

ISS – Numerické cvičení / Numerical exercise 2.

Honza Černocký, FIT VUT Brno, September 15, 2017

Signály / Signals

1. Nakreslete (jako jednotlivé vzorky) nebo jako tabulku diskretní signál. Draw (as individual samples) or as a table the following signal:

$$x_1[n] = \begin{cases} 1 & \text{for } n \in \langle 0, 3 \rangle \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

2. Dtto pro / dtto for:

$$x_2[n] = 1 + n$$

3. Dtto pro / dtto for:

$$x[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

Posuny / Time shifts

4. Signál je definován jako / the signal is defined as $x[0] = 3$, $x[1] = 2$, $x[2] = 1$, 0 jinde / elsewhere. Nakreslete nebo napište následující signály. Draw or write the following signals:

$$y_1 = x[n - 2]$$

5. *

$$y_2 = x[n + 2]$$

- 6.

$$y_3 = x[-n]$$

- 7.

$$y_4 = x[1 - n]$$

Pečlivě zkontrolujte / thoroughly check.

- 8.

$$y_5 = x[-2 - n]$$

Pečlivě zkontrolujte / thoroughly check.

Filtry / Filters

9. Odhadněte chování filtru s následujícími diferenčními rovnicemi ve frekvenci / predict the behavior of filter with the following difference equations in frequency:

$$y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n - 1]$$

- 10.

$$y[n] = 0.5x[n] - 0.5x[n - 1]$$

11. *

$$y[n] = 1$$

Je to vůbec filtr / Is this a filter at all ?

12. Nakreslete schema filtru / draw a scheme of filter

$$y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n - 1]$$

13. *

$$y[n] = 0.5x_1[n] - 0.5x[n - 1]$$

14. Napište impulsní odezvu filtru / write the impulse response of filter

$$y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n - 1]$$

15. *

$$y[n] = 0.5x[n] - 0.5x[n - 1]$$

Filtrování a konvoluce / Filtering and convolution

16. Signál je definován jako / the signal is defined as $x[0] = 3$, $x[1] = 2$, $x[2] = 1$, 0 jinde / elsewhere. Určete výstup filtru s následující diferenční rovnicí tak, že budete ve schematu značit hodnoty jednotlivých vzorků pro každé n a pro každou kombinaci spočítáte výstup. / Determine the output of the filter by using its scheme - mark the values of individual samples for all values of n and for each combination, obtain the output.

$$y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n - 1]$$

17. * dtto for / pro

$$y[n] = 0.5x[n] - 0.5x[n - 1]$$

18. Proveďte filtrování z příkladu 16 pomocí konvoluce. Perform the filtering from exercise 16 using convolution. Help:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n - k]$$

19. dtto pro příklad 17 / dtto for exercise 17.

20. * Proveďte jeden z předchozích výpočtů pomocí druhé možné definice konvoluce / perform one of the previous computations using the second possible definition of convolution:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n - k]$$

Zkontrolujte, zda je výsledek stejný / check if the result is the same.

21. Komentujte, zda výsledky odpovídají předpovězenému chování ve frekvenci. / Comment if these results correspond to the predicted behavior in frequency.

22. Napište funkci v C implementující diferenční rovnici / Write a function in C implementing differential equation

$$y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n - 1]$$

IIR filtry / IIR filters

23. Nakreslete schéma IIR filtru / Draw scheme of an IIR filter

$$y[n] = x[n] + 0.5y[n - 1]$$

24. Určete jeho impulsní odezvu / Determine its impulse response.

25. Filtrujte tímto filtrem následující signál / Filter the following signal with this filter: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, 0 jinde / elsewhere.

26. Určete podmínku pro koeficient $-a_1$ násobící vzorek $y[n - 1]$ tak, aby byl filtr stabilní. / Determine the condition for coefficient $-a_1$ multiplying sample $y[n - 1]$ such that the filter is stable.

27. Napište funkci v C implementující tento IIR filtr / Write a function in C implementing this IIR filter.

Cosinusovky / Cosines

28. Nakreslete jednu periodu cosinusovky. Vyznačte několik hodnot na ose x . / Draw one period of cosine. Mark couple of values on the x axis.

$$x(t) = \cos(t)$$

29. Dtto pro / dtto for

$$x(t) = \cos(2\pi t)$$

30. Dtto pro / dtto for

$$x(t) = \cos(2\pi 1000t)$$

31. Vypočtěte periodu a frekvenci cosinusovky z předchozího příkladu. Compute the period and frequency of cosine from the previous exercise.

32. Nakreslete jednu periodu cosinusovky jako vzorky / draw one period of cosine as samples:

$$x[n] = \cos(2\pi \frac{1}{8}n)$$

33. Vypočtěte periodu a normovanou frekvenci cosinusovky z předchozího příkladu. Compute the period and normalized frequency of cosine from the previous exercise.

34. Převedte tuto normovanou frekvenci na obyčejnou, pokud $F_s = 8000$ Hz. Convert this normalized frequency to standard one provided that $F_s = 8000$ Hz.

35. * Dtto pro / dtto for $F_s = 48$ kHz

36. Nakreslete / napište cosinusovku jako vzorky. Draw / write cosine as samples. Help: $\cos(\frac{\pi}{2}) = 0.7$.

$$x[n] = \cos(2\pi \frac{1}{8}n - \frac{\pi}{2})$$

37. * Dtto pro / dtto for

$$x[n] = \cos(2\pi \frac{1}{8}n + \pi)$$

Analýza / Analysis

38. Neznámý signál $x[n]$ má délku $N = 8$ vzorků a je definován jako / The unknown signal $x[n]$ has $N = 8$ samples and is given as:

$$x[n] = [16 \ 11 \ 6 \ -3 \ -4 \ -3 \ 6 \ 11]$$

Pokuste se o intuitivní frekvenční analýzu - které frekvence signál obsahuje a kolik ? / Try out intuitive frequency analysis - which frequencies does the signal contain and how much of which ?

39. Proveďte projekci signálu do báze / perform projection of signal into basis. Help: $c_k = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]a[n]$

$$a_0[n] = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

Komentujte výsledek / Comment the result.

40. Dtto pro / dtto for

$$a_1[n] = [1 \ 0.7 \ 0 \ -0.7 \ -1 \ -0.7 \ 0 \ 0.7]$$

Komentujte výsledek / Comment the result.

41. Dtto pro / dtto for

$$a_2[n] = [1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0];$$

Komentujte výsledek / Comment the result.

42. Dtto pro / dtto for

$$a_3[n] = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1];$$

Komentujte výsledek / Comment the result.

Komplexní exponenciála / Complex exponential

43. Na nějakém podlouhlém kulatém předmětu (tužka, pero, rulička od WC papíru, ...) zobrazte hodnoty komplexní exponenciály / On an allongated round object (pencil, pen, WC paper roll, ...), show the values of complex exponential.

$$x[n] = e^{j2\pi\frac{1}{8}n}$$

44. * Dtto pro / dtto for

$$x[n] = e^{j2\pi\frac{1}{4}n}$$

Diskrétní Fourierova transformace / Discrete Fourier Transform

45. Pro výpočet DFT máte $N = 256$ vzorků. Pro hodnoty $k = [0, 1, 2, 3, 4, 5]$ napište hodnoty normované frekvence, na kterých "sedí" vypočítané koeficienty $X[k]$. / You have DFT máte $N = 256$ for computing DFT. For $k = [0, 1, 2, 3, 4, 5]$, write the values of normalized frequency, on which the computed coefficients $X[k]$ are "sitting".
46. Přepočítejte na skutečné frekvence, pokud je vzorkovací frekvence je $F_s = 64$ kHz. / Convert to standard frequencies, provided that the sampling frequency is $F_s = 64$ kHz.
47. Doplňte kód, kterým v Matlabu získáme dobrou frekvenční osu pro zobrazování výsledků DFT. Proměnná F_s obsahuje vzorkovací frekvenci. / Complete the Matlab code for obtaining a good frequency axis for visualizing DFT results. Variable F_s contains the sampling frequency.

```
X = fft(x);  
k = 0:(N-1);  
fnorm = .....  
f = .....  
plot (f,abs(X));
```