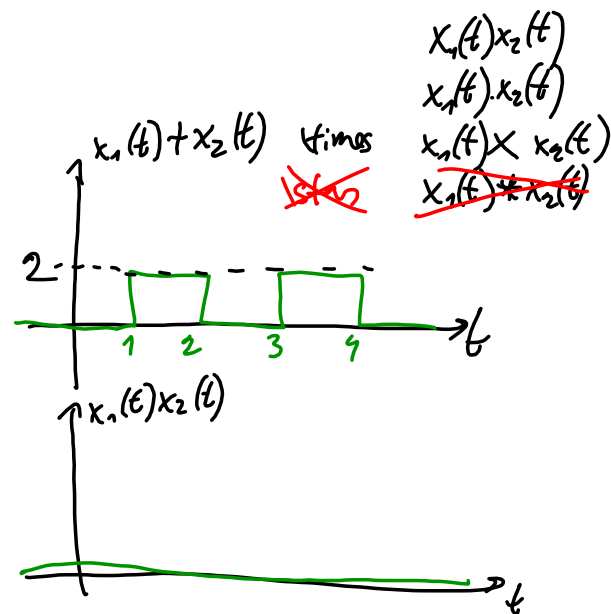
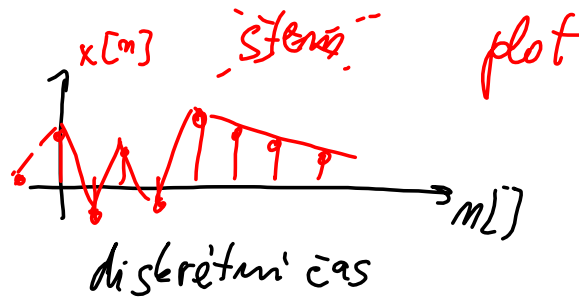
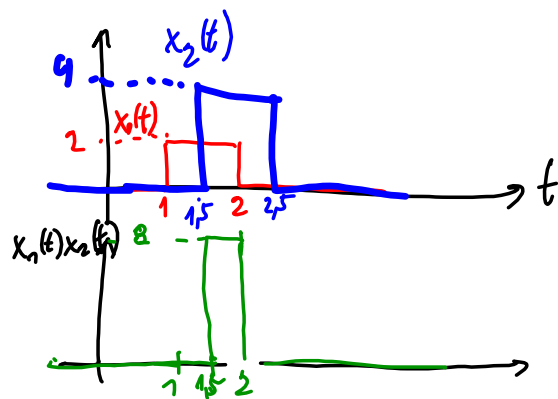
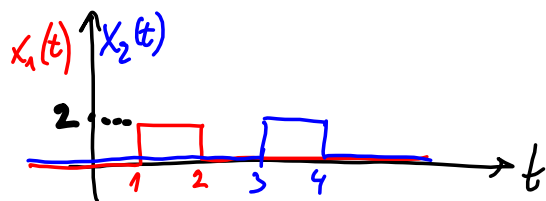
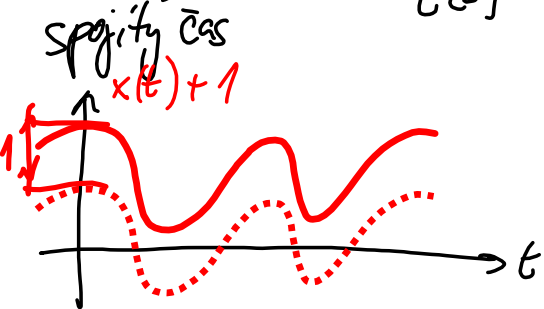
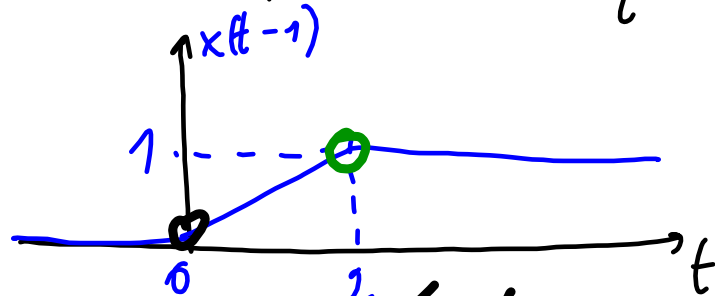
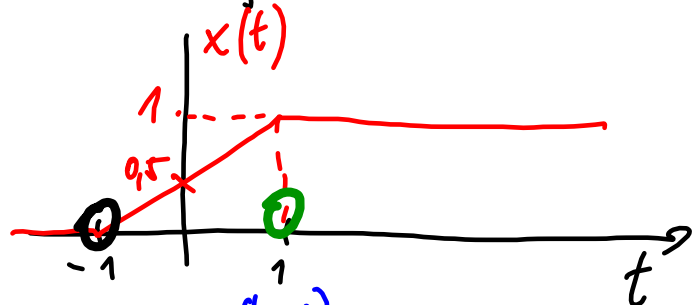


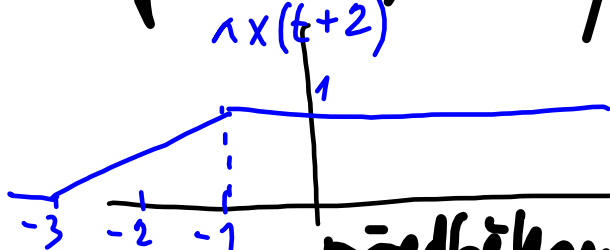
Půlsestředí
středa 30.10. poslední hodina přednášky
9⁴⁵ – 10⁴⁵ VŠICHNI! D105, D207, možná jinde



Modifikace časové osy

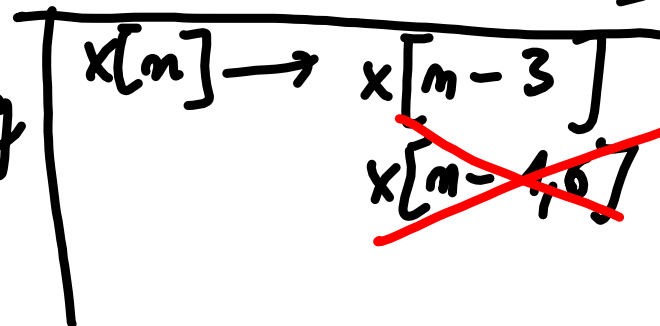


zpoždění / delay

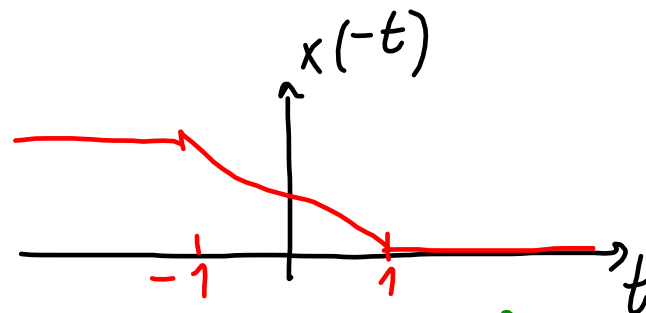
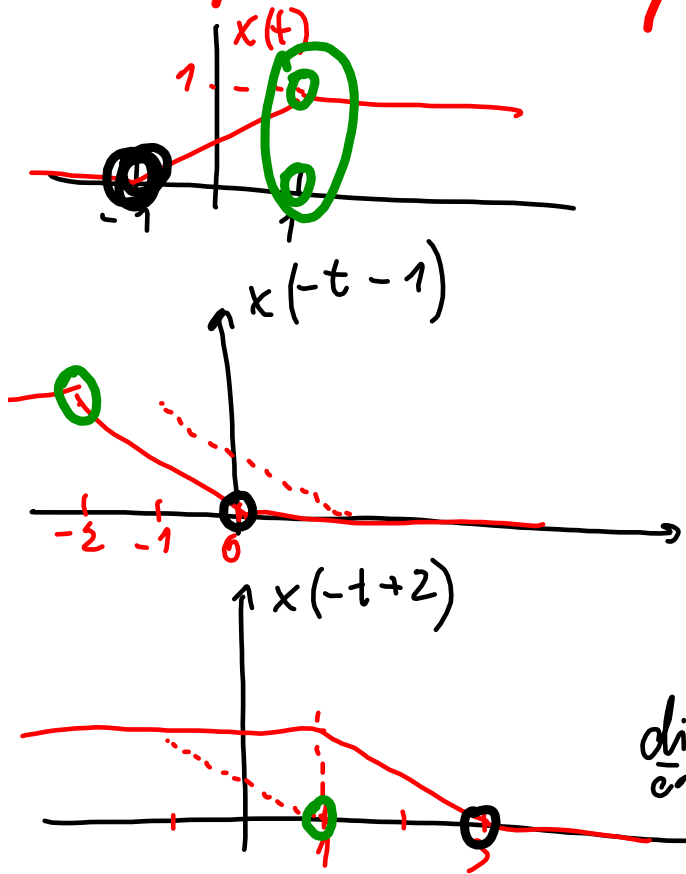


předělení / advancement

- 1) vyberte v pos. signálu významný bod.
- 2) vyhodnoťte pro něj modifikaci času
 $(0-1) = -1$ $2-1 = 1$
- 3) podívat do pův. signálu na tento čas
- 4) je tam to samé? → ANO-OK
 → NE-BA

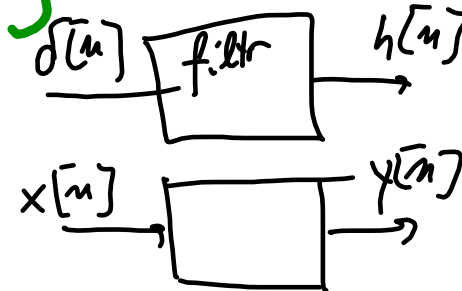


Otočení čas. osy



$$\left. \begin{aligned} (-0-1) &= -1 \\ (-(-2)-1) &= 1 \end{aligned} \right\} \text{OK.}$$

$$\begin{aligned} -3+2 &= -1 \\ -1+2 &= 1 \end{aligned}$$



disk.
čas:

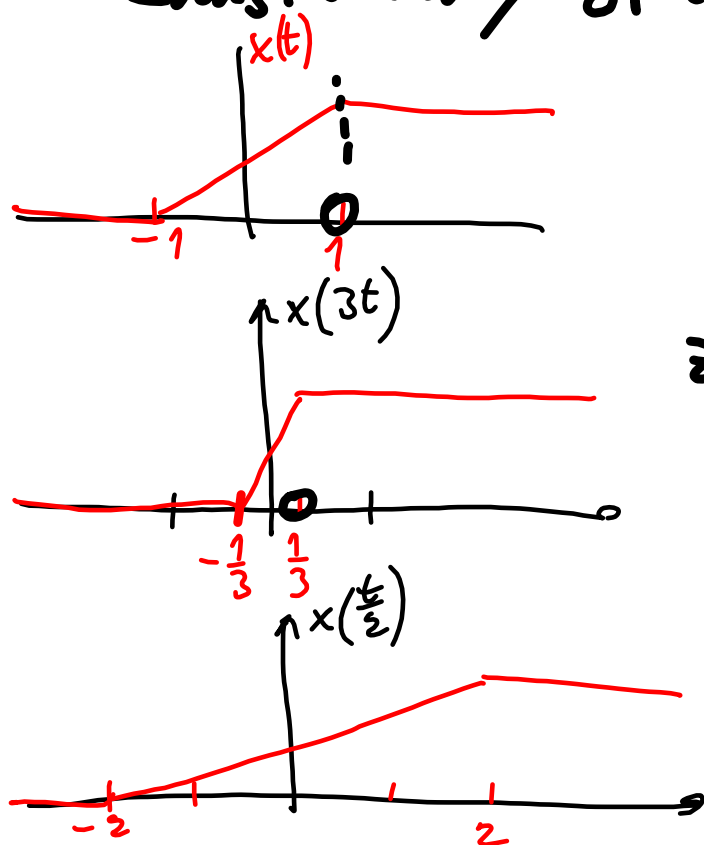
$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

spoj. čas

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

posun
obceni

Zhušťování / zředování času

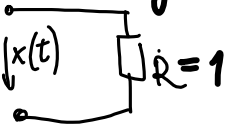


$$3 \frac{1}{3} = 1$$

zhušťování, splícnutí, zkrácení,
kontrakce

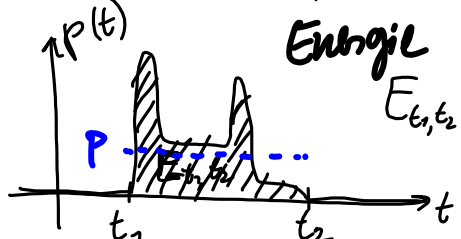
rozplícnutí, rozběhnutí, prodloužení,
zředění, dilatace

Energie, výkon



$I = \frac{U}{R}$
 $P = I \cdot U = \frac{U^2}{R}$
 $p(t) = \frac{x^2(t)}{R}$
 $p(t) = x^2(t)$ obmedzený výkon
 $= |x(t)|^2$

Energie
 $E_{t_1, t_2} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$

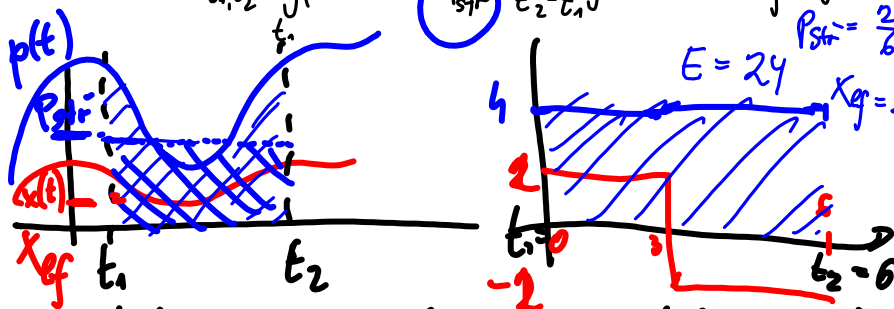


pro konst. výkon
 $E_{t_1, t_2} = P \cdot (t_2 - t_1)$

Střední výkon
 $P_{str, t_1, t_2} = \frac{E_{t_1, t_2}}{t_2 - t_1}$

Efektivní hodnota
 $X_{ef} = \sqrt{P_{str}}$

$x(t) \rightarrow p(t) = x^2(t) \rightarrow E_{t_1, t_2} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \rightarrow P_{str} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \rightarrow X_{ef} = \sqrt{P_{str}}$

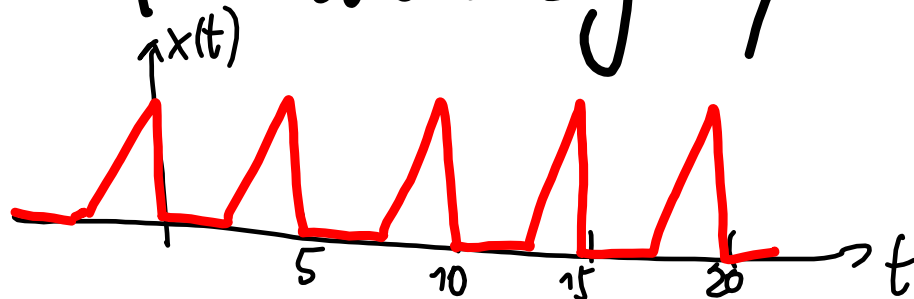


ef. hodnota je hodnota ss. signálu, který by dal přesně stejný výkon jako $x(t)$.

Disk. čas: $x[n]$ $p[n] = x^2[n]$ $E_{n_1, n_2} = \sum_{n=n_1}^{n_2} p[n]$

$P_{str} = \frac{E_{n_1, n_2}}{n_2 - n_1}$ $X_{ef} = \sqrt{P_{str}}$

Periodické signály



$$x(t) = \text{~~sin(2\pi t)~~}$$

$$x(t + 5)$$

$$x(t + 15)$$

$$\text{~~x(t - 20)~~}$$

T_1 základní perioda [s]

f_1 základní frekvence: $f_1 = \frac{1}{T_1}$ [s^{-1}] [Hz]

ω_1 základní kruhová/úhlová frekvence: $\omega_1 = 2\pi f_1$ [rad/s]



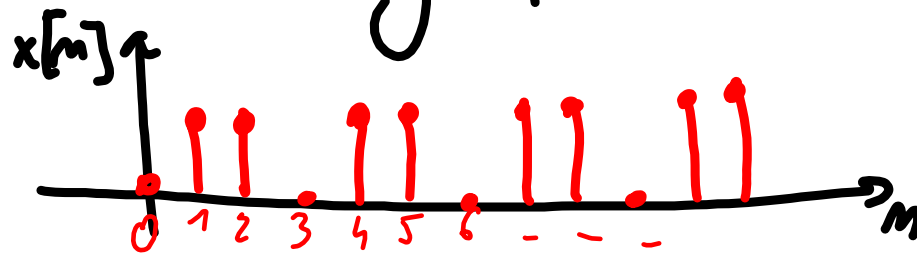
další... kf_1 $k\omega_1$

univerzální vztah mezi

$$T_1 \text{ a } f_1$$

$$f_1 = \frac{1}{T_1}$$

Periodické signály s diskretním časem



$$x[n] = x[n + 3]$$

$$x[n + 12]$$

$$x[n + 9]$$

$N_1 = 3$ základní perioda []

$f_1 = \frac{1}{N_1}$ základní normovaná frekvence. []

$\omega_1 = 2\pi f_1$ základní normovaná kruhová frekv. [rad]

odnormování (převod do skutečných)

$f_i \cdot F_s$

$\cos(2\pi f_i \cdot t)$
 $\cos(2\pi f \cdot n)$

~~$N_1 = \frac{1}{f_1}$~~ není celé?
 $f_1 > \frac{1}{2}$

$\rightarrow \cos(2\pi f_1 \cdot n)$

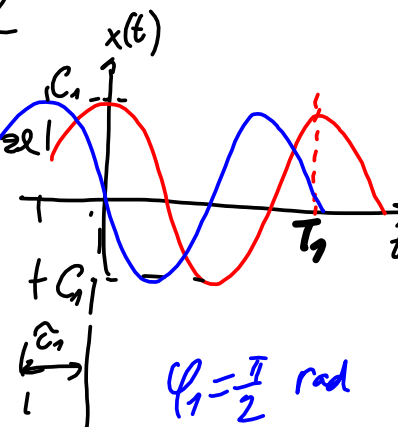
Cosinusový / harmonický signál

$$x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

amplitúda

základná frekvencia

poč. fáze



základný period

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

$$C_1 \cos(\omega_1(t + \tau_1))$$

$$\tau_1 = \frac{\varphi_1}{\omega_1}$$

$$\varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

počiatkový čas. posun

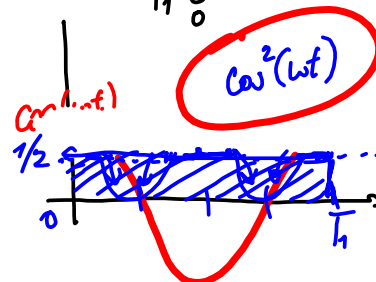
stredný výkon cosinusovej

$$P_{str, t_1, t_2} = \frac{E_{t_1, t_2}}{t_2 - t_1} = \frac{E_{T_1}}{T_1} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x^2(t) dt = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} (C_1 \cos(\omega t))^2 dt =$$

$$= \frac{C_1^2}{T_1} \int_0^{T_1} \cos^2(\omega t) dt = \frac{C_1^2}{T_1} \cdot \frac{1}{2} T_1 =$$

$$= \frac{C_1^2}{2}$$

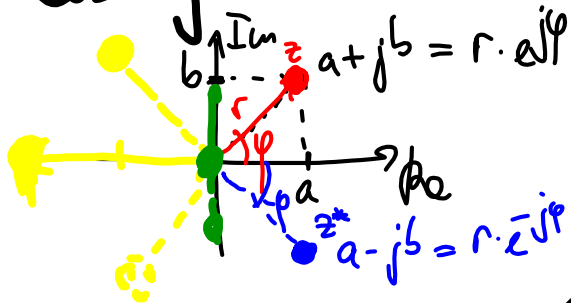
$$X_{ef} = \sqrt{P_{str}} = \frac{C_1}{\sqrt{2}}$$



$$\frac{C_1^2}{2 T_1} \int_0^{T_1} [1 + \cos(2\omega_1 t)] dt = \frac{C_1^2}{2 T_1} \left[\int_0^{T_1} 1 dt + \int_0^{T_1} \cos(2\omega_1 t) dt \right] = \frac{C_1^2}{2 T_1} \cdot T_1$$

$(\cos \alpha)^2 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

Cos. jako suma dvou komplexních exponenciál.



$$a = r \cdot \cos \phi$$

$$b = r \cdot \sin \phi$$

$$z + z^* = r(2 \cos \phi) + j0$$

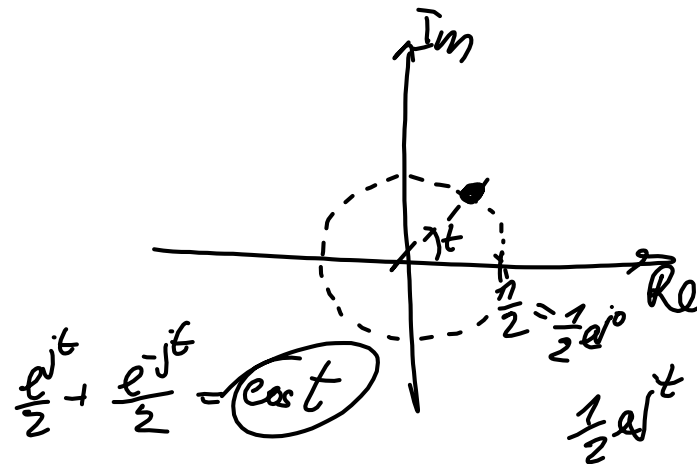
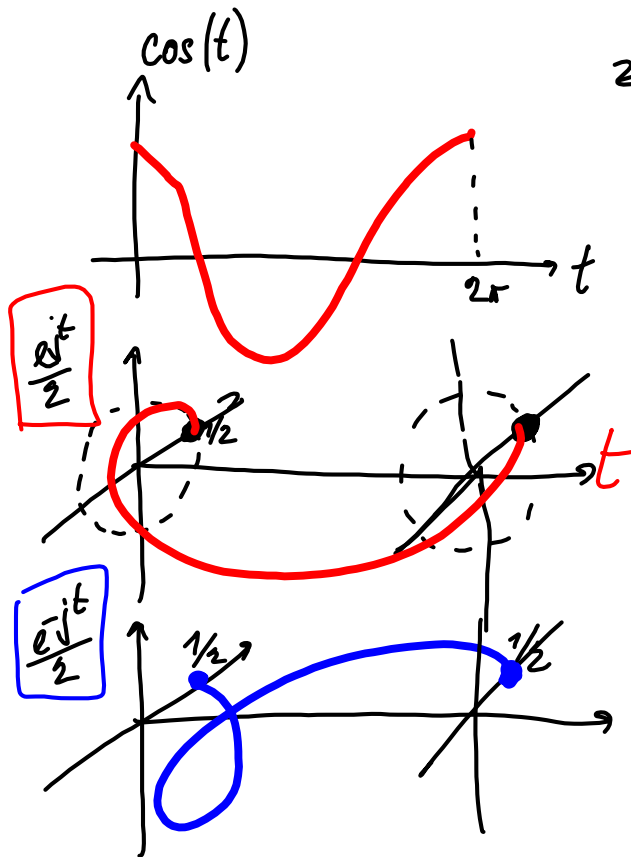
$$r=1: z = e^{j\phi}$$

$$z^* = e^{-j\phi}$$

$$z + z^* = 2 \cos \phi$$

$$2 \cos \phi = e^{j\phi} + e^{-j\phi}$$

$$\cos \phi = \frac{e^{j\phi} + e^{-j\phi}}{2}$$



Obrna' cos jako součet 2 komplex. exp.

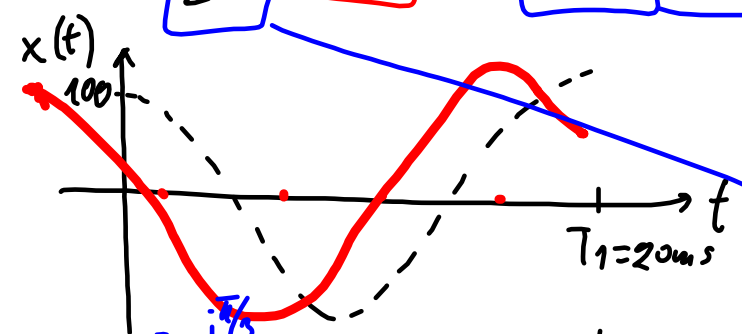
$$x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) =$$

$$= \frac{C_1}{2} e^{j(\omega_1 t + \varphi_1)} + \frac{C_1}{2} e^{-j(\omega_1 t + \varphi_1)} =$$

$$= \frac{C_1}{2} e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\omega_1 t} + \frac{C_1}{2} e^{-j\varphi_1} \cdot e^{-j\omega_1 t}$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

$$e^{a+b} = e^a \cdot e^b$$



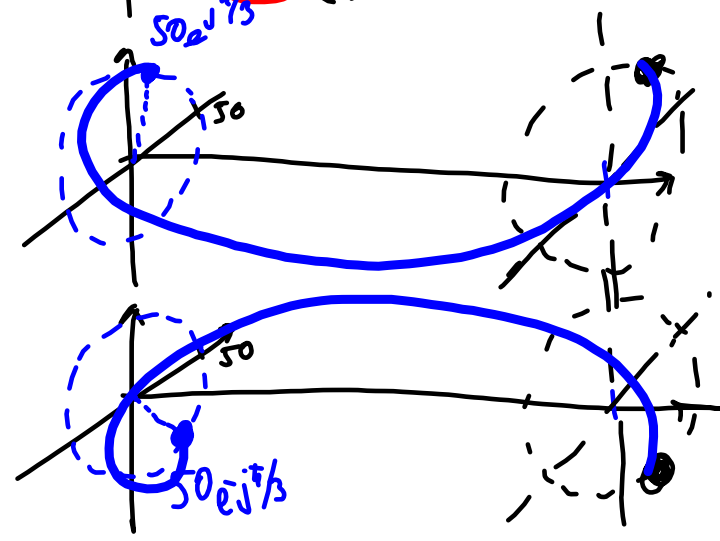
$$\rho_1 = 50 \frac{V}{s}$$

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{50} = 20 \text{ms}$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

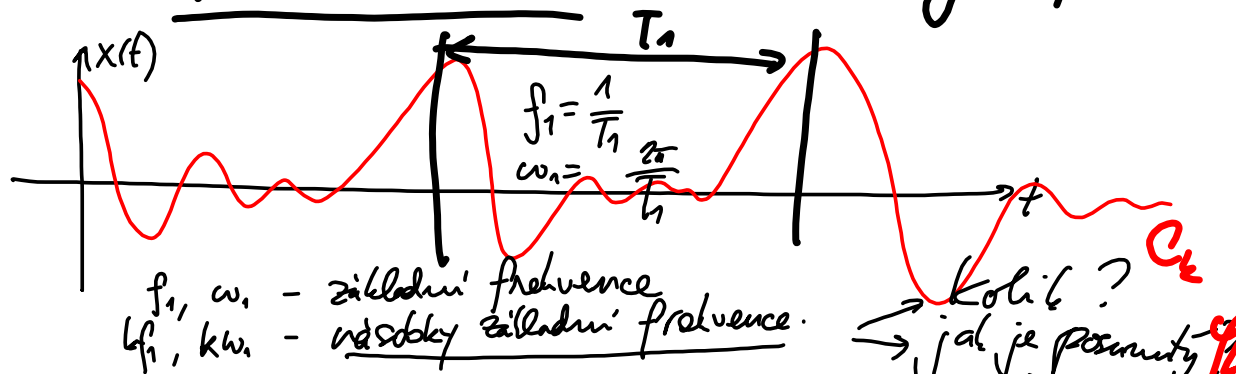
$$50 e^{-j\pi/3}$$

$$50 e^{j\pi/3}$$



Fred. analyza - spoj. čas - periodické signály

Fourierova řada



f_1, ω_1 - základní frekvence
 $kf_1, k\omega_1$ - násobky základní frekvence. \rightarrow kolik? jak je posunutý? C_k

$$x(t) = C_0 + C_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + C_2 \cos(2\omega_1 t + \varphi_2) + \dots + C_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k) + \dots$$

$$x(t) = c_0 + \underbrace{[c_1 e^{j\omega_1 t} + c_1^* e^{-j\omega_1 t}]}_{c_1 = c_1^*} + \underbrace{[c_2 e^{j2\omega_1 t} + c_2^* e^{-j2\omega_1 t}]}_{c_2 = c_2^*} + \dots + \underbrace{[c_k e^{jk\omega_1 t} + c_k^* e^{-jk\omega_1 t}]}_{c_k = c_k^*} + \dots$$

$$c_1 = c_1^* \\ |c_1| = |c_{-1}| = \frac{C_1}{2} \\ \arg c_1 = \varphi_1 \\ \arg c_{-1} = -\varphi_1$$

$$c_2 = c_2^* \\ \dots$$

$$c_k = c_k^* \\ |c_k| = |c_{-k}| = \frac{C_k}{2} \\ \arg c_k = \varphi_k \\ \arg c_{-k} = -\varphi_k$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot e^{jk\omega_1 t}$$

\leftarrow FR
 C_k ?????

O.M.G. jak spočítat