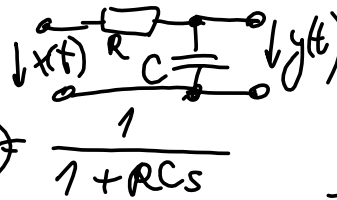
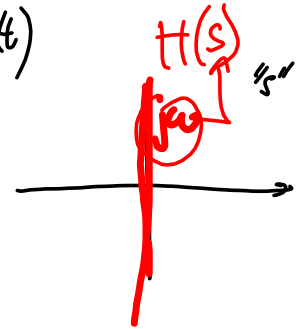


Systemy se spoj. časem

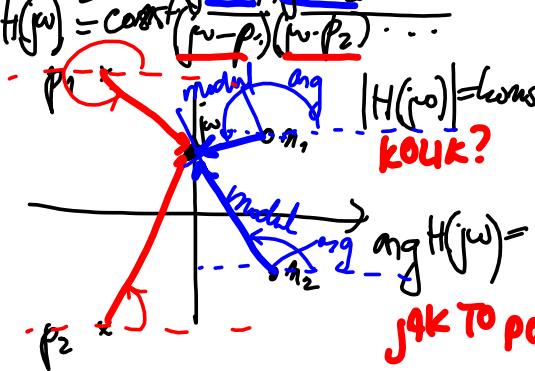


prenosová funkce $H(s) = \frac{1}{1+RCs}$



$X(j\omega)$

$$H(j\omega) = \text{const} \cdot \frac{(j\omega - m_1)(j\omega - m_2) \dots}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2) \dots}$$



násobení modulu vektorů
má s. modulu dělení vektorů

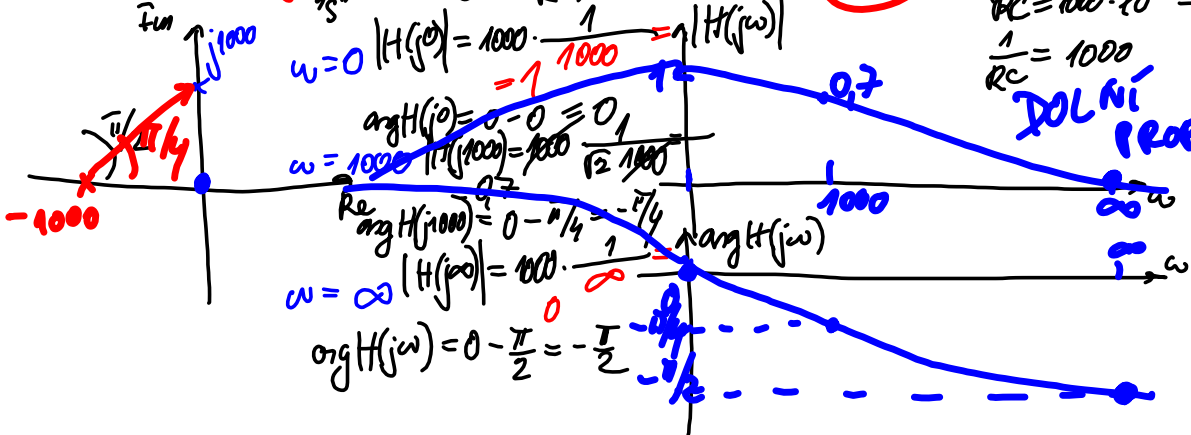
KOUK?

arg H(j\omega) = součet argumentů vektorů
= součet argumentů č. vektorů

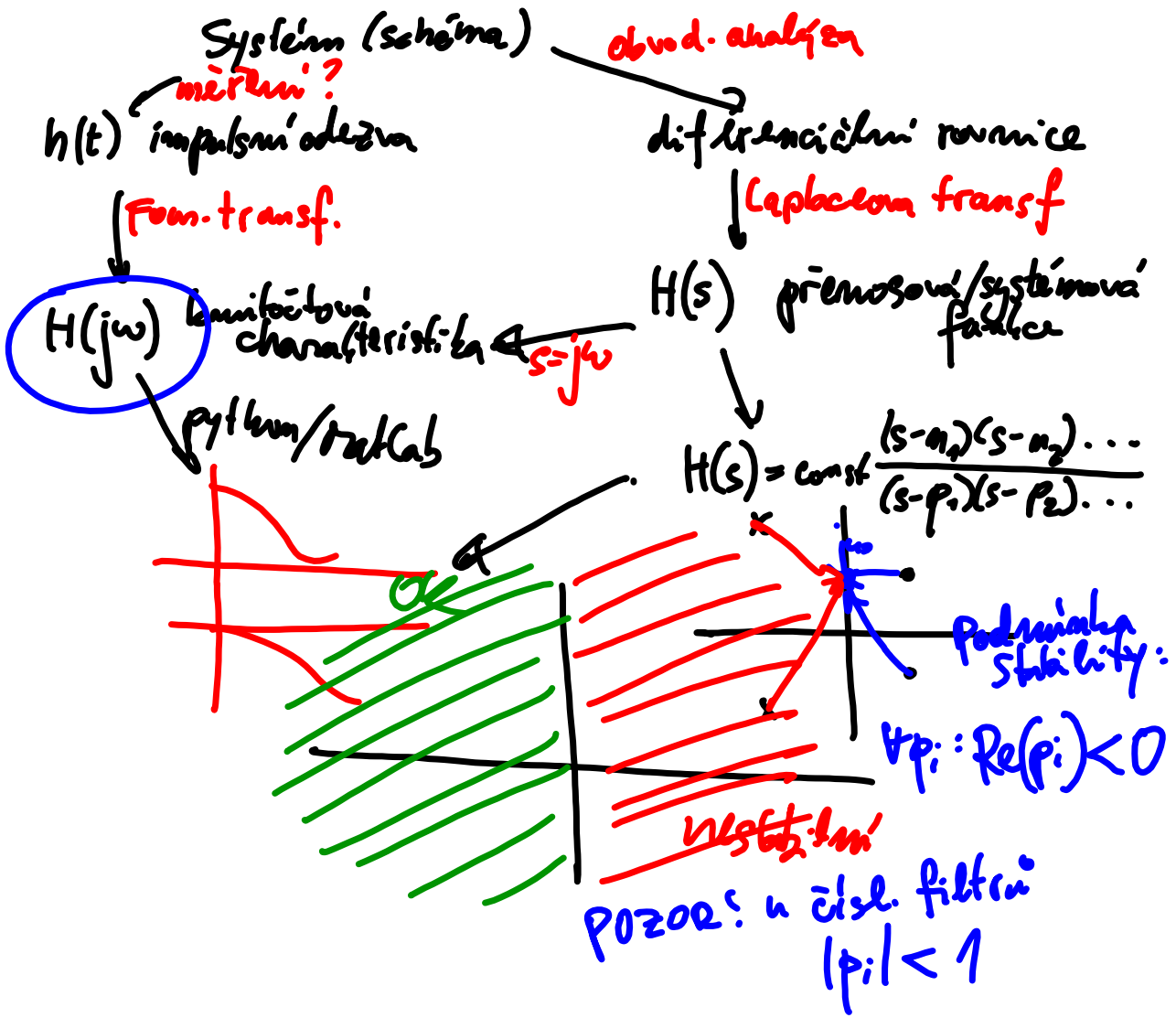
JAK TO POSOUVÁ?

$$H(j\omega) = \frac{1}{1+RCj\omega} = \frac{1}{RC(j\omega + \frac{1}{RC})} = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{(j\omega - (-\frac{1}{RC}))}$$

$R = 1000 \Omega$
 $C = 1 \mu F$
 $RC = 1000 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}$
 $\frac{1}{RC} = 1000$



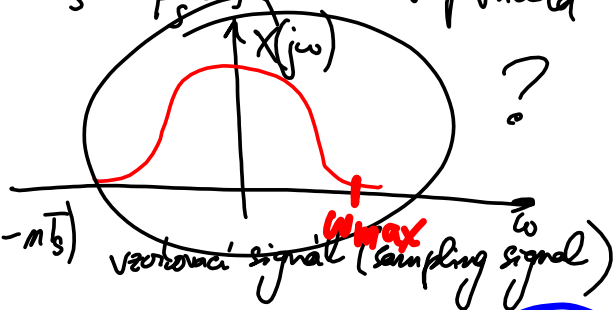
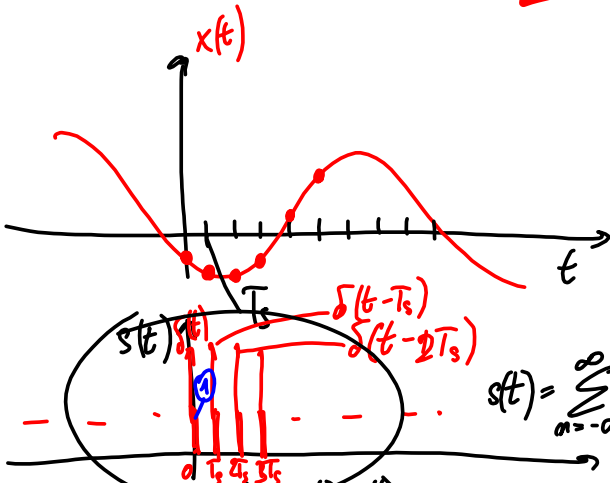
DOLNÍ PŘEPŮST



V ZORKOVÁNÍ

$F_s = 44.1 \text{ kHz}$
 ~~8000 Hz~~
 192 kHz } Audio
 v jiných oborech jinak!

$T_s = \frac{1}{F_s} [s]$ vzorkovací perioda



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

$$x_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \delta(t - nT_s)$$

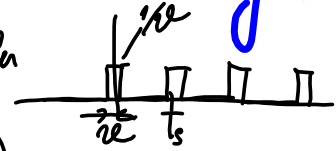
$$X_s(j\omega) = X(j\omega) * S(j\omega)$$

prakticky:

$$x[n] = x(nT_s)$$

Spek. fce. vzorkovaneho signálu
 $S(j\omega)$?

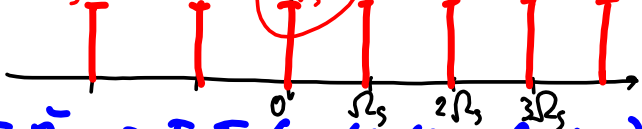
F.R. vzorb. signálu



$$c_k = \frac{D_{re}}{T_s} \text{sinc}\left(\frac{n\pi}{2} k \Omega_s\right) = \frac{1}{T_s} \cdot \frac{1}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{n\pi}{2} k \Omega_s\right)$$

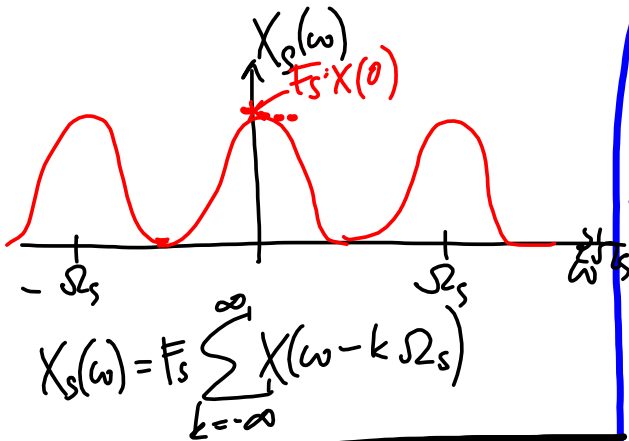
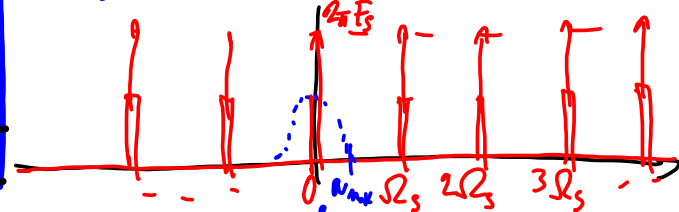
$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 2\pi F_s$$

$$c_k = \frac{1}{T_s} \cdot 1 = F_s$$



F.R. → P.T. (spektrální funkce)

$$S(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot \delta(\omega - k\Omega_s)$$

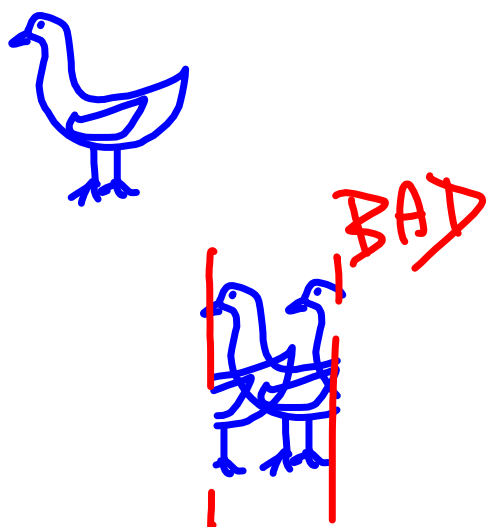


$$X_s(\omega) = F_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\Omega_s)$$

čas	spektrum
časová vzorkování (diskretizace)	konvoluce periodické

$$\omega_{max} < \frac{\Omega_s}{2} \quad f_{max} < \frac{F_s}{2}$$

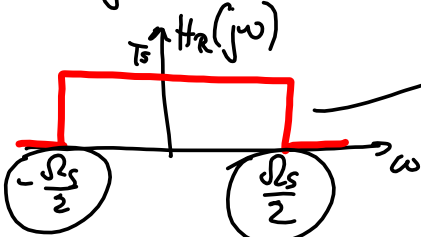
Shannonův / Kotelnikovův / Nyquist vzorkovací teorém



Rekonstrukce

frekv.

$X_s(j\omega)$ - spektr. funkce vzorkovaného signálu

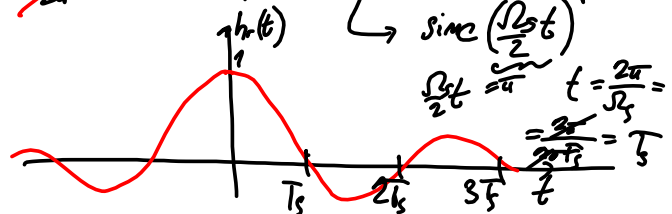


$X_r(j\omega) = X_s(j\omega) \cdot H_R(j\omega)$
 spektr. funkce rekonstruovaného signálu

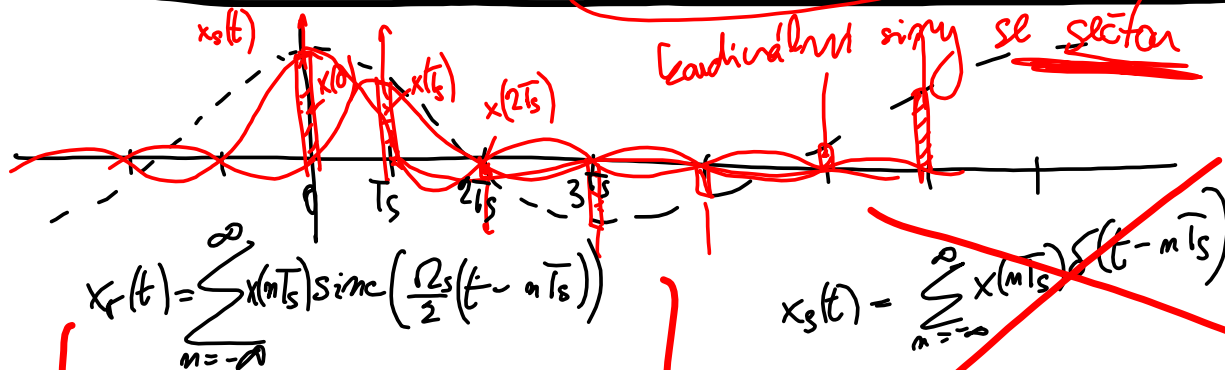
čas:

$$h_r(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(j\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\Omega_s}{2}}^{\frac{\Omega_s}{2}} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{j\omega t}}{jt} \right]_{-\frac{\Omega_s}{2}}^{\frac{\Omega_s}{2}} = \frac{1}{2\pi} \frac{2 \sin(\frac{\Omega_s t}{2})}{t} = \frac{\Omega_s}{2} \text{sinc}\left(\frac{\Omega_s t}{2}\right)$$



$x_r(t) = x_s(t) * h_r(t)$



Reprezentace vzorkovaného signálu

$x[m] = x(nT_s)$

diskrétní / číslicový / digitální signál
 m - není jednotka!

$m = \frac{mT_s}{T_s}$

normovaný čas

$f = \frac{f_{\text{reál}}}{F_s}$

normovaná frekvence / normalized frequency

Diskrétni signály **Spoj. signály**

$$x[m] = C_1 \cos(\omega_1 m + \phi_1)$$

normovaná kruh. frekvence [rad]

$$N_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

musí být celé DO NOT USE!

$$\omega_1 N_1 = k 2\pi$$

$$N_1 = \frac{k 2\pi}{\omega_1}$$

ladit k tak, aby N_1 bylo celé číslo!

$$x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

kruhová frekv. [rad/s]

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$$

základní perioda

jaká je T_1 v norm. frekvencích?

$$\omega_1 = \frac{\pi}{8} \quad N_1 = \frac{k 2\pi}{\frac{\pi}{8}} = k \cdot 16 \quad k=1 \quad (N_1=16)$$

$$\omega_1 = \frac{17\pi}{8} \quad N_1 = \frac{k \cdot 2\pi}{\frac{17\pi}{8}} = \frac{k \cdot 16}{17} \quad (2\pi) \quad k=17 \quad (N_1=16)$$

$$\omega_1 = \frac{8\pi}{31} \quad N_1 = \frac{k \cdot 2\pi}{\frac{8\pi}{31}} = \frac{31k}{4} \quad k=4 \quad N_1=31$$

$$\omega_1 = \frac{1}{6} \quad N_1 = \frac{k \cdot 2\pi}{\frac{1}{6}} = k 12\pi \quad k = \text{nezná} \Rightarrow \text{NEMÍ PERIODICKÝ!}$$

V norm. frekvencích je vše periodické se 2π !!!

DISKRÉTNÍ

$$f_1 = \frac{1}{N_1} \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{N_1} \quad N_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad \text{ladit...}$$

Dvě různé $\omega_1 \Rightarrow$ 2 různé signály

$$\omega_1 < \pi \approx \text{vzork. teor. fm.} \quad f_1 < \frac{1}{2} \quad \omega_1 < \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$$

normovaná kruh. frekvence $f_1 < \frac{1}{2}$

SPOJITÝ

$$f_1 = \frac{1}{T_1} \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \quad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

Dvě různé $\omega_1 \Rightarrow$ 2 různé signály.