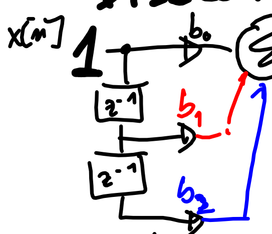
ČÍSLICOVÉ FILTRY

digital filters, discrete-time systems, discrete systems.

→ kmitočtová charakteristika

→ stabilita

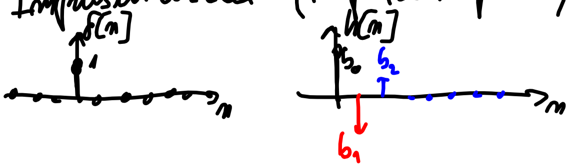
DISKRÉTNÍ ČAS NEW



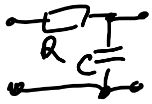
Diferenční rovnice

$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$

Impulsní odezva (impulse response, IR)



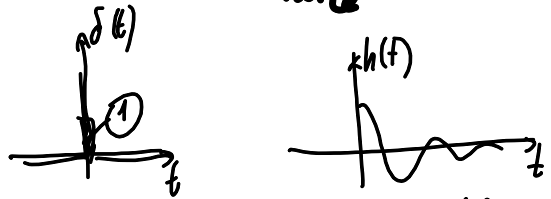
SPOJ. ČAS (analog.) OLD



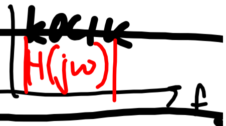
$b_0 x(t) + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + \dots + b_Q \frac{d^Q x(t)}{dt^Q} =$

$a_0 y(t) + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + \dots + a_P \frac{d^P y(t)}{dt^P}$

Diferenciální rovnice



FREKVENČNÍ CHARAKTERISTIKA



$H(e^{j\omega}) = \mathrm{DTFT}\{h[n]\} =$ Discrete-time Fourier transform.

$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-j\omega n}$ → rad

pro filtr ↑: $H(e^{j\omega}) = b_0 + b_1 e^{-j\omega 1} + b_2 e^{-j\omega 2}$

normovaná kruhová frekvence

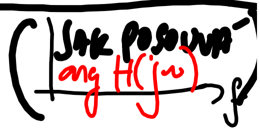
$\omega = \frac{2\pi f_{opravdová}}{F_s}$

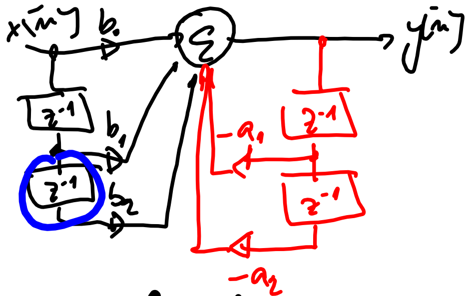
$f_{oprav} = 0 \qquad \omega = 0$

$f_{oprav} = \frac{F_s}{2} \qquad \omega = \frac{2\pi \frac{F_s}{2}}{F_s} = \pi$

$H(j\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} =$

$= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$





IIR - infinite imp. response
frekv. char ???

$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2] - a_1y[n-1] - a_2y[n-2]$

z-transformace (z-transform)

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, z^{-n}$$

Im "z" Re

$x[n] \rightarrow X(z)$

$a\,x[n] \rightarrow a\,X(z)$

$x[n-1] \rightarrow X(z)\,z^{-1}$

$x[n-k] \rightarrow X(z)\,z^{-k}$

$$Y(z) = b_0X(z) + b_1X(z)z^{-1} + b_2X(z)z^{-2} - a_1Y(z)z^{-1} - a_2Y(z)z^{-2}$$

$$Y(z)(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}) = X(z)(b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2})$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$$

PŘENOSOVÁ FUNKCE

D.T.F.T.

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\, e^{-j\omega n}$$

Z.T.

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\, z^{-n}$$

$$H(e^{j\omega}) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{b_0+b_1e^{-j\omega}+b_2e^{-j2\omega}}{1+a_1e^{-j\omega}+a_2e^{-2j\omega}}$$

ω necháme měnit od 0 do π freqz

odpovídá Fs/2

ANALOG

$$b_0x(t)+b_1\frac{dx(t)}{dt}+\dots+b_Q\frac{d^Qx(t)}{dt^Q} = a_0y(t)+a_1\frac{dy(t)}{dt}+\dots+a_P\frac{d^Py(t)}{dt^P}$$

Laplaceova transformace

jω "s" Re

$x(t) \rightarrow X(s)$

$a\,x(t) \rightarrow a\,X(s)$

$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow s\,X(s)$

$\frac{d^kx(t)}{dt^k} \rightarrow s^k X(s)$

$$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,e^{-st}\,dt$$

$$b_0X(s)+b_1sX(s)+\dots+b_Qs^QX(s) = a_0Y(s)+a_1sY(s)+\dots+a_Ps^PY(s)$$

$$X(s)(b_0+b_1s+\dots b_Qs^Q) = Y(s)(a_0+a_1s+\dots a_Ps^P)$$

PŘENOSOVÁ FUNKCE - transfer f.
SYSTÉMOVÁ -||- - system f.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0+b_1s+\dots b_Qs^Q}{a_0+a_1s+\dots a_Ps^P}$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,e^{-j\omega t}\,dt \qquad H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,e^{-st}\,dt$$

F.T. L.t.

$$H(j\omega) = H(s)\Big|_{s=j\omega} = \frac{b_0+b_1j\omega+\dots+b_Q(j\omega)^Q}{a_0+a_1j\omega+\dots a_P(j\omega)^P}$$

FREKVENČNÍ CHARAKTERISTIKA freqs

FAKTORISACE přenos funkce

$$H(z)=\frac{1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}\cdot\frac{z^2}{z^2}=\frac{z^2+b_1z+b_2}{z^2+a_1z+a_2}=\frac{(z-n_1)(z-n_2)}{(z-p_1)(z-p_2)}$$

$z^2+b_1z+b_2=0$

n_1, n_2 - kořeny

$az^2+bz+1=(z+1)(z+1)=(z-(-1))(z-(-1))$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

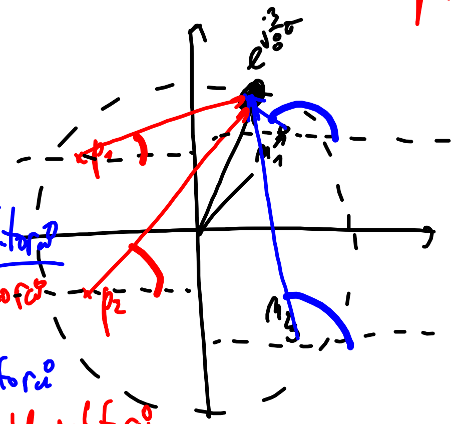
$n_1\, n_2$ — nulové body "nuly"

p_1, p_2 - póly

přenos. funkce $H(z)$

páry nul. bodů a pólů jsou buď reálné nebo komplex. sdružené.

$$H(e^{j\omega})=\frac{(e^{j\omega}-n_1)(e^{j\omega}-n_2)}{(e^{j\omega}-p_1)(e^{j\omega}-p_2)}$$



$|ab|=|a||b|$

$$|H(e^{j\omega})|=\frac{\text{Součin délek modrých vektorů}}{\text{Součin délek červených vektorů}}$$

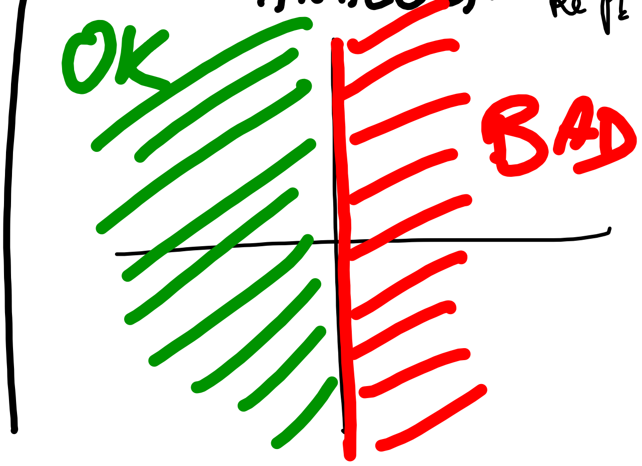
ang$(a\cdot b)$ = ang a + ang b

ang$\left(\frac{a}{b}\right)$ = ang a − ang b

ang $H(e^{j\omega})$ = součet úhlů modrých vektorů − součet úhlů červených vektorů.

Stabilita: $|p_k|<1$

ANALOG: Re $p_k<0$



SHRNUTÍ

schéma a/nebo diferenční rovnice
...koef a_k b_k

buzení jedn. impulsem $\delta[n]$

impulsní odezva $h[n]$

z-transformace

$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\dots b_Q z^{-Q}}{1+a_1z^{-1}+\dots a_P z^{-P}}$$

$$H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}$$ přenosová funkce

DTFT
(dft, fft)

$z \to e^{j\omega}$
freqz

rozložení na kořeny
roots

$H(e^{j\omega})$ frekvenční charakteristika

$$H(z)=\frac{(z-n_1)\dots(z-n_Q)}{(z-p_1)\dots(z-p_P)}$$

$z \to e^{j\omega}$

kontrola stability: $\forall |p_k|<1$