

Půlsestrální zkouška ISS, 22.10.2024, zadání D

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Nakreslete komplexní čísla $z_1 = 1 + j$ a $z_2 = -2 + j$ do komplexní roviny jako vektory a sečtěte je jako vektory. Vypočtěte součet také numericky a ověřte, že jsou výsledky stejné.

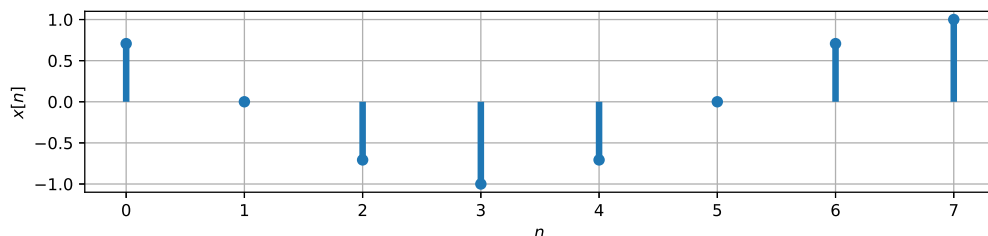
$z_1 + z_2 = \dots\dots\dots$

Příklad 2 Vynásobte komplexní čísla $z_1 = 3e^{j\frac{\pi}{4}}$ a $z_2 = 4e^{-j\frac{\pi}{4}}$ a napište výsledek v exponenciálním tvaru.

$z_1 z_2 = \dots\dots\dots$

Příklad 3 Odvoďte vztahy pro reálnou a imaginární složku součtu dvou komplexně sdružených čísel: $z + z^*$

Příklad 4 Napište vztah pro diskretní cosinusovku na obrázku.



$x[n] = \dots\dots\dots$

Příklad 5 Do tabulky запиšte hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{5}{\sqrt{2}}$ jako q .

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$								

Příklad 6 Signál $x[n]$ o délce $N = 256$ vzorků obsahuje dvojici vzorků 3 a -1, která se neustále opakuje – dal by se vygenerovat např. jako $x[n] = 1 + 2 \cos(\pi n)$. Analyzační signál o délce $N = 256$ obsahuje obdélník o délce 50 vzorků:

$$a[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } 150 \leq n \leq 199 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}.$$

Určete koeficient podobnosti / korelace / síly projekce $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$.

Příklad 7 Signál $x[n]$ o délce $N = 8$ vzorků má hodnoty $x[n] = [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]$.

Určete koeficient $X[1]$ jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT) a napište jej ve **složkovém** tvaru.

Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$. Výraz $\frac{1}{\sqrt{2}}$ můžete zapsat jako q .

$X[1] = \dots\dots\dots$

Příklad 8 Napište kód v C pro výpočet diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Vstupní signál $x[n]$ je reálný a je v poli `x`, které má `N` vzorků. Reálné složky koeficientů $X[k]$ nechtě jsou v poli `Xre` a imaginární v poli `Xim`. O alokaci polí se nemusíte starat. Můžete použít funkce `cos` a `sin`, ale ne funkce pracující s komplexními čísly. Kód nemusíte nijak optimalizovat, 2 zanořené cykly jsou OK.

Příklad 9 Vzorkovací frekvence je $F_s = 16000$ Hz. Počet vzorků signálu (a tedy i koeficientů DFT) je $N = 800$. Vypočtete frekvenční rozlišení (vzdálenost mezi vedlejšími koeficienty $X[k]$ a $X[k+1]$) v Hertzích.

Příklad 10 Napište pseudokód nebo kód v Pythonu nebo jazyce C pro generování $N = 10000$ vzorků analyzačního signálu $a[n] = e^{j\omega n}$ Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\omega n}$ tak, abychom analyzovali frekvenci $f = 2024$ Hz. Vzorkovací frekvence je $F_s = 16000$ Hz. Funkce `exp` zde umí pracovat s komplexními čísly.