Řešení kvadratických rovnic

1.1 Viètovy vzorce

Při výpočtu celých kořenů kvadratické rovnice $x^2 + bx + c = 0$ lze využít pravidla, které říká, že $-(x_1 + x_2) = b$ a $x_1 x_2 = c$. Rozložíme tedy absolutní člen na součin dvou vhodných čísel, tak aby opačná hodnota jejich součtu byla rovna lineárnímu koeficientu. Pokud není rovnice normovaná ($a \neq 1$), vydělíme a a zkusíme opět aplikaci Viètových vzorců. Viètovy vzorce lze použít i pro neceločíselné kořeny, ale tehdy by je asi použil jen masochista…

Např.:

$$\begin{array}{rcl} x^2 + 5x + & 6 & = 0 \\ & -2 \cdot -3 & \end{array}$$

1.1.1 Odvození

Podle základního pravidla pro výpočet kořenů kvadratické rovnice platí:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

Pro součin x_1 a x_2 platí:

$$x_1 x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{b^2 - D}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

Pro součet x_1 a x_2 platí:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}.$$

1.2 Další speciální tvary

1.2.1 Bez absolutního členu

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x\left(x + \frac{b}{a}\right) = 0$$

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -\frac{b}{a}$$

1.2.2 Bez lineárního členu

$$ax^2 + c = 0$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$