

Půlsestránní zkouška ISS, 24.10.2024, zadání F

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete komplexní čísla $z_1 = 1 + j$ a $z_2 = -1 + j$ do komplexní roviny jako vektory a nakreslete vektor jejich rozdílu: $z_2 - z_1$. Vypočtěte rozdíl také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.

$$z_2 - z_1 = \dots\dots\dots$$

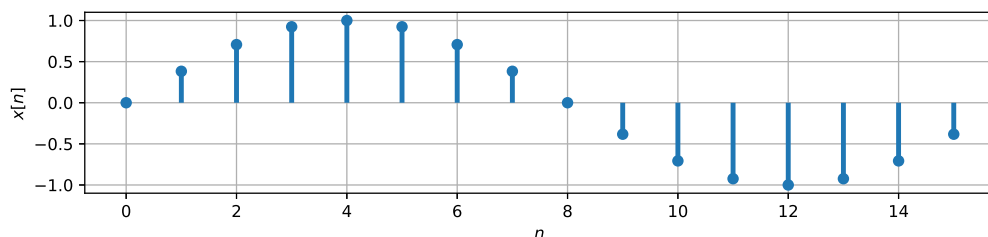
Příklad 2 Vynásobte komplexní čísla $z_1 = 3e^{j0.4}$ a $z_2 = 4e^{j0.7}$ a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$$z_1 z_2 = \dots\dots\dots$$

Příklad 3 Určete hodnotu komplexní exponenciály $x[n] = 5e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ pro vzorek $x[9]$. Výsledek zapište ve složkovém tvaru. Pro jednoduchost můžete použít $\frac{5}{\sqrt{2}} = q$.

$$x[9] = \dots\dots\dots$$

Příklad 4 Napište vztah pro diskretní cosinusovku na obrázku.



$$x[n] = \dots\dots\dots$$

Příklad 5 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro výpočet součtu kvadrátů absolutních hodnot vzorků **komplexního** signálu $x[n]$: $\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$. Je zakázáno použít funkci `abs`.

Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků obsahuje cosinusovku o periodě 50 vzorků: dal by se vygenerovat např. jako $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{50}n)$. Analyzační signál o délce $N = 256$ obsahuje obdélník o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 10 \leq n \leq 59 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}.$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.

Příklad 7 Napište kód v C pro výpočet inverzní diskrétní Fourierovy transformace (IDFT):

$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$. Reálné složky koeficientů $X[k]$ jsou v poli `Xre` a imaginární v poli `Xim`. Platí $X[k] = X^*[N-k]$, takže výsledný signál $x[n]$ bude reálný, očekávám ho v poli `x`. O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce `cos` a `sin`, ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK. Upozorňuji, že imaginární složky koeficientů $X[k]$ **jsou** potřeba.

Příklad 8 Vzorkovací frekvence je $F_s = 100$ kHz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je $N = 1000$. Určete, pro který index k je koeficient $X[k]$ nejbližší frekvenci zadaného tónu:

G2b 740 Hz

$k = \dots\dots\dots$

Příklad 9 Pole `Xre` a `Xim` o velikosti sudé N obsahují reálné a imaginární složky koeficientů DFT reálného signálu. Jsou naplněny od prvku $k=0$ do $k=N/2$. Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro doplnění hodnot pro $k=N/2+1$ až $N-1$.

Příklad 10 Signál na vzorkovací frekvenci $F_s = 16000$ Hz trvá 5 sekund a obsahuje cosinusovku, jejíž frekvence se v čase lineárně zvyšuje od 0 až po 8000 Hz. Nakreslete jeho spektrogram (bílá barva = 0, tmavá barva = velká hodnota). Řádně popište osy.