

Půlsemestrální zkouška ISS, 13.11.2025, zadání E

EF

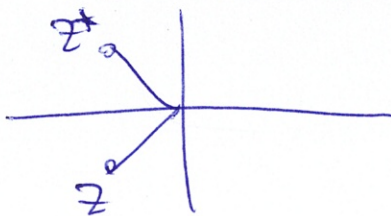
Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Vynásobte komplexní čísla $z_1 = 1 + j$, $z_2 = 1 - j$. Výsledek запиšte v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = 2 = 2e^{j0}$$

Příklad 2 Je dáno komplexní číslo $z = \sqrt{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}}$. Napište ve složkovém tvaru výsledek součtu tohoto čísla s číslem komplexně sdruženým.

$$z + z^* = -2$$



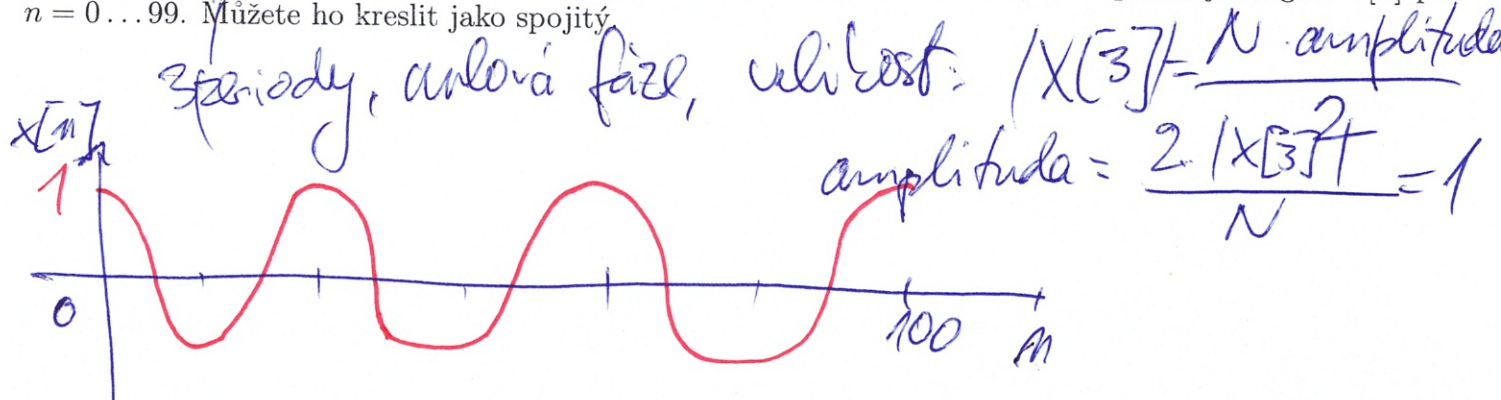
Příklad 3 Signál $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků má hodnoty $x[n] = [0, 0, 1, -1, 0, 0, 0, 0]$. Určete koeficient $X[2]$ jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište ho ve složkovém tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

pro $k=2$ $X[2] = \sum x[n] e^{-j\frac{2\pi}{8} \cdot 2 \cdot n} = \sum x[n] e^{-j\frac{\pi}{2}n}$



$$X[2] = -1 - j$$

Příklad 4 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 100$ vzorků má koeficienty $X[3] = 50$, $X[97] = 50$, všechny ostatní jsou nulové. Nakreslete odpovídající signál $x[n]$ pro $n = 0 \dots 99$. Můžete ho kreslit jako spojitý.



Příklad 5 Vysvětlete, proč je při výpočtu DFT reálného signálu $x[n]$ v případě sudého počtu vzorků N koeficient $X[\frac{N}{2}]$ reálný.

$$X[\frac{N}{2}] = \sum x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N} \cdot \frac{N}{2} \cdot n} = \sum x[n] (-1)^n$$

+1 nebo -1 je reálné číslo, takže $X[\frac{N}{2}]$ bude reálné

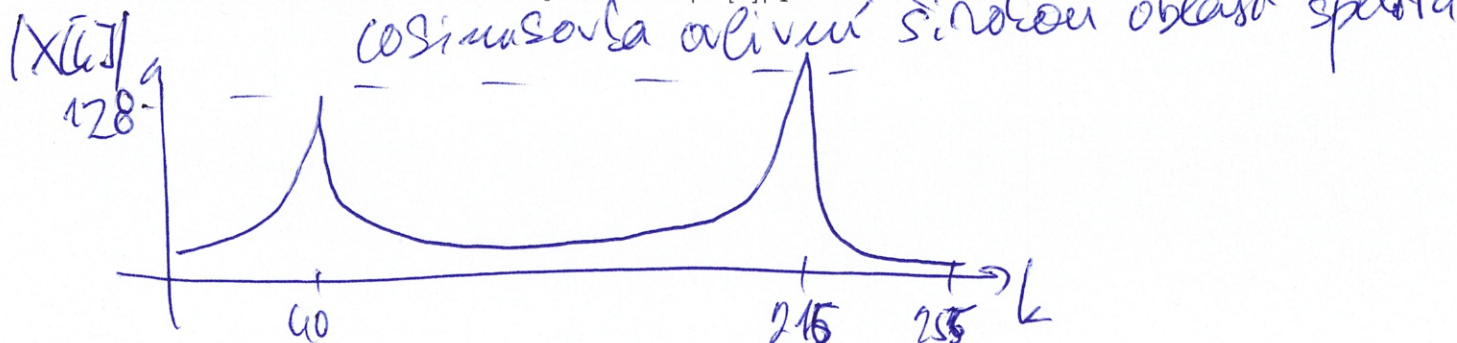
Příklad 6 Normovaná kruhová frekvence je $\omega_1 = 0.1\pi$ rad. Převeďte ji na přirozenou frekvenci v Hertzích. Vzorkovací frekvence je $F_s = 16000$ Hz.

$f_1 = \frac{0.1\pi}{2\pi} \cdot 16000 = 800$

$f_1 = 800$ Hz.

normovaná okružní

Příklad 7 Diskrétní signál $x[n] = \cos(2\pi \frac{40.7}{256} n)$ nemá při výběru $N = 256$ vzorků celý počet period. Nakreslete přibližně modulovou složku jeho DFT $|X[k]|$ pro $k = 0 \dots 255$.

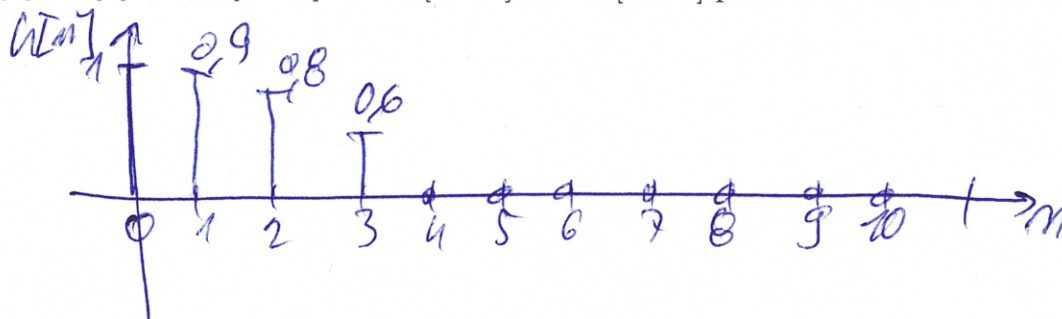


Příklad 8 Proveďte konvoluci diskrétních signálů $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$, výsledek zapište do tabulky.

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_1[n]$	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0
$x_2[n]$	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0
$y[n]$					4	8	8	8	8	4			

jinak, same nuly

Příklad 9 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 0.9x[n-1] + 0.8x[n-2] + 0.6x[n-3]$ pro $n = 0 \dots 10$.



Příklad 10 Napište v jazyce C funkci pro IIR filtr $y[n] = \sum_{k=0}^9 b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^9 a_k y[n-k]$. Koeficienty $b_0, \dots, b_9$ jsou zadány v poli b a koeficienty $a_0 = 1, a_1, \dots, a_9$ v poli a . Násobení, sčítání a posouvání vzorků řešte v cyklech. Nezapomeňte na definici statických proměnných.

```
float iir(float xn){
    static float xx[10]; static float yy[10];
    float ym = 0;
    for (k=9; k>=0; k--){
        ym += b[k] * xx[k];
        xx[k+1] = xx[k];
    }
    for (k=9; k>=1; k--){
        yy[k+1] = yy[k];
        ym -= a[k] * yy[k];
    }
    return ym;
}
```

xx[0]=xm;

yy[1]=y[n];

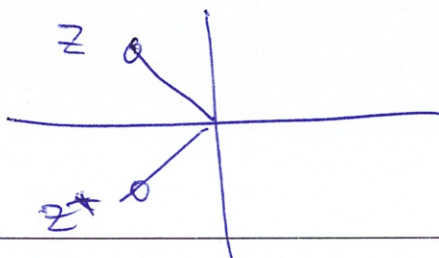
Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Vynásobte komplexní čísla $z_1 = 1 + j$, $z_2 = -1 + j$. Výsledek запиšte v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = -2 = 2e^{j\pi} \text{ nebo } 2e^{-j\pi}$$

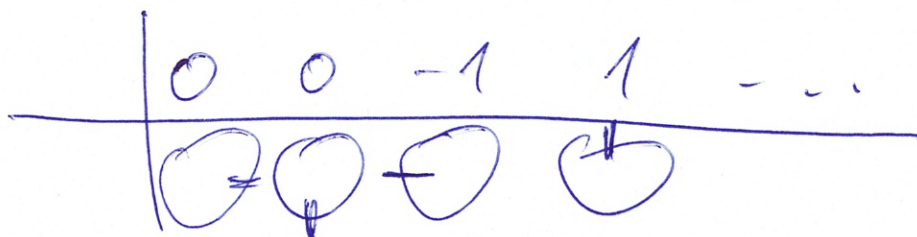
Příklad 2 Je dáno komplexní číslo $z = \sqrt{2}e^{j\frac{3\pi}{4}}$. Napište ve složkovém tvaru výsledek součtu tohoto čísla s číslem komplexně sdruženým.

$$z + z^* = -2$$



Příklad 3 Signál $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků má hodnoty $x[n] = [0, 0, -1, 1, 0, 0, 0, 0]$. Určete koeficient $X[2]$ jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT) a napište ho ve složkovém tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

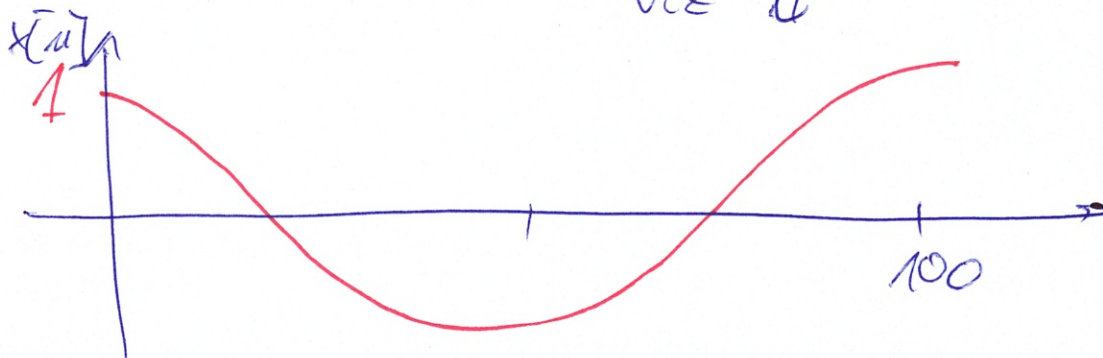
viz A



$$X[2] = 1 + j$$

Příklad 4 Diskretní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 100$ vzorků má koeficienty $X[1] = 50$, $X[99] = 50$, všechny ostatní jsou nulové. Nakreslete odpovídající signál $x[n]$ pro $n = 0 \dots 99$. Můžete ho kreslit jako spojitý.

viz B



Příklad 5 Vysvětlete, proč je při výpočtu DFT reálného signálu $x[n]$ v případě sudého počtu vzorků N koeficient $X[\frac{N}{2}]$ reálný.

viz

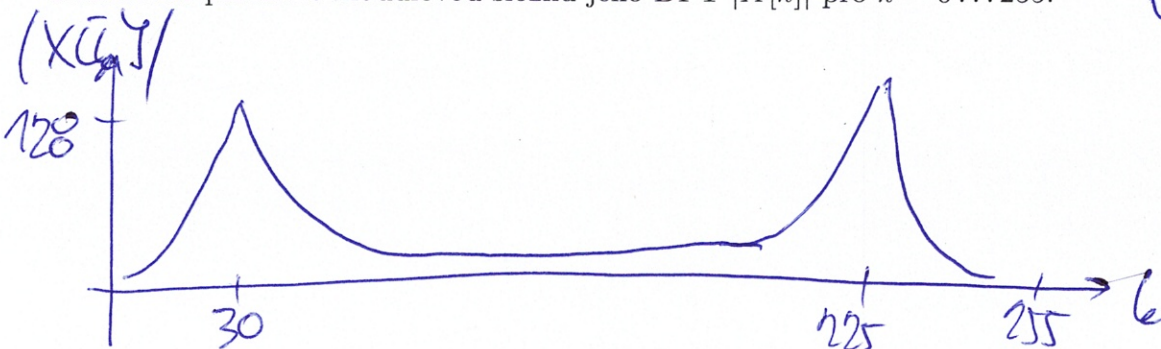
Příklad 6 Normovaná kruhová frekvence je $\omega_1 = 0.2\pi$ rad. Převedte ji na přirozenou frekvenci v Hertzích. Vzorkovací frekvence je $F_s = 16000$ Hz.

viz E

$$f_1 = 1600 \text{ Hz.}$$

Příklad 7 Diskrétní signál $x[n] = \cos(2\pi \frac{30.6}{256}n)$ nemá při výběru $N = 256$ vzorků celý počet period. Nakreslete přibližně modulovou složku jeho DFT $|X[k]|$ pro $k = 0 \dots 255$.

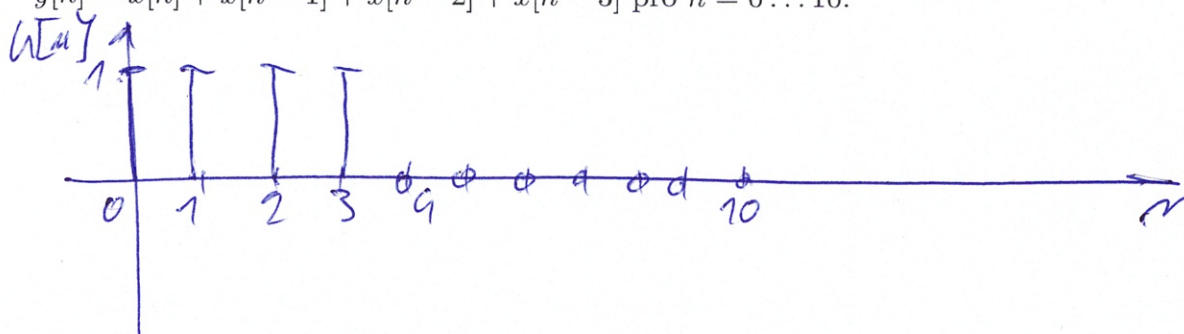
viz E



Příklad 8 Proveďte konvoluci diskrétních signálů $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$, výsledek zapište do tabulky.

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_1[n]$	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0
$x_2[n]$	0	0	0	0	2	2	2	0	0	0	0	0	0
$y[n]$					4	8	12	12	12	8	4		

Příklad 9 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + x[n-3]$ pro $n = 0 \dots 10$.



Příklad 10 Napište v jazyce C funkci pro IIR filtr $y[n] = \sum_{k=0}^9 b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^9 a_k y[n-k]$. Koeficienty $b_0, \dots, b_9$ jsou zadány v poli **b** a koeficienty $a_0 = 1, a_1, \dots, a_9$ v poli **a**. Násobení, sčítání a posouvání vzorků řešte v cyklech. Nezapomeňte na definici statických proměnných.

```
float iir (float xn) {
```

viz E

```
    return yn;
```

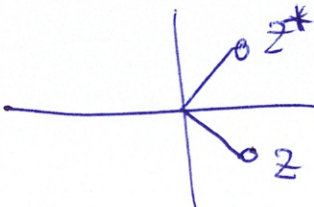
```
}
```


Login: Příjmení a jméno: √2 e^{jπ/4} √2 e^{j3π/4} Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Vynásobte komplexní čísla $z_1 = 1 + j$, $z_2 = -1 - j$. Výsledek zapište v exponenciálním tvaru.

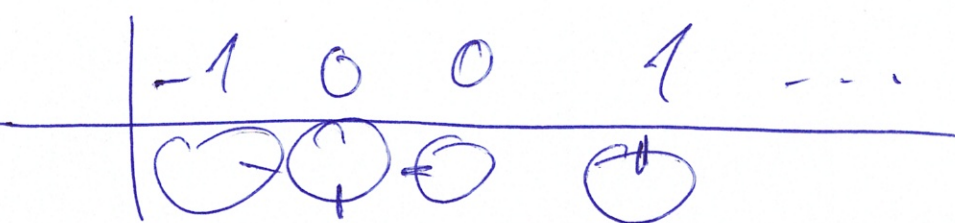
$$z_1 z_2 = 2e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Příklad 2 Je dáno komplexní číslo $z = \sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Napište ve složkovém tvaru výsledek součtu tohoto čísla s číslem komplexně sdruženým.

$$z + z^* = 2$$


Příklad 3 Signál $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků má hodnoty $x[n] = [-1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0]$. Určete koeficient $X[2]$ jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište ho ve **složkovém** tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz A



$$X[2] = -1 + j$$

Příklad 4 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 100$ vzorků má koeficienty $X[4] = 50$, $X[96] = 50$, všechny ostatní jsou nulové. Nakreslete odpovídající signál $x[n]$ pro $n = 0 \dots 99$. Můžete ho kreslit jako spojitý.



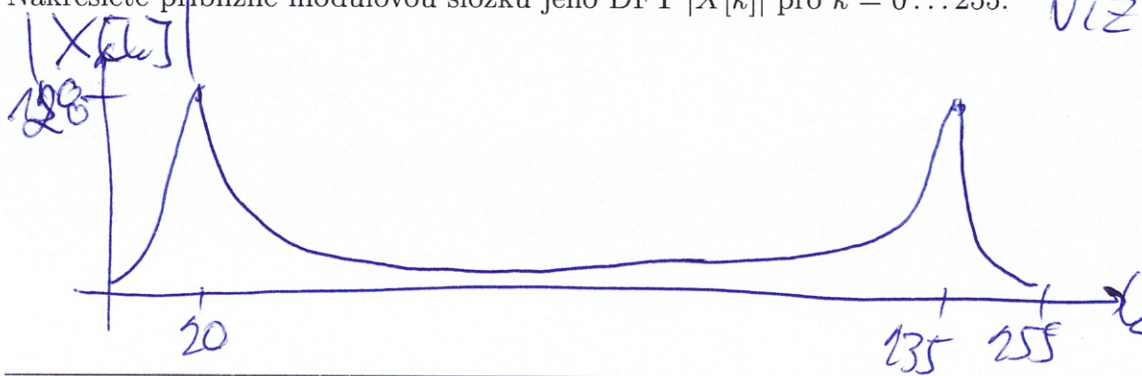
Příklad 5 Vysvětlete, proč je při výpočtu DFT reálného signálu $x[n]$ v případě sudého počtu vzorků N koeficient $X[\frac{N}{2}]$ reálný.

viz E

Příklad 6 Normovaná kruhová frekvence je $\omega_1 = 0.3\pi$ rad. Převeďte ji na přirozenou frekvenci v Hertzích. Vzorkovací frekvence je $F_s = 16000$ Hz. *viz E*

$$f_1 = 2400 \text{ Hz.}$$

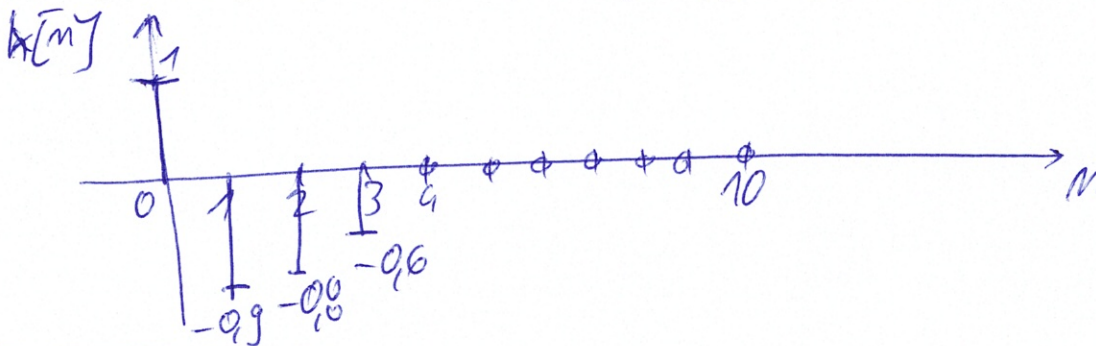
Příklad 7 Diskrétní signál $x[n] = \cos(2\pi \frac{20.5}{256}n)$ nemá při výběru $N = 256$ vzorků celý počet period. Nakreslete přibližně modulovou složku jeho DFT $|X[k]|$ pro $k = 0 \dots 255$. *viz E*



Příklad 8 Proveďte konvoluci diskrétních signálů $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$, výsledek zapište do tabulky.

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_1[n]$	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0
$x_2[n]$	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0
$y[n]$					4	0	0	0	0	-4			

Příklad 9 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.9x[n-1] - 0.8x[n-2] - 0.6x[n-3]$ pro $n = 0 \dots 10$.



Příklad 10 Napište v jazyce C funkci pro IIR filtr $y[n] = \sum_{k=0}^9 b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^9 a_k y[n-k]$. Koeficienty $b_0, \dots, b_9$ jsou zadány v poli **b** a koeficienty $a_0 = 1, a_1, \dots, a_9$ v poli **a**. Násobení, sčítání a posouvání vzorků řešte v cyklech. Nezapomeňte na definici statických proměnných.

```
float iir (float xn) {
```

viz E

```
    return yn;
```

```
}
```

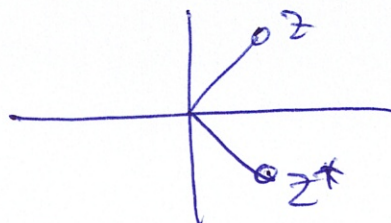

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Vynásobte komplexní čísla $z_1 = 1 + j$, $z_2 = -j$. Výsledek zapište v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = \sqrt{2} e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

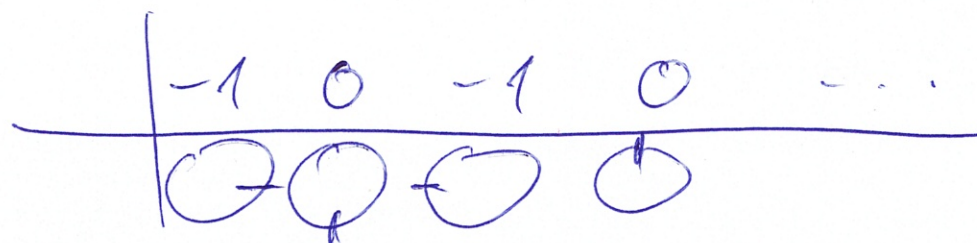
Příklad 2 Je dáno komplexní číslo $z = \sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}}$. Napište ve složkovém tvaru výsledek součtu tohoto čísla s číslem komplexně sdruženým.

$$z + z^* = 2$$



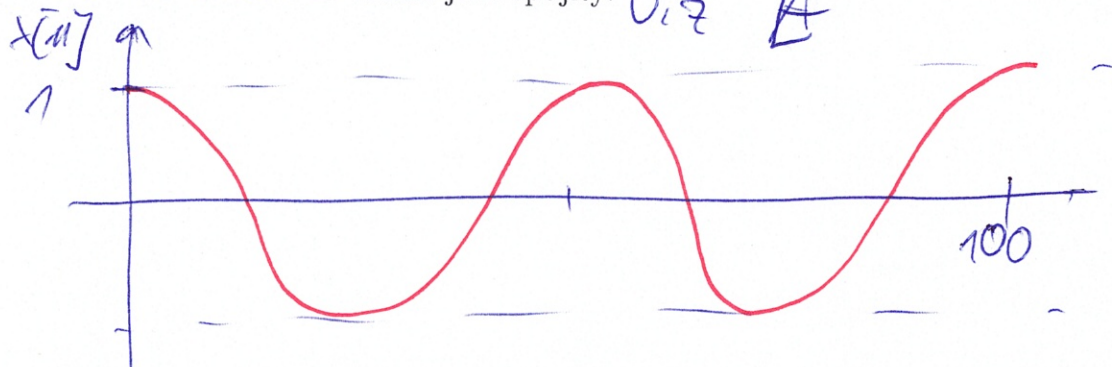
Příklad 3 Signál $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků má hodnoty $x[n] = [-1, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 0]$. Určete koeficient $X[2]$ jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište ho ve složkovém tvaru. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz A



$$X[2] = -1 + 1 = 0$$

Příklad 4 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 100$ vzorků má koeficienty $X[2] = 50$, $X[98] = 50$, všechny ostatní jsou nulové. Nakreslete odpovídající signál $x[n]$ pro $n = 0 \dots 99$. Můžete ho kreslit jako spojitý.



Příklad 5 Vysvětlete, proč je při výpočtu DFT reálného signálu $x[n]$ v případě sudého počtu vzorků N koeficient $X[\frac{N}{2}]$ reálný.

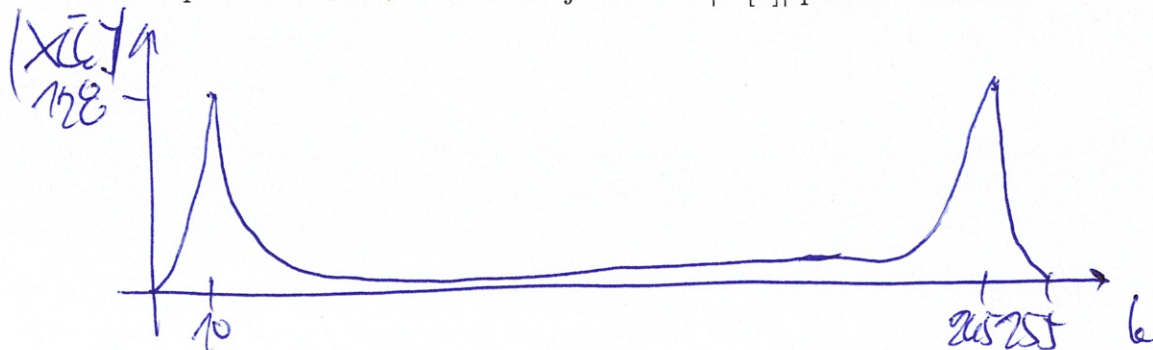
viz E

Příklad 6 Normovaná kruhová frekvence je $\omega_1 = 0.05\pi$ rad. Převeďte ji na přirozenou frekvenci v Hertzích. Vzorkovací frekvence je $F_s = 16000$ Hz.

viz E

$$f_1 = 400 \text{ Hz.}$$

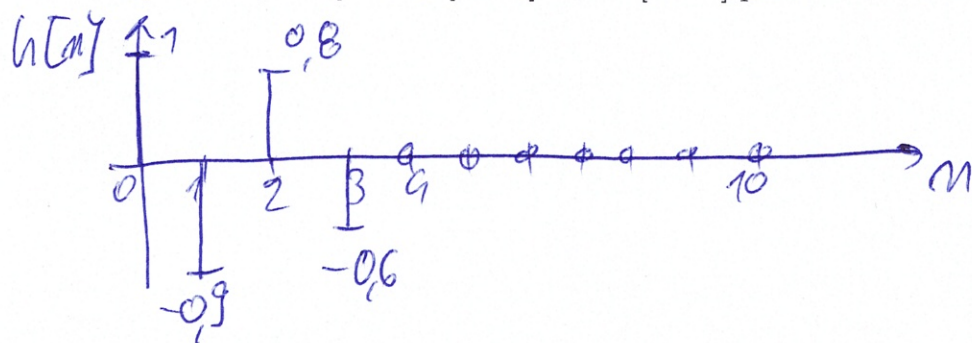
Příklad 7 Diskrétní signál $x[n] = \cos(2\pi \frac{10.4}{256} n)$ nemá při výběru $N = 256$ vzorků celý počet period. Nakreslete přibližně modulovou složku jeho DFT $|X[k]|$ pro $k = 0 \dots 255$.



Příklad 8 Proveďte konvoluci diskretních signálů $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$, výsledek запиšte do tabulky.

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_1[n]$	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0
$x_2[n]$	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	0	0	0
$y[n]$					2	0	2	2	2	0	2		

Příklad 9 Nakreslete impulsní odezvu $h[n]$ číslicového filtru typu FIR s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.9x[n-1] + 0.8x[n-2] - 0.6x[n-3]$ pro $n = 0 \dots 10$.



Příklad 10 Napište v jazyce C funkci pro IIR filtr $y[n] = \sum_{k=0}^9 b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^9 a_k y[n-k]$. Koeficienty $b_0, \dots, b_9$ jsou zadány v poli **b** a koeficienty $a_0 = 1, a_1, \dots, a_9$ v poli **a**. Násobení, sčítání a posouvání vzorků řešte v cyklech. Nezapomeňte na definici statických proměnných.

```
float iir (float xn) {
```

viz E

```
    return yn;
```

```
}
```