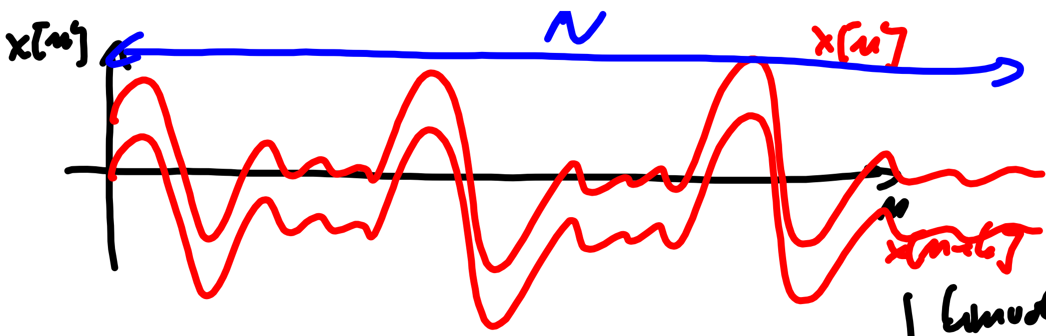
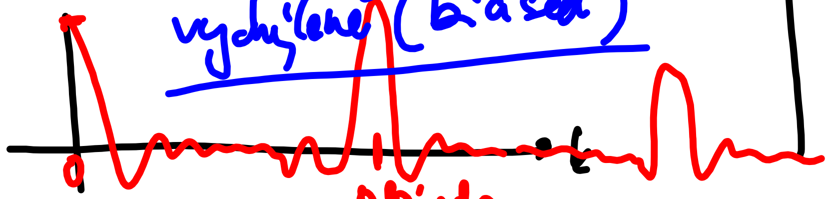


konvoluce

$y[n] = \sum x[k]\,h[n-k]$

$$R[k] = \frac{1}{N} \sum x[n]\,x[n+k]$$

vychýlený (biased)



Korelace

autokorelace cross-korelace

pozor na rozsah k!!

nevychýlený odhad (unbiased)

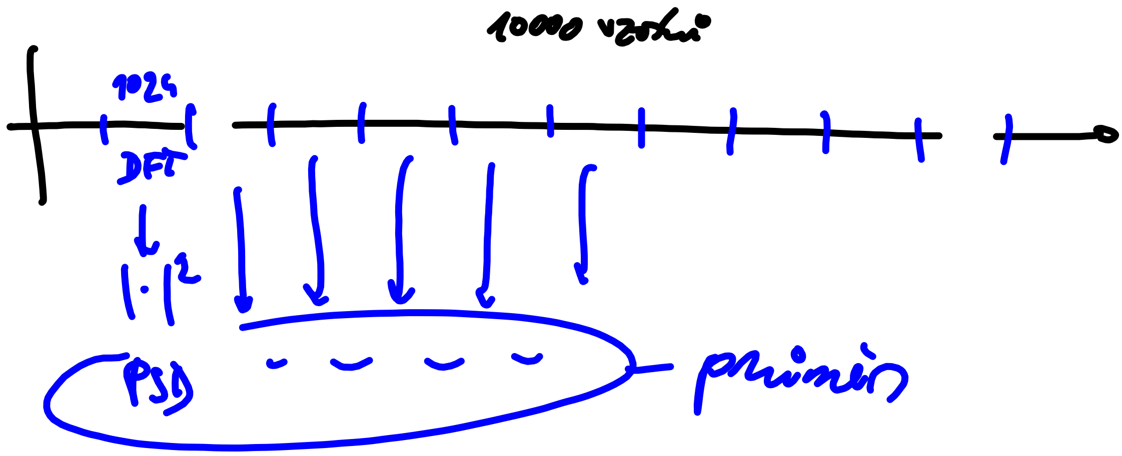
$$R[k] = \frac{1}{N-|k|} \sum x[n]\,x[n+k]$$

Vztah R[k] a výkonu

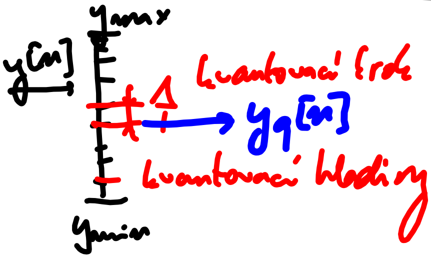
$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = R[0] = D$$ pro signály se střední hodnotou 0

$$D = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (x[n]-a)^2$$

$= D + a^2$ pro signály se stř. hodnotou $a \neq 0$


10000 vzorků
1024
DFT
|·|²
PSD
průměr

Kvantování



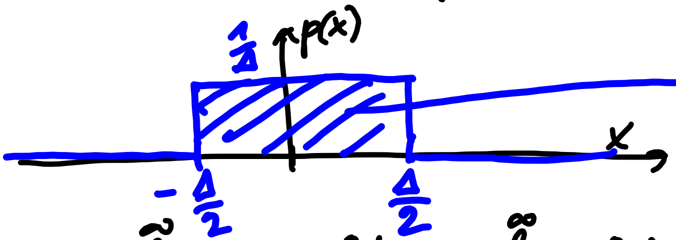
$$\Delta = \frac{y_{max} - y_{min}}{L}$$

L počet kvant. hladin

$L = 2^b \leftarrow$ počet bitů

Chyba

$$e[n] = y_q[n] - y[n]$$

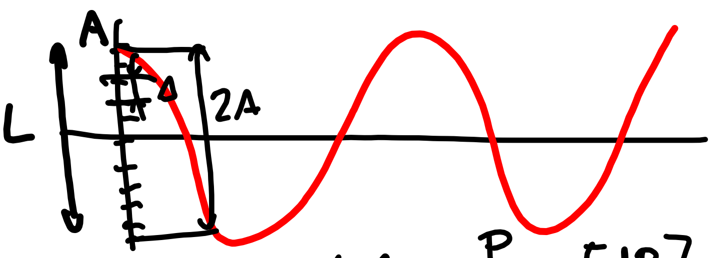


$\int p(x)\,dx = 1$

střední výkon chyby?

$$P_e = D = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)(x-a)^2\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,x^2\,dx = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \frac{1}{\Delta} x^2\,dx =$$

$$= \frac{1}{\Delta}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} = \frac{1}{\Delta}\left[\frac{\frac{\Delta^3}{8}}{3} - \left(-\frac{\frac{\Delta^3}{8}}{3}\right)\right] = \frac{1}{\Delta}\cdot\frac{\Delta^3}{12} = \frac{\Delta^2}{12}$$



Poměr výkonu signálu k výkonu šumu:

$$P_s = \frac{A^2}{2} = \frac{\frac{L^2\Delta^2}{2^2}}{2} = \frac{L^2\Delta^2}{8}$$

$2A = L\Delta$

$A = \frac{L\Delta}{2}$

$$SNR = 10\log_{10}\frac{P_s}{P_e}\ [dB] =$$

$$= 10\log_{10}\frac{\frac{L^2\Delta^2}{8}}{\frac{\Delta^2}{12}} = 10\log_{10}\frac{3}{2}L^2 = 10\log_{10}\frac{3}{2}(2^b)^2 =$$

$\log ab = \log a + \log b$

$$= \underbrace{10\log_{10}\frac{3}{2}}_{1,76} + 10\log_{10} 2^{2b} = 1,76 + 20b\log_{10}2 = 1,76 + 6b$$

Frekvenční analýza

výstup = množina koef. sum. op. vstup $e^{\pm j \cdot \text{frekvence} \cdot \text{čas}}$

$-$: analýza čas → frekvence

$+$: syntéza frekvence → čas

čas	frekvence
vzorkování	periodisace
periodisace	vzorkování (diskretisace) jen koeficienty, ne funkce!

Frekvence:

f [Hz]	0	$\frac{k}{N} F_s$	F_s	běžná
$f' = \frac{f}{F_s}$ [ ]	0	$\frac{k}{N}$	1	normovaná
$\omega = 2\pi f$ [$\frac{rad}{s}$]	0	$2\pi F_s \frac{k}{N}$	$2\pi F_s$	kruhová
$\omega' = \frac{\omega}{F_s}$ [rad]	0	$2\pi \frac{k}{N}$	2π	normovaná kruhová
k [ ]	0	k	N	počítadlo frekvencí

ANALOG — DIGITAL

neperiod. signál

ANALOG — Fourierova transf.

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)\, e^{+j\omega t}\, d\omega$$

DIGITAL — F.T. s diskrétním časem DTFT

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, e^{-j\omega n}$$

norm. ω frekv.

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \tilde{X}(e^{j\omega})\, e^{+j\omega n}\, d\omega$$

period. signál

ANALOG — Fourierova řada

$$c_k = \frac{1}{T_1} \int_{0}^{T_1} x(t)\, e^{-jk\omega_1 t}\, dt$$

základní ω frekv.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \leftarrow$ perioda

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k\, e^{+jk\omega_1 t}$$

DIGITAL — Diskrétní F. řada DFŘ

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n]\, e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$$

perioda N vzorků

základní norm. ω frekv. $\frac{2\pi}{N}$

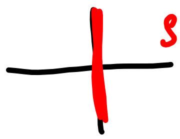
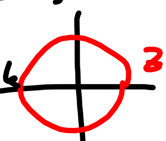
$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k]\, e^{+jk\frac{2\pi}{N}n}$$

DFT je DFŘ bez tild

N vzorků in $\longrightarrow$ N komplexních koeficientů out.

Filtrace → frekv. char.

→ stabilita.

ANALOG	DIGITÁL
obvod → diferenciální rovnice	schéma → diferenční rovnice
$\sum_{k=0}^{Q} b_k \frac{d x^k(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{P} a_k \frac{d y^k(t)}{dt}$	$y[n] = \sum_{k=0}^{Q} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{P} a_k y[n-k]$
Laplaceova transf. $X(s) = \int x(t) e^{-st} dt$	z-transformace $X(z) = \sum x[n] z^{-n}$
F.T. $X(j\omega) = \int x(t) e^{-j\omega t} dt$	DTFT $X(e^{j\omega}) = \sum x[n] e^{-j\omega n}$
$\frac{d^k x(t)}{dt^k} \to X(s) s^k$  $s = j\omega$	$x[n-k] \to X(z) z^{-k}$  $z = e^{j\omega}$
$\sum_{k=0}^{Q} b_k X(s) s^k = \sum_{k=0}^{P} a_k Y(s) s^k$	$Y(z) = \sum b_k X(z) z^{-k} - \sum a_k Y(z) z^{-k}$

Přenos. fce

$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum b_k s^k}{\sum a_k s^k}$	$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum b_k z^{-k}}{1 + \sum a_k z^{-k}}$

Frekv. charakteristika!

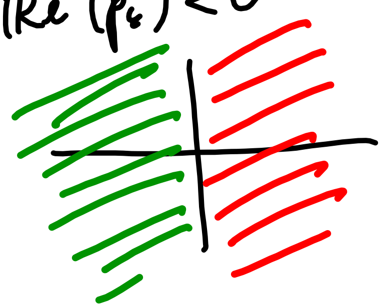
$s \to j\omega$ np. freqs	$z \to e^{j\omega}$ np. freqz

Faktorisace polynomů

čitatel → nulové body

jmenovatel → póly

$\mathrm{Re}(p_k) < 0$



$|p_k| < 1$