REF

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2011, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Popište pohyb jednoho konce vrtule malého letadélka jako funkci dráhy x pomocí komplexní exponenciály. Dráhu označte jako x, osa "doprava-doleva" je reálná, osa "nahoru-dolů" je imaginární. Letadlo letí rychlostí 10m/s, vrtule se otáčí rychlostí 10 otáček za sekundu. Vrtule má poloměr 10 cm. Směr otáčení vrtule (po nebo proti směru hodinových ručiček) si můžete zvolit sami. Počáteční natočení vrtule neuvažujte (komplexní exponenciála tedy nebude mít žádnou počáteční fázi).

dráha pro 1 otočení vrtule je 1 metr, za tuto dráhu se musí argument změnit o 2π, takže kruhová „frekvence" je 2π.

$f(x) =$ $10e^{j2\pi x}$ nebo $10e^{-j2\pi x}$

Příklad 2 Periodický signál $x(t)$ má periodu $T = 20$ ms. Jeho 2. koeficient Fourierovy řady $c_{x,2} = 1+j$. Určete koeficient $c_{y,2}$ Fourierovy řady signálu $y(t)$ zpožděného oproti $x(t)$ o 5ms: $y(t) = x(t) - 5$ ms.

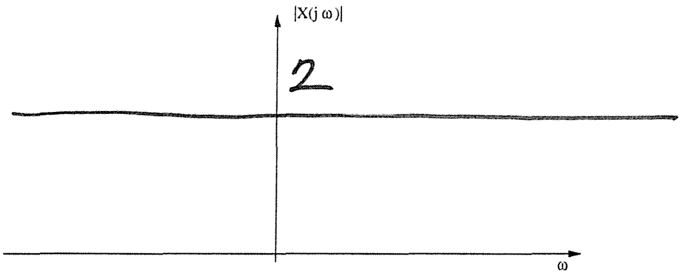
$$c_{y,k} = c_{x,k} \cdot e^{-jk\omega_1\tau} = c_{x,2} \cdot e^{-j2\frac{2\pi}{20\cdot 10^{-3}}\cdot 5\cdot 10^{-3}} =$$
$$= c_{x,2} \cdot e^{-j\pi} = -c_{x,2}$$

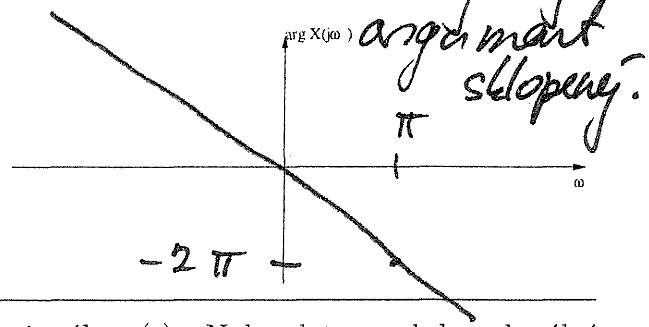
$c_{y,2} =$ $-1-j$

Příklad 3 Nakreslete spektrální funkci signálu $x(t) = 2\delta(t-2)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

$\arg = -2\omega$

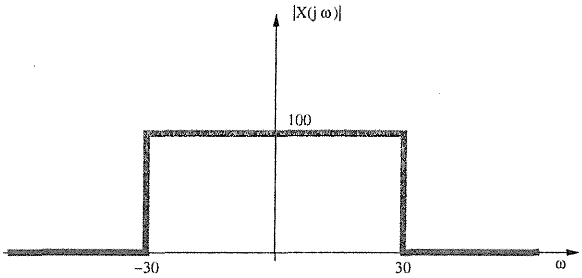
(nebo jinak označit, kde je argument sklopený.)

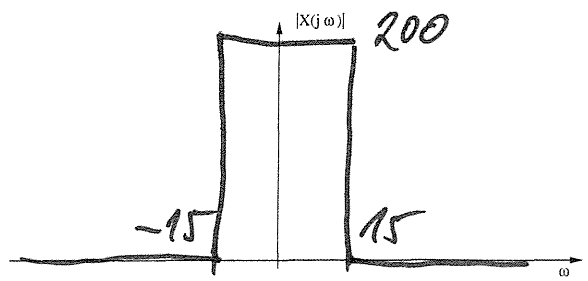




Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(\frac{t}{2})$

pro $y(t) = x(mt)$: $Y(j\omega) = \frac{1}{m} X(j\frac{\omega}{m})$





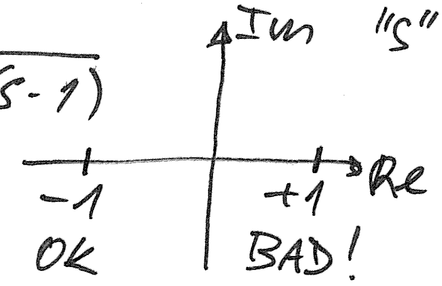
Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$$0{,}5s\,Y(s) + Y(s) = X(s)$$
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+0{,}5s}$$

$H(s) =$ $\frac{1}{1+0{,}5s}$

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)}$$



Odpověď (ANO/NE): NE.

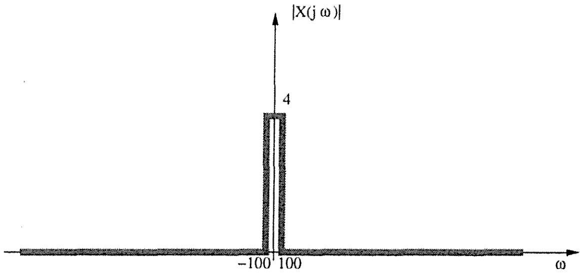
Příklad 7 Signál $x(t) = 14\cos(16000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

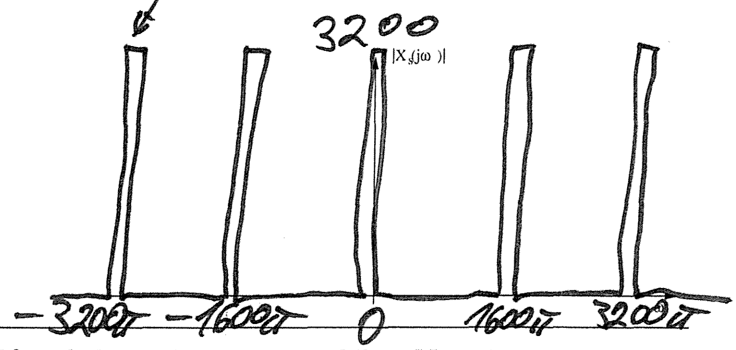
je 8000Hz. Antialias filtr propouští do $\frac{F_s}{2}$ takže tento signál neprojde.

$x_r(t) =$ 0

Příklad 8 Modul spektrální funkce signálu $x(t)$ je na obrázku. Nakreslete modul spektrální funkce tohoto signálu ideálně navzorkovaného na frekvenci F_s=800 Hz.

výška $\frac{4}{T} = 4 \cdot F_s = 3200$





Příklad 9 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	2	1	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	15	15	15	15

Příklad 10 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = 2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$ rad.

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=\infty}^{\infty} x[n] e^{-jn\omega}$$

$$\tilde{X}(e^{j\frac{\pi}{2}}) = 1 \cdot \underbrace{e^{-j0\frac{\pi}{2}}}_{1} + 2 \cdot \underbrace{e^{-j1\cdot\frac{\pi}{2}}}_{-j} = 1 - 2j$$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$ 1 − 2j.

A2

Příklad 11 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	3	1	2

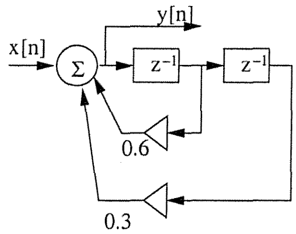
$e^{-j\frac{2\pi}{N}km}$ v tabulce

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro ~~k = 1~~

m	0	1	2	3	$\tilde{X}[k]$
$\tilde{x}[n]$	4	3	~~2~~ 1	~~1~~ 2	
k=0	1	1	1	1	10
k=1	1	$-j$	-1	j	~~2-2j~~ $3-1j$
k=2	1	-1	1	-1	~~0~~ 2
k=3	1	j	-1	$-j$	~~2+2j~~ $3+1j$

$\tilde{X}[k] =$ ~~$2-2j$~~ 3-j

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy.

$h[0] =$ 1 $h[1] =$ 0,6 $h[2] =$ ~~0,18~~ $0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}3 = 0{,}66$

Příklad 13 Určete přenosovou funkci filtru z předcházejícího příkladu.

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0{,}6z^{-1} - 0{,}3z^{-2}}$$

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$. $= \frac{z^2}{z^2 + 0{,}25}$

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0 \pm \sqrt{0-1}}{2} = \pm\frac{\sqrt{-1}}{2} = \pm\frac{j}{2}$$

$p_1 = \frac{j}{2}$ $p_2 = -\frac{j}{2}$ nebo naopak.

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x, t)$ pro $t = 2$ a $x = 2.5$

$$\text{odhad} = \frac{\text{počet} < 2{,}5}{\text{všech}} = \frac{2}{6}$$

$F(x, t) = \frac{1}{3}$

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{32}$ rad.

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R[k]\, e^{-j\omega k}$$

$$G(e^{j\frac{\pi}{32}}) = 1 \cdot \underbrace{e^{-j\frac{\pi}{32}\cdot 0}}_{1} = 1$$

$G_x(e^{j\frac{\pi}{32}}) =$ ....1....

Příklad 17 Hodnota spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $x[n]$ na frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ je $G_x(e^{j\frac{\pi}{4}}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu kmitočtové charakteristiky $H(e^{j\frac{\pi}{4}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$. Určete hodnotu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $y[n]$ na výstupu filtru na této frekvenci.

$$G_y(e^{j\omega}) = G_x(e^{j\omega}) \cdot |H(e^{j\omega})|^2 =$$

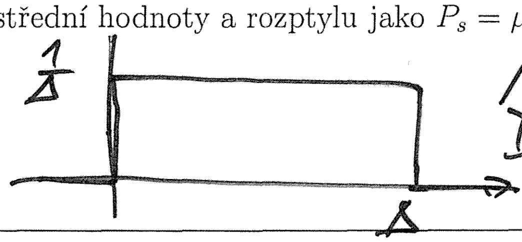
$$= 5 \cdot \left|\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = 5 \cdot 1$$

$G_y(e^{j\frac{\pi}{4}}) =$ ....5....

Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{pro } 0 \le g \le 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

$$P_s = \frac{\Delta^2}{4} + \frac{\Delta^2}{12} = \frac{\Delta^2}{3}$$



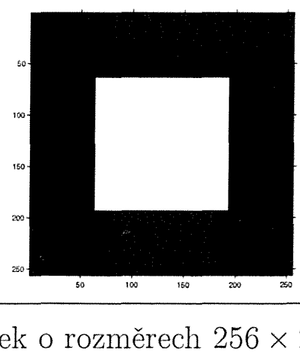
$\mu = \frac{\Delta}{2}$, $D = \frac{\Delta^2}{12}$

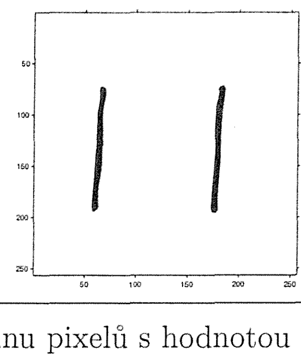
$P_s =$ ....$\frac{3^2}{3} = 3$....

Příklad 19 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Viz vzorkování, dá se i jednoduše spočítat.





Příklad 20 Obrázek o rozměrech 256×256 obsahuje polovinu pixelů s hodnotou 100 a polovinu pixelů s hodnotou 200. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku jedním bitem na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 110 a 220 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

$$SNR = 10\log_{10}\frac{P_s}{P_e} = 10\log_{10}\frac{\cancel{256\cdot128}\cdot100^2 + \cancel{256\cdot128}\cdot200^2}{\cancel{256\cdot128}\cdot10^2 + \cancel{256\cdot128}\cdot20^2} =$$

$$= 10\log_{10}\frac{50000}{500} = 10\log_{10}100 = 20$$

SNR = ...20.... dB

A4

REF

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2011, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: viz také A
(čitelně!)

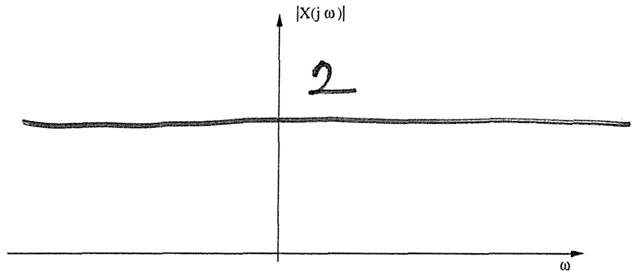
Příklad 1 Popište pohyb jednoho konce vrtule malého letadélka jako funkci dráhy x pomocí komplexní exponenciály. Dráhu označte jako x, osa "doprava-doleva" je reálná, osa "nahoru-dolů" je imaginární. Letadlo letí rychlostí 10m/s, vrtule se otáčí rychlostí 10 otáček za sekundu. Vrtule má poloměr 7 cm. Směr otáčení vrtule (po nebo proti směru hodinových ručiček) si můžete zvolit sami. Počáteční natočení vrtule neuvažujte (komplexní exponenciála tedy nebude mít žádnou počáteční fázi).

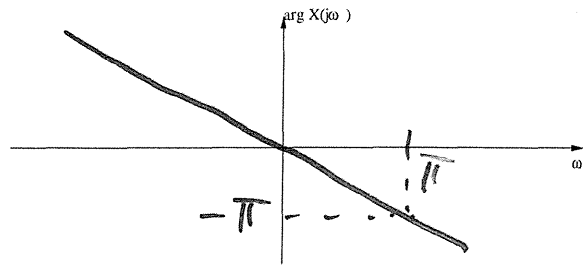
$f(x) =$ $7e^{j2\pi x}$ nebo $7e^{-j2\pi x}$ viz A

Příklad 2 Periodický signál $x(t)$ má periodu $T = 20$ ms. Jeho 2. koeficient Fourierovy řady $c_{x,2} =$ 1-j. Určete koeficient $c_{y,2}$ Fourierovy řady signálu $y(t)$ zpožděného oproti $x(t)$ o 5ms: $y(t) = x(t) - 5$ ms.

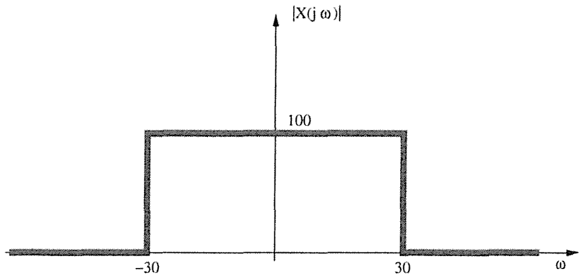
$c_{y,2} =$ $-1+j$ viz A

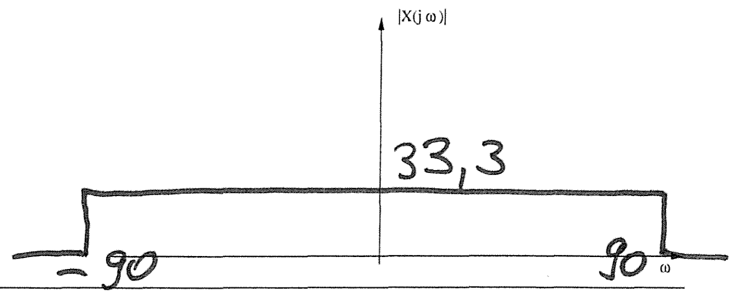
Příklad 3 Nakreslete spektrální funkci signálu $x(t) = 2\delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.





Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(3t)$





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$H(s) =$ $\frac{1}{1+0{,}5s}$

B1

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

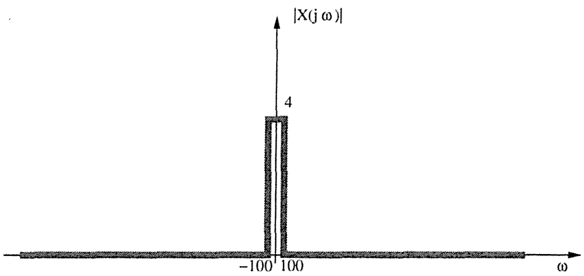
Odpověď (ANO/NE): ......NE......

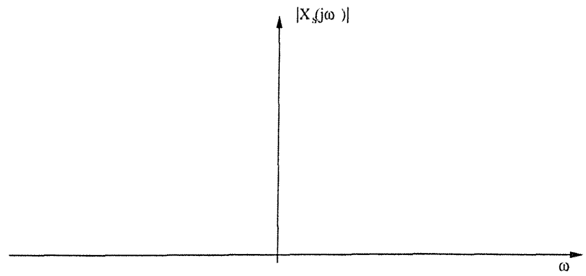
Příklad 7 Signál $x(t) = 10\cos(16000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t)$ =......0......

Příklad 8 Modul spektrální funkce signálu $x(t)$ je na obrázku. Nakreslete modul spektrální funkce tohoto signálu ideálně navzorkovaného na frekvenci F_s=800 Hz.

viz A





Příklad 9 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	1	2
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	13	11	12	14

Příklad 10 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = 2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

$$\tilde{X}(e^{j\frac{3\pi}{2}}) = 1\cdot\underbrace{e^{-j0\cdot\frac{3\pi}{2}}}_{1} + 2\underbrace{e^{-j1\frac{3\pi}{2}}}_{j}$$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1})$ =......1+2j......

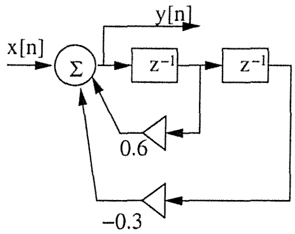
Příklad 11 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	3	1	2

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 2$

$\tilde{X}[k] =$ ~~2~~ 0

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy.

$h[0] =$ 1 $h[1] =$ 0,6 $h[2] =$ ~~+0,18~~ $0{,}6 \cdot 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}06$

Příklad 13 Určete přenosovou funkci filtru z předcházejícího příkladu.

$H(z) = \dfrac{1}{1 - 0{,}6z^{-1} + 0{,}3z^{-2}}$

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$.

$p_1 =$ $j/2$ $p_2 =$ $-j/2$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x,t)$ pro $t = 2$ a $x = 1.5$

$F(x,t) =$ $\dfrac{1}{6}$

B3

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad.

viz A

$G_x(e^{j\frac{\pi}{4}}) = $ ....1..........

Příklad 17 Hodnota spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $x[n]$ na frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ je $G_x(e^{j\frac{\pi}{4}}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu kmitočtové charakteristiky $H(e^{j\frac{\pi}{4}}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$. Určete hodnotu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $y[n]$ na výstupu filtru na této frekvenci.

$G_y(e^{j\frac{\pi}{4}}) = $ ....5..........

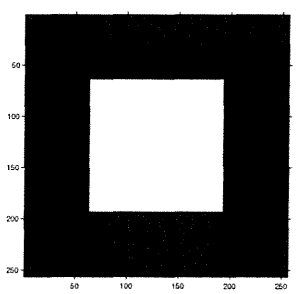
Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{pro } 0 \leq g \leq 4 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

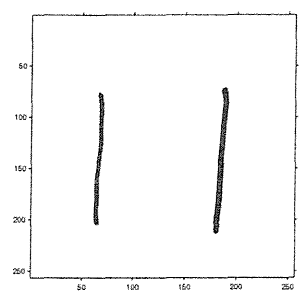
Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

$P_s = $ ......$\frac{4^2}{3}$...... $= \frac{16}{3}$

Příklad 19 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$





Příklad 20 Obrázek o rozměrech 256×256 obsahuje polovinu pixelů s hodnotou 100 a polovinu pixelů s hodnotou 200. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku jedním bitem na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 101 a 202 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

$SNR = \ldots$ viz A $= 10 \log_{10} \frac{50000}{5} =$

$= 10 \log_{10} 10000 = 40$

SNR = ...40.......... dB

B4

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2011, skupina C REF

Vše také viz A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

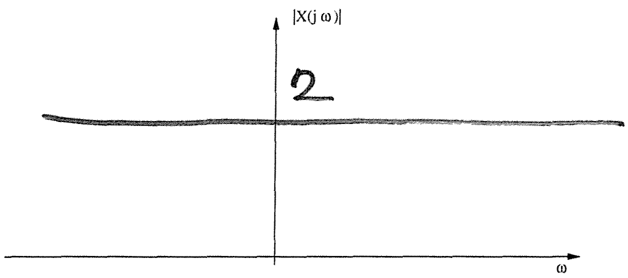
Příklad 1 Popište pohyb jednoho konce vrtule malého letadélka jako funkci dráhy x pomocí komplexní exponenciály. Dráhu označte jako x, osa "doprava-doleva" je reálná, osa "nahoru-dolů" je imaginární. Letadlo letí rychlostí 10m/s, vrtule se otáčí rychlostí 10 otáček za sekundu. Vrtule má poloměr 8 cm. Směr otáčení vrtule (po nebo proti směru hodinových ručiček) si můžete zvolit sami. Počáteční natočení vrtule neuvažujte (komplexní exponenciála tedy nebude mít žádnou počáteční fázi).

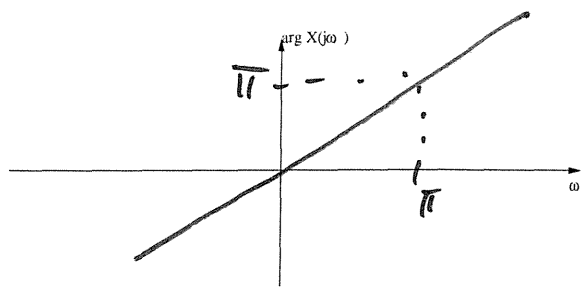
$f(x) =$ $8e^{j2\pi x}$ nebo $8e^{-j2\pi x}$

Příklad 2 Periodický signál $x(t)$ má periodu $T = 20$ ms. Jeho 2. koeficient Fourierovy řady $c_{x,2}$ = -1+j. Určete koeficient $c_{y,2}$ Fourierovy řady signálu $y(t)$ zpožděného oproti $x(t)$ o 5ms: $y(t) = x(t) - 5$ ms.

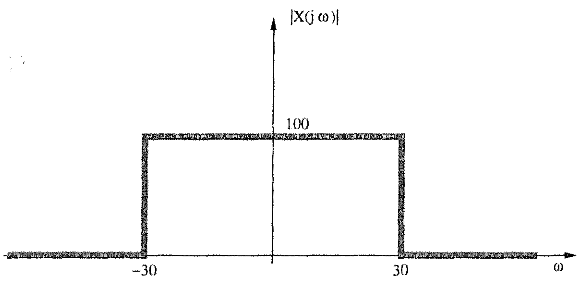
$c_{y,2} =$ $1 - j$

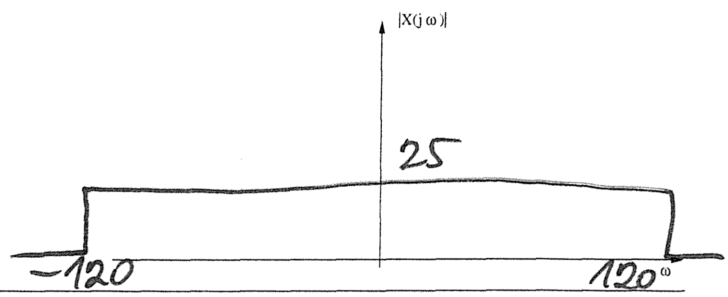
Příklad 3 Nakreslete spektrální funkci signálu $x(t) = 2\delta(t + 1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.





Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(4t)$





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$H(s) =$ $\frac{1}{1+0{,}5s}$

e1

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

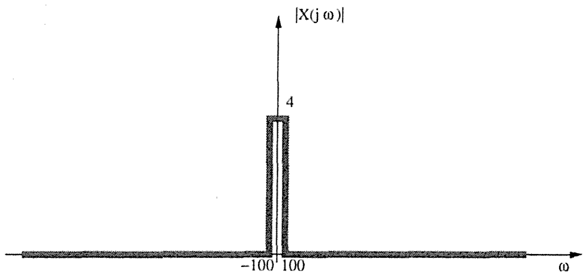
Odpověď (ANO/NE): ......NE......

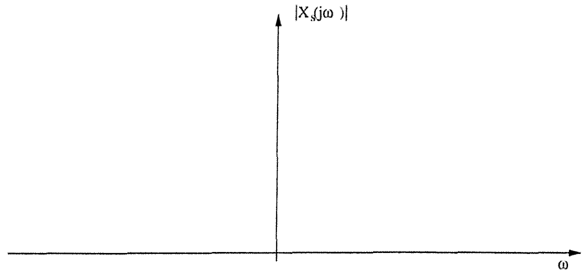
Příklad 7 Signál $x(t) = 6\cos(16000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$......0......

Příklad 8 Modul spektrální funkce signálu $x(t)$ je na obrázku. Nakreslete modul spektrální funkce tohoto signálu ideálně navzorkovaného na frekvenci F_s=800 Hz.

viz A





Příklad 9 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	1	2	2
$x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$	14	13	16	17

Příklad 10 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = 2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = \pi$ rad.

$$\tilde{X}(e^{j\pi}) = 1\underbrace{e^{-j0\pi}}_{1} + 2\underbrace{e^{-j1\cdot\pi}}_{-1}$$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$......−1......

C2

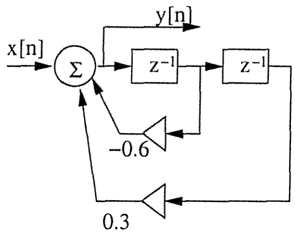
Příklad 11 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	3	1	2

Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 3$

$\tilde{X}[k] =$ $\cancel{2+2j}$ 3+j

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy.

$h[0] =$ 1 $h[1] =$ $-0{,}6$ $h[2] =$ $(-0{,}6)(-0{,}6)+0{,}3 = 0{,}66$

Příklad 13 Určete přenosovou funkci filtru z předcházejícího příkladu.

$H(z) =$ $\dfrac{1}{1+0{,}6z^{-1}-0{,}3z^{-2}}$

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$.

$p_1 =$ $j/2$ $p_2 =$ $-j/2$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x, t)$ pro $t = 2$ a $x = 6$

$F(x, t) =$ $\frac{6}{6} = 1$

C3

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{8}$ rad.

viz A

$G_x(e^{j\frac{\pi}{8}}) =$ ....1....

Příklad 17 Hodnota spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $x[n]$ na frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ je $G_x(e^{j\frac{\pi}{4}}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu kmitočtové charakteristiky $H(e^{j\frac{\pi}{4}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}$. Určete hodnotu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $y[n]$ na výstupu filtru na této frekvenci.

$G_y(e^{j\frac{\pi}{4}}) =$ ....5....

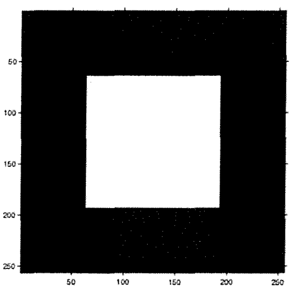
Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{pro } 0 \leq g \leq 5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

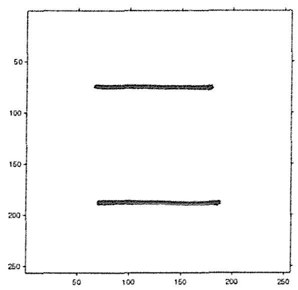
Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

$P_s =$ ....$\frac{5^2}{3}$.... $= \frac{25}{3}$

Příklad 19 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$





Příklad 20 Obrázek o rozměrech 256×256 obsahuje polovinu pixelů s hodnotou 100 a polovinu pixelů s hodnotou 200. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku jedním bitem na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 101 a 202 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

viz B

SNR = ...40.... dB

C4

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 24.1.2011, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

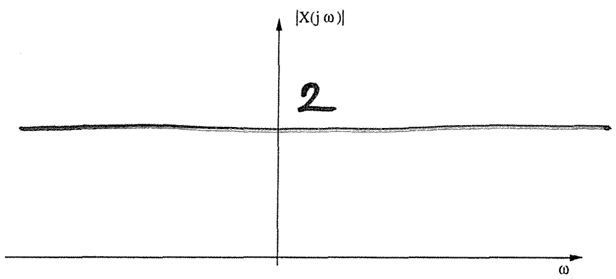
Příklad 1 Popište pohyb jednoho konce vrtule malého letadélka jako funkci dráhy x pomocí komplexní exponenciály. Dráhu označte jako x, osa "doprava-doleva" je reálná, osa "nahoru-dolů" je imaginární. Letadlo letí rychlostí 10m/s, vrtule se otáčí rychlostí 10 otáček za sekundu. Vrtule má poloměr 11 cm. Směr otáčení vrtule (po nebo proti směru hodinových ručiček) si můžete zvolit sami. Počáteční natočení vrtule neuvažujte (komplexní exponenciála tedy nebude mít žádnou počáteční fázi).

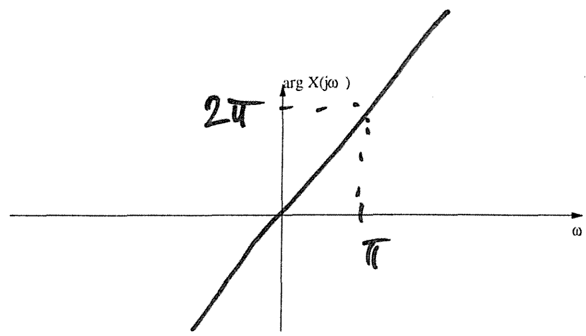
$f(x) =$ $11 e^{j 2\pi x}$ nebo $11 e^{-j 2\pi x}$

Příklad 2 Periodický signál $x(t)$ má periodu $T = 20$ ms. Jeho 2. koeficient Fourierovy řady $c_{x,2}$ = -1-j. Určete koeficient $c_{y,2}$ Fourierovy řady signálu $y(t)$ zpožděného oproti $x(t)$ o 5ms: $y(t) = x(t) - 5$ ms.

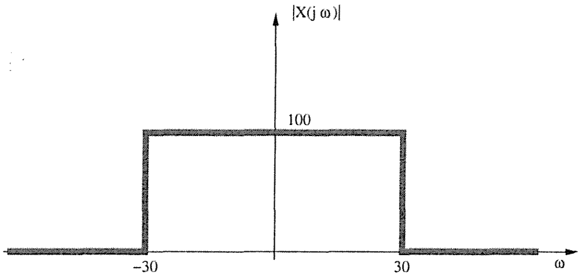
$c_{y,2} =$ $1 + j$

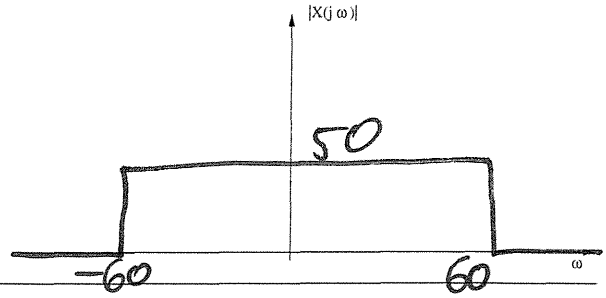
Příklad 3 Nakreslete spektrální funkci signálu $x(t) = 2\delta(t + 2)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.





Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(2t)$





Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$H(s) =$ $\frac{1}{1 + 0{,}5s}$

D1

Příklad 6 Přenosová funkce systému se spojitým časem je $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Určete, zda je tento systém stabilní.

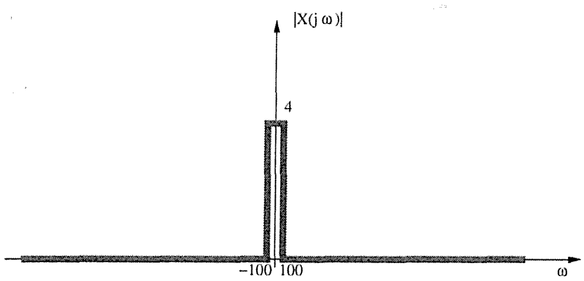
Odpověď (ANO/NE): ......NE......

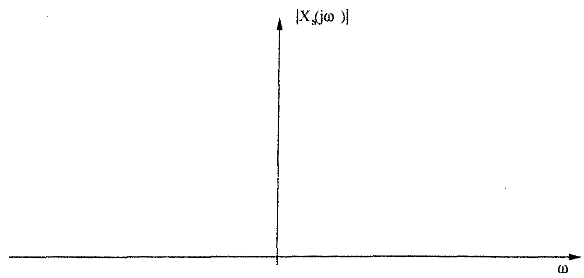
Příklad 7 Signál $x(t) = 8\cos(16000\pi t)$ je ideálně navzorkován na vzorkovací frekvenci F_s=8000 Hz a pak ideálně rekonstruován. **Je** použit anti-aliasingový filtr. Zapište výsledný signál:

$x_r(t) =$......0......

Příklad 8 Modul spektrální funkce signálu $x(t)$ je na obrázku. Nakreslete modul spektrální funkce tohoto signálu ideálně navzorkovaného na frekvenci F_s=800 Hz.

Viz A





Příklad 9 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 4$:

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	1	2
$x_2[n]$	1	2	2	2
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	16	17	19	18

Příklad 10 Diskrétní signál má pouze dva nenulové vzorky: $x[0] = 1$ a $x[1] = 2$. Určete hodnotu jeho Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) na normované kruhové frekvenci $\omega_1 = 0$ rad.

$$\tilde{X}(e^{j0}) = 1 \cdot \underbrace{e^{-j0 \cdot 0}}_{1} + 2\underbrace{e^{-j1 \cdot 0}}_{1}$$

$\tilde{X}(e^{j\omega_1}) =$......3......

D2

Příklad 11 Je dán periodický diskrétní signál s periodou $N = 4$:

n	0	1	2	3
$\tilde{x}[n]$	4	3	1	2

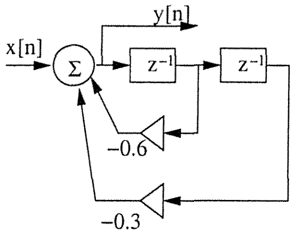
Spočítejte koeficient jeho diskrétní Fourierovy řady pro $k = 5$

$\tilde{X}[4] = 2 - 2j$ (viz A)

$\tilde{X}[k+N] = \tilde{X}[k]$ (periodicita)

$\tilde{X}[k] =$ ~~2-2j~~ 3-j

Příklad 12 Na obrázku je blokové schema číslicového filtru IIR druhého řádu:



Určete první tři vzorky jeho impulsní odezvy.

$h[0] =$ 1 $h[1] =$ $-0,6$ $h[2] =$ $(-0,6)(-0,6) - 0,3 = 0,06$

Příklad 13 Určete přenosovou funkci filtru z předcházejícího příkladu.

$H(z) = \dfrac{1}{1 + 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2}}$

Příklad 14 Určete póly číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.25z^{-2}}$.

$p_1 =$ $j/2$ $p_2 =$ $-j/2$

Příklad 15 Bylo zaznamenáno 6 realizací náhodného procesu. V čase $t = 2$ byly naměřeny tyto hodnoty:

realizace ω	0	1	2	3	4	5
$\xi_\omega(2)$	5	4	1	2	3	3

Odhadněte hodnotu distribuční funkce $F(x, t)$ pro $t = 2$ a $x = 4.5$

$F(x, t) =$ $\frac{5}{6}$

D3

Příklad 16 Náhodný signál s diskrétním časem je bílý šum: jeho autokorelační koeficient $R[0] = 1$, ostatní jsou nulové. Určete hodnotu jeho spektrální hustoty výkonu na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{16}$ rad.

$G_x(e^{j\frac{\pi}{16}}) =$ ....1.... viz A

Příklad 17 Hodnota spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $x[n]$ na frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ je $G_x(e^{j\frac{\pi}{4}}) = 5$. Signál prochází číslicovým filtrem, který má na této frekvenci hodnotu kmitočtové charakteristiky $H(e^{j\frac{\pi}{4}}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}$. Určete hodnotu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu s diskrétním časem $y[n]$ na výstupu filtru na této frekvenci.

$G_y(e^{j\frac{\pi}{4}}) =$ ....5....

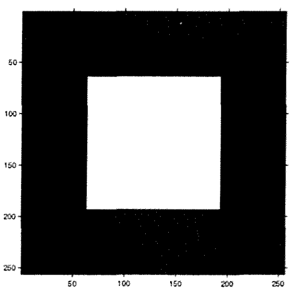
Příklad 18 Určete střední výkon P_s náhodného signálu $x[n]$ s funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti danou: $p_x(g) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pro } 0 \leq g \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

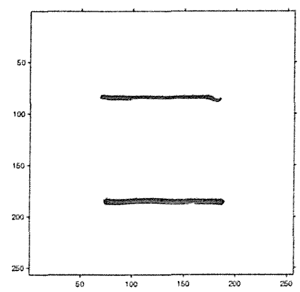
Pomůcka: střední výkon můžete vypočítat pomocí střední hodnoty a rozptylu jako $P_s = \mu^2 + D$.

$P_s =$ ....$\frac{2^2}{3}$.... $= \frac{4}{3}$

Příklad 19 Určete, jaký bude výsledek operace $y[k,l] = |x[k,l] \star h[k,l]|$. Vstup $x[k,l]$ je na obrázku vlevo. Výsledek nakreslete do obrázku vpravo. Bílá barva značí hodnoty 0, černá barva hodnoty 255. Konvoluční jádro (nebo také 2D filtr, nebo maska) má hodnoty:

$$h[k,l] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$





Příklad 20 Obrázek o rozměrech 256 × 256 obsahuje polovinu pixelů s hodnotou 100 a polovinu pixelů s hodnotou 200. Určete, jaký je poměr signálu k šumu při kvantování tohoto obrázku jedním bitem na pixel, pokud mají kvantovací hladiny hodnoty 110 a 220 a kvantuje se standardně zaokrouhlováním na nejbližší kvantovací hladinu.

SNR = ...20.... dB viz A

D4