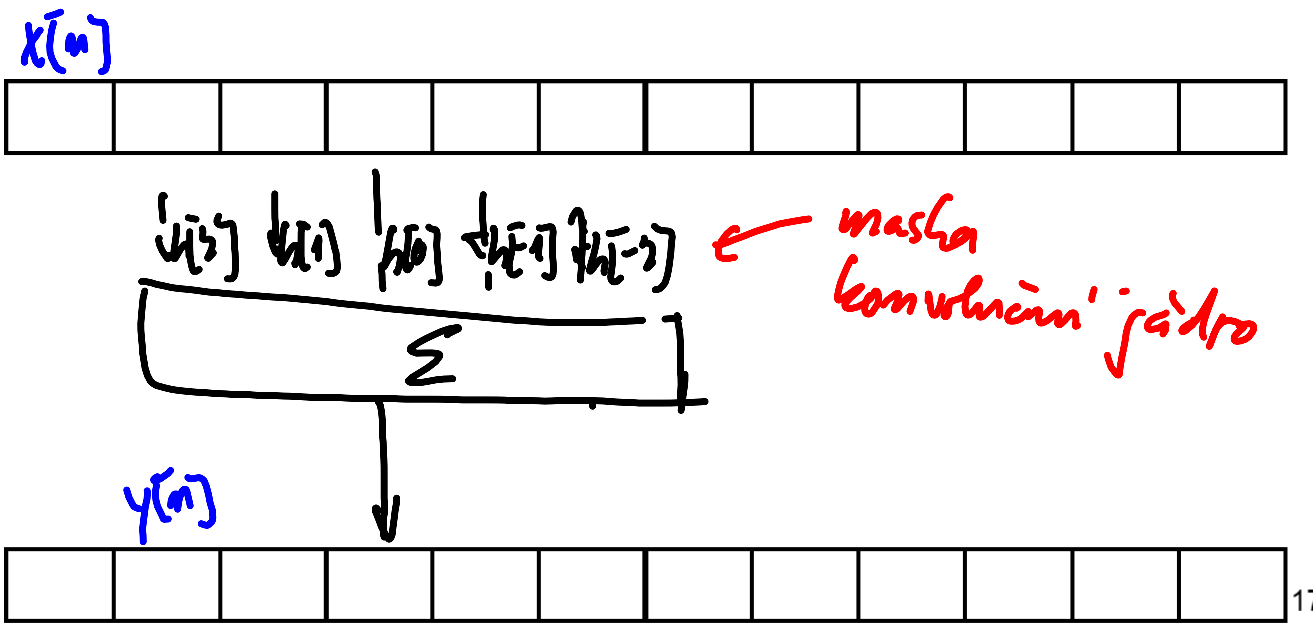
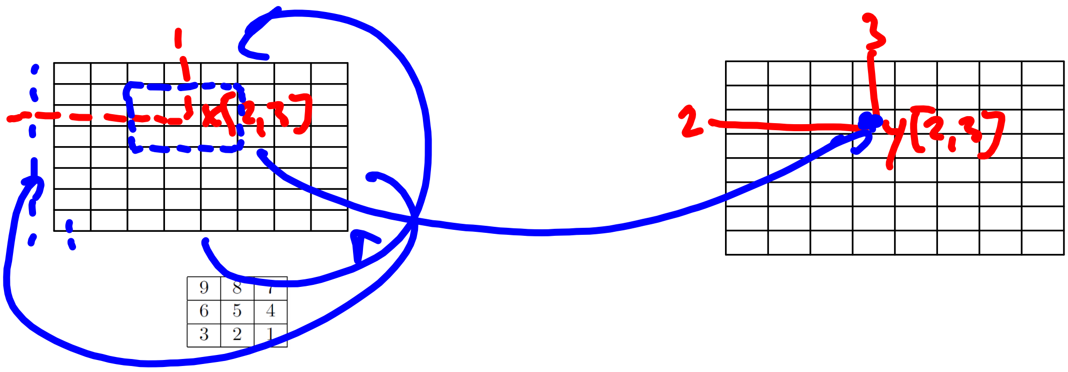
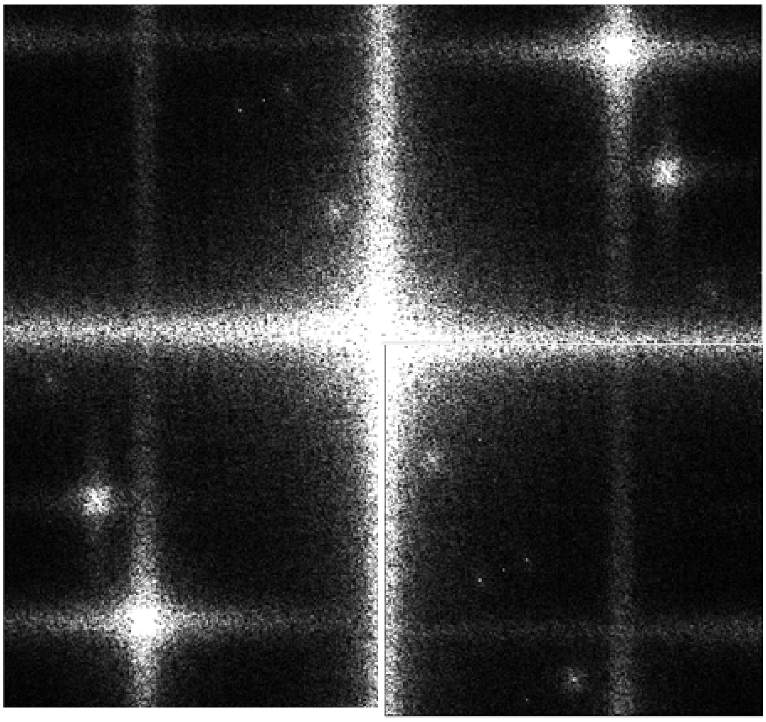

x[n]
h[2] h[1] h[0] h[-1] h[-2]
Σ
maska
konvoluční jádro
y[n]


x[2,3]
y[2,3]
2
3
9 8 7
6 5 4
3 2 1



1D : fftshift

2D : fftshift2 ?

Souhrn ISS

Frekvenční analýza - Fourierovo "něco"

obecný recept:

výstup = možná, nějaká konstanta · sumační operátor · vstup · $e^{\pm j \cdot \text{frekvence} \cdot \text{čas}}$

báze; + frekv. - čas

projekce / hledání podobnosti / hledání korelace

čas, perioda

Spojitý čas | Diskrétní čas

PERIODICKÉ SIGNÁLY

Spojitý čas

T_1 perioda [s]

$f_1 = \frac{1}{T_1}$ frekvence [$\frac{1}{s}$ = Hz]

$\omega_1 = 2\pi f_1$ ○ frekvence [rad/s]

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{+jk\omega_1 t}$$

k a -k mi dají cosinusovku

$$c_k = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} x(t) e^{-jk\omega_1 t} dt$$

Fourierova řada

c_k koeficienty FŘ

Diskrétní čas

N_1 perioda ve vzorcích [ ]

$f_1 = \frac{1}{N_1}$ normovaná frekvence [ ]

$2\pi f_1$ normovaná ○ frekvence [rad]

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-j\frac{2\pi k}{N}n}$$

Diskrétní Fourierova řada DFŘ

norm. f.
norm. ○ f.
obyč. f.
obyč. ○ f.

násobení Fs

Neperiodické

F. transformace (FT)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{+j\omega t} d\omega$$

$X(j\omega)$ spektrální funkce

F.t. s diskrétním časem DTFT

$$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

norm. ○ frekv!

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{X}(e^{j\omega}) e^{+j\omega n} d\omega$$

$\tilde{X}(e^{j\omega})$ spektrální funkce

Vlastnosti

Symetrie hledej f - (záporné f)*

$c_k = c_{-k}^*$

$X(j\omega) = X^*(-j\omega)$

$\tilde{X}[k] = \tilde{X}^*[-k]$

$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}^*(e^{-j\omega})$

Periodicita

$\tilde{X}[k] = \tilde{X}[N+k]$

$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \tilde{X}(e^{j(\omega+2\pi)})$

$X[k] = X^*[N-k]$

DFT "DFŘ bez periodicity"

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ fft

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{+j\frac{2\pi}{N}kn}$$ ifft

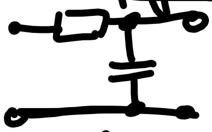
násobení ⟷ konvoluce

periodizace ⟷ vzorkování (diskretizace)

$$\underbrace{c_k, X(j\omega), \tilde{X}(e^{j\omega}), \tilde{X}[k], X[k]}_{\text{SPEKTRUM.}}$$

FILTRACE

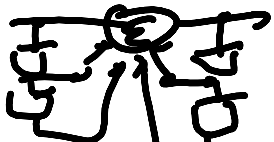
spoj. čas.



Diferenciální rovnice

$$\sum_{k=0}^{Q} b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{P} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k}$$

diskrétní čas



bez kódu...

Diferenční rovnice

$$y[n] = \sum_{k=0}^{Q} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{P} a_k y[n-k]$$

Frekv. char. ? Stabilita ?

Laplaceova transf.

$$H(s) = \frac{\sum_{k=0}^{Q} b_k s^k}{\sum_{k=0}^{P} a_k s^k} = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

z-transformace

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{Q} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{P} a_k z^{-k}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

přenosová funkce

$s \rightarrow j\omega$ (Laplace x FT)

$z \rightarrow e^{j\omega}$ (z-transf. s DTFT)

Frekv. char.

$$H(j\omega) = H(s)\Big|_{s \rightarrow j\omega}$$

freqs

$$H(e^{j\omega}) = H(z)\Big|_{z \rightarrow e^{j\omega}}$$

freqz.

Faktorizace polynomů

$$H(s) = \frac{(s-n_1)(s-n_2)\cdots(s-n_Q)}{(s-p_1)\cdots(s-p_P)}$$

$$H(z) = \frac{(z-n_1)\cdots(z-n_Q)}{(z-p_1)\cdots(z-p_P)}$$

roots

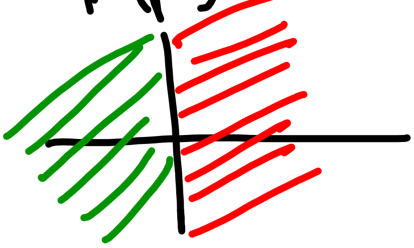
n_i – nulové body

p_i – póly

splane zplane

Stabilita

když $\Re(p_i) < 0$



když $|p_i| < 1$

- CZSa
- SUI, SUR, BAUia
- ZRE, POV ...