x[n]$	0	2	1	2	0	0	0	0
$h[n]$	0	-1	-1	2	0	0	0	0
$y[n]$	0	−2	−3	1	0	4	0	0

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete jeho přenosovou funkci.

$H(z) = \dfrac{1}{1+0{,}7z^{-1}+0{,}1z^{-2}}$

Příklad 13 Určete hodnotu frekvenční charakteristiky filtru z předcházejícího příkladu na normované kruhové frekvenci $\omega = 0$ rad.

$H(e^{j0}) = \dfrac{1}{1+0{,}7+0{,}1} = \dfrac{1}{1{,}8} = \dfrac{5}{9}$

Příklad 14 Filtry se impulsními odezvami $h_1[n]$ a $h_2[n]$ v tabulce jsou zapojeny **paralelně**. Určete reakci tohoto celého systému $y[n]$ na jednotkový impuls $x[n] = \delta[n]$:

n	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h_1[n]$	0	1	2	1	0	0	0	0
$h_2[n]$	0	-3	-1	-2	0	0	0	0
$y[n]$	0	−2	1	−1	0	0	0	0

Příklad 15 Distribuční funkce náhodného signálu pro čas t je dána jako: $F(x,t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{pro } x \in [-1,\ 1] \\ 1 & \text{pro } x > 1 \end{cases}$

Určete pravděpodobnost, že hodnota náhodného signálu v čase t bude větší než: $a = 0$

$P = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

$\mathcal{P}\{\xi(t) > a\} =$ 0,5

Příklad 16 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu je dána jako:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pro } x \in [-4, \ -3] \text{ a pro } x \in [3, \ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete rozptyl tohoto náhodného signálu.

$D = \dfrac{4^3 - 3^3}{3} = \dfrac{64-27}{3} = \dfrac{37}{3}$ nebo $12{,}33$

Příklad 17 Náhodný signál má $N = 5$ nenulových vzorků, pro $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4]$: $x[n] = [4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 2]$. Jaký je nevychýlený odhad jeho autokorelačního koeficientu pro $k = 1$?

4 3 5 2

$$\frac{3 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 2}{5-1} = \frac{41}{4} = 10{,}25$$

$R[k] = 10{,}25$

Příklad 18 Tabulka udává 8 hodnot diskrétní Fourierovy transformace náhodného signálu o délce $N = 8$ vzorků.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$X[k]$	4	-1-2j	-2 -3j	2j	1	-2j	-2 -3j	-1+2j

Odhadněte hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad.

$$\frac{|X[4]|^2}{N} = \frac{1^2}{8}$$

$\hat{G}(e^{j\omega_1}) = \frac{1}{8}$

Příklad 19 Cosinusovka s amplitudou $A = 1024$ plně využívá dynamického rozsahu kvantizéru od -1024 do 1024. Poměr signálu k šumu SNR =49.76 dB. Jaký je kvantovací krok ?

$\Delta = 8$

Příklad 20 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$