

# OPTIMALIZACE KOLEKTIVNÍCH KOMUNIKACÍ NA WORMHOLE PROPOJOVACÍCH SÍTÍCH

**Jiří Jaroš**

Obor informační technologie, 4. ročník, prezenční forma studia  
Školitel: Josef Schwarz

Fakulta informačních technologií, Vysoké učení technické v Brně  
Božetěchova 2, 612 66 Brno, Česká republika

jarosjir@fit.vutbr.cz

**Abstrakt.** Tato práce popisuje techniku optimalizace kolektivních komunikací na wormhole propojovacích sítích. Cílem této techniky je dosáhnout minimální, teoreticky odvozené, časové složitosti daného komunikačního vzoru a současně vyloučit uváznutí komunikace a zahlcení zkoumané propojovací sítě.

**Klíčová slova.** wormhole přepínání, propojovací síť, kolektivní komunikace, evoluční návrh.

## 1 Úvod

S rostoucím počtem procesorových jader, paměťových modulů a dalších hardwarových jednotek umístěvaných v systémech na čipu (SoC), neustále roste význam komunikační režie a použité propojovací sítě. Výpočetní jednotky velmi často přistupují k propojovací síti v souladu s předem definovaným globálním strukturovaným komunikačním vzorem. Výkonnost těchto kolektivních komunikací má obrovský vliv na celkovou efektivitu paralelního systému, jelikož doba nutná pro provedení komunikace (hardwarová a softwarová režie) se přičítá k celkové režii paralelního výpočtu.

Propojovací síť spojuje množinu uzlů, z nichž každý obsahuje svůj vlastní procesor, lokální paměť a přepínač. Úlohou přepínače je předávat zprávy mezi jednotlivými uzly pomocí vnějších kanálů a ulehčit tak práci procesoru. Ve většině případů spolu procesor a přepínač komunikují pomocí jednoho páru interních kanálů (1-portový model). Pro snížení komunikační latence se používá i více párů vnitřních kanálů ( $k$ -portový model). Tyto vnitřní kanály jsou implementovány pomocí DMA (Direct Memory Access) bran. Pokud počet portů (vnitřních kanálů) odpovídá počtu vnějších kanálů, hovoříme o vše-portovém modelu. Propojovací síť rozdělujeme na přímé (např. mřížka, hyperkostka), v nichž každý uzel obsahuje všechny tři komponenty a nepřímé, v případě, že některé uzly obsahují pouze přepínače. Třída propojovacích sítí, kterou se budeme v tomto článku zabývat, zahrnuje vysokorychlostní wormhole propojovací síť jenž využívají zřetězenou přepínací techniku, jenž je nezávislá na vzdálenosti zdroje a cíle v kombinaci s plně duplexními linkami a deterministickým source-based směrováním.

Kromě párových komunikací, které probíhají vždy mezi dvěma uzly (procesory), lze ve většině paralelních algoritmů nalézt mnoho kolektivních komunikačních vzorů, jichž se účastní všechny uzly, případně jejich podmnožina. Obecně lze množinu uzlů rozdělit na dvě podmnožiny, jenž se mohou libovolně překrývat:  $T$  – množina vysílacích uzlů a  $R$  – množinu přijímajících uzlů. Rozlišujeme tři třídy kolektivních komunikací:

1.  $T \cap R = \emptyset$ , nepřekrývající se množiny uzlů.

- A. One-to-All,  $|T| = 1$ ,  $|R| = P-1$ . Do této třídy patří komunikace typu broadcast (OAB, kdy je rozesílána stejná zpráva) a komunikace typu scatter (OAS, kdy je každému uzlu zasílána odlišná zpráva).
  - B. All-to-One,  $|T| = P-1$ ,  $|R| = 1$ . Do této třídy patří například komunikace typu gather (OAG, posbírání zpráv od jednotlivých uzlů) nebo komunikace typu reduce (OAR, kdy se na příchozí zprávy z jednotlivých uzlů aplikuje vybraný operátor a výsledek je poslán dále).
  - C. Many-to-Many,  $|T| = M$ ,  $|R| = N$ ;  $M, N < P$ . Komunikace množiny uzlů, ve které není žádný vysílač zároveň přijímačem (MNS, MNB).
2.  $|T \cap R| \geq 2$ . Many-to-Many komunikace v níž mohou být některé přijímače zároveň i vysíláči (MNS, MNB).
  3.  $|T \cap R| = P$ . Do této třídy spadají veškeré All-to-All komunikace jako např. permutace, All-to-All Scatter (AAS), All-to-All Reduce (AAR), All-to-All Broadcast (AAB) a další.

Na rozdíl od několika prací [1], [3], v nichž se autoři zaměřili na návrh univerzálních bezkonfliktních (deadlock-free) kolektivních směrovacích algoritmů (např. poštovní model), náš přístup je schopen navrhnout optimální bezkonfliktní směrovací algoritmus (plán) úzce spjatý s danou propojovací sítí, čímž lze díky znalosti topologie dané propojovací sítě dosáhnout mnohem nižší časové složitosti tohoto směrovacího algoritmu. Dále budeme předpokládat, že všechny kolektivní komunikace ve wormhole sítích probíhají v synchronizovaných krocích. Tento předpoklad vychází z implementace kolektivních komunikačních vzorů v nejrozšířenější paralelní knihovně MPI. V každém kroku probíhá současně několik paketových přenosů, jenž putují po vzájemně disjunktních cestách, mezi vysílačem a přijímačem. Pokud není vysílač spojen s přijímačem přímým kanálem, putuje zpráva přes několik mezilehlých uzlů. Procesory v těchto mezilehlých uzlech nejsou o zprávě informovány, jelikož je zpráva směrována automaticky pomocí prepínačů v jednotlivých mezilehlých uzlech. Budeme též předpokládat, že všechny zprávy mají identickou velikost a není možné je kombinovat/extrahovat do/z větších zpráv (nekombinující model).

## 2 Definice problému

Na kolektivní komunikaci lze nahlížet jako na množinu  $Com$  obsahující všechny párové komunikace (přenosy, zprávy, cesty), ze kterých je daná kolektivní komunikace složena.

$$x_i = \{c_1, c_2, \dots, c_L\}, \quad (1)$$

kde  $c_i$  jsou jednosměrné komunikační kanály podél nejkratší cesty ze zdrojového uzlu do cílového. (Ve speciálních případech, lze za cenu výrazného nárůstu stavového prostoru použít i delší cesty, což se ale v praxi příliš nepoužívá [3]). Kardinalita množiny  $Com$  může být relativně vysoká, např. pro kolektivní komunikaci typu all-to-all na propojovací síti o  $P$  procesorech dostaneme  $|Com| = P(P-1)$  zpráv (např. 16216 zpráv pro 128 uzlů).

Pokud budeme uvažovat komunikace typu broadcast (OAB, MNB, AAB) je určení množin  $Com$  v podstatě nemožné. Každý uzel, který již zprávu obdržel (byl informován) se stává zdrojovým uzlem pro další dosud neinformované uzly. Pro tyto účely byla na speciálních topologiích, jako je mřížka nebo torus pro komunikaci typu OAB využita část teorie grafů zvaná dominantní množiny [2, 3]. Dominantní množinou nazveme takovou podmnožinu, která je schopna v jednom kroku informovat všechny ostatní uzly, zúčastňující se dané kolektivní komunikace. Rekursivním dělením této podmnožiny na stále menší, získáme množinu o 1 prvku (iniciátoru komunikace). Obecně je tedy nutné na  $k$ -portové wormhole propojovací síti, pro dosažení dolní meze časové složitosti, v každém dalším kroku informovat  $k \times m$  uzlů ( $m$  uzlů již zprávu obsahuje).

Pro komunikace typu many-to-many (MNB, AAB) je dolní mez časové složitosti limitována počtem portů  $k$ , bez rozdílů na typu prepínací techniky (store and forward, wormhole, cut-through). Vyplývá to z faktu, že žádný uzel není schopen v jednom komunikačním kroku absorbovat více než  $k$  zpráv. Proto je možné informovat pouze sousední uzly (jak v případě store and forward) a stále nalézt

optimální komunikační plán. U symetrických sítí lze tuto úlohu převést na hledání TADT (Time-Arc Disjoint broadcast Tree), jenž je použitelný pro všechny zdrojové uzly a zároveň nevytvoří žádný konflikt (deadlock) v komunikaci. Nicméně, pro asymetrické a iregulární topologie (nekonstantní  $k$ ) nelze použít žádný podobný systematický přístup.

Pokud je možné množinu  $Com$  předem určit (komunikační vzory OAS, MNS a AAS), lze plánování kolektivních komunikací převést na problém rozkladu zpráv v množině  $Com$ , na nejmenší počet skupin tak, aby nevznikl žádný konflikt v rámci libovolné skupiny. Při wormhole směřování je konfliktem míněna situace, kdy dvě zprávy naplánované na stejný komunikační krok sdílejí jeden nebo více kanálů. Pokud tato situace nastane, tyto dvě zprávy nejsou kompatibilní. Relaci kompatibility  $\gamma$  na množině  $Com$  lze definovat takto:

$$x_i \gamma x_k \equiv \exists! c_e \{c_e \in x_i, c_e \in x_k\} \quad (2)$$

Tato relace definuje pokrytí na množině  $Com$  pomocí maximálně velkých tříd kompatibility. Skupina zpráv v jedné třídě kompatibility může být propojovací sítí přenášena simultánně, a proto lze každou takovou skupinu naplánovat do jednoho komunikačního kroku. Naším cílem je proto nalézt minimální počet tříd kompatibility, které zaručují úplné pokrytí množiny  $Com$ .

Přesné řešení tohoto problému lze obdržet pomocí metody MILP (Mixed Integer Linear Programming) avšak s určitými omezeními. Pro řešení reálných propojovacích sítí jsou však nutná velice dlouhá řešení. Plánování kolektivních komunikací může být také formulováno jako problém barvení grafů [4]. Elementy množiny  $Com$  mohou být reprezentovány pomocí uzlů grafu a relace nekompatibility (sdílení kanálů více zprávami) jako hrany tohoto grafu. Optimální počet tříd kompatibility (komunikačních kroků) je poté dán minimálním počtem barev, nutných pro obarvení celého grafu. Uzly se stejnou barvou náležejí do stejné třídy kompatibility. MILP stejně jako přesné či heuristické barvení grafu však vede pouze na sub optimální řešení z důvodu existence více nejkratších cest mezi dvěma komunikujícími uzly, přičemž není zřejmé, která z nejkratších cest by měla být vložena do množiny  $Com$ . Na druhou stranu, vložení všech těchto cest může vést k většímu množství tříd kompatibility než je nutné a navíc vnáší nutnost složitějšího odstraňování duplicitních elementů.

Další přístup, rekurzivní dělení množiny  $Com$  popisované ve [4], je sice optimální, avšak zavádí tato přísná omezení:

- mohou být řešeny pouze nepřekrývající se množiny uzlů  $T \cap R = \emptyset$
- směřování ze zdroje do cíle je předem definované (nepředpokládá se existence více cest)
- uvažuje se pouze jedno-portový model

Pomocí přístupu popisovaného dále v této práci jsem schopni obejít všechna tato omezení.

### 3 Evoluční návrh

Pro regulární topologie lze matematicky odvodit dolní mez časové složitosti daného komunikačního vzoru, ve formě počtu komunikačních kroků. Nalezení odpovídajícího plánu komunikace (směrovacího algoritmu), splňující tuto dolní mez, je však kombinatorický NP-těžký problém. Jelikož výše popsané metody nejsou schopny efektivně řešit zadaný problém, byla pro optimalizaci kolektivních komunikací na wormhole propojovacích sítí použita sada evolučních algoritmů [5]. Výhodou těchto algoritmů je schopnost řešit velmi složité problémy, o jejichž optimálním řešení máme velice málo informací. Z principu evolučních algoritmů je nutné pouze zakódovat kandidátní řešení (plán kolektivní komunikace) a určit jeho kvalitu (počet konfliktů v dané komunikaci). Vlastní optimalizace vychází z iteračního prohledávání stavového prostoru daného problému s využitím operátoru selekce a rekombinace. Tyto dva operátory jsou odpovědné za tvorbu nových kandidátních řešení a jejich směřování v prostoru směrem k lepším řešením.

#### 3.1 Kódování problému

Při řešení tohoto problému bylo použito nepřímé kódování, které se liší podle typu použitého kolektivního komunikačního vzoru. Chromozom tedy neobsahuje přímo plán komunikace, ale pouze

postup, jak jej z chromozomu sestrojít. Nejprve se budeme zabývat tenkými sítěmi, kdy je počet uzlů sítě roven počtu procesorů, tedy na každý přepínač je připojen pouze jeden procesor.

V případě kolektivního komunikačního vzoru OAS [6] obsahuje každý chromozom  $P$  genů, kde  $P$  je počet uzlů v dané topologii. Každý gen tedy odpovídá jednomu cílovému uzlu. Jednotlivé geny obsahují dvě celočíselné komponenty. První z nich určuje nejkratší cestu po které je zpráva směřována. Druhá určuje číslo komunikačního kroku, ve kterém je přenos zprávy uskutečněn. Hlavní výhodou tohoto kódování je krátký chromozom a nemožnost vzniku nepřijatelných řešení v procesu genetické manipulace. Nevýhodou je naopak velké množství možných hodnot první komponenty genu, která prudce narůstá se vzdáleností zdroje a cíle. Takovýto chromozom pak tvoří rozklad množiny  $Com$  do tříd kompatibility podle čísla komunikačního kroku (splnění relace kompatibility však není chromozomem zaručeno).

V případě komunikačního vzoru OAB [7] obsahuje každý chromozom  $P$  genů, kde  $P$  je počet uzlů v dané topologii. Každý gen tedy odpovídá jednomu cílovému uzlu. Jednotlivé geny obsahují tři celočíselné hodnoty. První z nich obsahuje index uzlu, od kterého bude přijata rozhlášená zpráva. Druhá hodnota určuje nejkratší cestu, po které je zpráva směřována. Poslední hodnotou je číslo komunikačního kroku, ve kterém je přenos zprávy uskutečněn.

Nevýhodou tohoto kódování je vznik nepřijatelných řešení během procesu genetické manipulace. Za nepřijatelné řešení považujeme takové řešení, ze kterého nelze zkonstruovat rozhlášovací strom. Příkladem nepřijatelného řešení může být stav, kdy uzel přijímá v daném kroku zprávu od uzlu, jemuž ještě nebyla doručena. Proto musí být před ohodnocením každého řešení provedena kontrola na přípustnost a případně provedena restaurace.

Restaurace (obnovení rozhlášovacího stromu) probíhá postupně po jednotlivých komunikačních krocích. U každého uzlu se kontroluje, zdali přijímá zprávu od uzlu, jenž ji obdržel v některém z předchozích kroků. Není-li tato podmínka splněna, dojde k náhodnému zaměnění zdrojového uzlu uzlem, jenž již rozhlášenou zprávu obdržel. Dále je též nutné provést kontrolu existence použitých nejkratších cest. Z každého zdrojového uzlu existuje konečný počet nejkratších cest, jenž směřuje do cílového uzlu. Pokud by druhá složka genu tuto hodnotu překročila, je na ni aplikována operace modulo. Pomocí restaurace tedy dojde k vytvoření korektních dominantních množin.

Pokud budeme uvažovat komunikace typu all-to-all (AAS/AAB), případně many-to-many (MNS/MNB) [9], rozšíříme chromozom z vektoru na matici. Každý řádek tedy bude odpovídat jedné komunikaci OAS/OAB, případně ONS/ONB.

Uvažujeme-li optimalizaci kolektivních komunikací na propojovacích sítích, jež obsahují tlusté uzly [8] (více procesorů na jeden přepínač), bude chromozom vypadat obdobně, jako u komunikace all-to-all. Pokud by měl každý uzel 2 procesory, bude každý uzel zahajovat dvě různé kolektivní komunikace (např. OAB). V chromozomu tedy budou jednomu uzlu odpovídat dva řádky (dvě různé zprávy, každá pro jiný procesor). Rovněž dojde ke zvýšení počtu sloupců, jelikož každý cílový uzel může přijímat zprávy pro 2 různé procesory.

Pokud bychom uvažovali propojovací sítě, u nichž může docházet k poruchám (výpadek jedné nebo více linek), je kódování problému naprosto stejné jako ve všech předchozích případech. Dojde pouze ke změně topologie dané propojovací sítě a tím i k možnému zvýšení minimálního počtu komunikačních kroků.

### 3.2 Definice fitness funkce

S návrhem kódování úzce souvisí tvorba fitness funkce, jež definuje kvalitu nalezeného řešení. Pro účely plánování kolektivních komunikací na wormhole propojovacích sítích, je výhodné použít jako kritérium pro ohodnocení počet konfliktů v navrženém plánu. Konfliktem budeme rozumět využití jednoho kanálu v jednom komunikačním kroku více zprávami. Optimální plán komunikace musí být samozřejmě pro daný počet komunikačních kroků bezkonfliktní! Fitness funkci lze také chápat jako test splnitelnosti relace kompatibility v jednotlivých třídách kompatibility.

Počet konfliktů v jednom kroku určíme porovnáním všech cest, které jsou v daném kroku použity.

Pokud uvažujeme plně duplexní linky, lze v každém kroku využít oba kanály. U poloduplexních a jednosměrných linek, lze použít v jednom kroku pouze jeden kanál.

Uvažujeme-li vše-portový model, lze ze zdrojového uzlu (iniciátoru) vyslat zprávu po všech výstupních kanálech a je též možné zprávu na všech vstupních kanálech přijímat. Uvažujeme-li pouze  $k$ -portový model, je nutné testovat, kolik zpráv vysílá iniciátor komunikace v každém kroku, a kolik jich ostatní uzly přijímají. Pokud je to více než  $k$ , zavádíme další konflikt.

## 4 Experimentální výsledky

V následujících tabulkách jsou zobrazeny dosažené výsledky. Jednotlivé hodnoty udávají minimální časovou složitost, pro které se povedlo hledaný plán nalézt. Pokud nebylo dosaženo globálního optima (údaj v závorce), je zobrazena nejnižší dosažená hodnota. Křížkem jsou vyplněna políčka, která se do dnešní doby nepodařilo dopočítat.

V tabulce 2 jsou zobrazeny dosažené výsledky při hledání optimálních plánů kolektivních komunikací na 2D mřížkách. V případě iregulární 2D mřížky (nekonstantní  $k$ ) a komunikací typu one-to-all, byly vyšetřovány tři okrajové případy. První hodnota odpovídá časové složitosti v případě, že zdrojový uzel leží v rohu mřížky, druhá hodnota odpovídá zdrojovému uzlu ve středu hrany a třetí hodnota uzlu ve středu mřížky. V tomto případě dosud nebyly dokončeny experimenty s kolektivním komunikačním vzorem AAB. Pro komunikace typu OAB je navržená technika velice úspěšná. Pouze ve dvou případech nebylo nalezeno globální optimum. Pro komunikaci OAS byly dosaženy poněkud horší výsledky. To bylo ovšem zapříčiněno tím, že tato technika využívá pouze nejkratší cesty od odesílatele k příjemci. V tomto konkrétním případě však optimální plán musí obsahovat i cesty delší, než nejkratší. S využitím delších cest byly optimální plány korektně nalezeny, došlo pouze ke snížení výkonnosti použitého evolučního algoritmu (počet generací nutných k nalezení globálního optima).

Tabulka 2: Složitost nejlepších nalezených plánů pro danou komunikaci na 2D mřížce.

| Konfigurace | OAB             | OAS             | AAS      |
|-------------|-----------------|-----------------|----------|
| 4x4         | 3, 2, 2         | 8, 6 (5), 4     | 17, (16) |
| 6x6         | 4, 3, 3         | 18, 12, 9       | 61, (54) |
| 8x8         | 4, 4, 3         | 32, 22 (21), 16 | X        |
| 10x10       | 5, 5 (4), 5 (4) | 50, 34 (33), 25 | X        |

V tabulce 3 vlevo jsou zobrazeny dřívější experimenty s 8 uzlovými propojovacími sítěmi. Na pravé straně jsou k vidění výsledky dosažené na hyperkostkách a AMP topologiích. Obzvláště pro větší topologie, jsou dosažené výsledky velice dobré (OAB a OAS na 128 procesorové hyperkostce). Tyto plány dosáhly stejné časové složitosti, jako nejlepší doposud známé plány!

Tabulka 3: Výsledky dosažené při optimalizaci 8 uzlových sítí a více uzlových sítí AMP a hyperkostky.

| Topologie | OAB   | AAB   | OAS | AAS     | Hyperkostky |     |     |     |     | AMP |     |     |     |     |
|-----------|-------|-------|-----|---------|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|           |       |       |     |         | P           | OAB | AAB | OAS | AAS | P   | OAB | AAB | OAS | AAS |
| K-ring    | 2     | 2     | 2   | 3       | 8           | 2   | 3   | 3   | 4   | 8   | 2   | 2   | 2   | 4   |
| Midimew   | 2     | 2     | 2   | 3       | 16          | 2   | 4   | 4   | 8   | 23  | 2   | 6   | 6   | 14  |
| More      | 2     | 3     | 3   | 5       | 32          | 2   | 7   | 7   | 16  | 32  | 3   | 8   | 8   | 22  |
| Octagon   | 2     | 3     | 3   | 4       | 64          | 3   | X   | 11  | X   | 42  | 3   | X   | 11  | 31  |
| 16-gon    | 4     | 6 (5) | 5   | 17 (16) | 128         | 3   | X   | 19  | X   | 53  | 3   | X   | 13  | 46  |
| Ladder    | 4 (3) | 4     | 4   | 8       |             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

Mimo výsledků publikovaných v tomto článku, bylo provedeno několik měření na tlustých

propojovacích (tlustý octagon). Dosažené výsledky, publikované v [7] ukazují, že navržená technika je schopna efektivně řešit i tyto typy propojovacích sítí. Rovněž byla ověřena účinnost navržených algoritmů na nepřímých propojovacích sítích (obalená mřížka [7]).

## 5 Závěr

Cílem této práce a mé disertace je navrhnout techniku, jenž je schopna s využitím libovolného evolučního algoritmu produkovat optimální plány pro danou kolektivní komunikaci (one-to-all, many-to-many, all-to-all) a libovolnou wormhole propojovací síť včetně tlustých uzlů, poruchových linek, poloduplexních linek či s využitím pouze  $k$  portů pro nekombinující model. Navržená technika byla úspěšně experimentálně ověřena při vývoji aplikačně specifického standardního genetického algoritmu (SGA), Bayesovského optimalizačního algoritmu (BOA) a jednorozměrného marginálního distribučního algoritmu (UMDA) na několika tradičních i speciálních propojovacích sítích.

Současná a budoucí práce je zaměřena na paralelizaci na použitých evolučních algoritmech a tím i zvýšení schopnosti hledat optimální komunikační plány pro komplexnější komunikační vzory.

## Poděkování

Tento výzkum byl uskutečněn za finanční podpory výzkumného záměru CEZ MŠMT, MSM 0021630528, „Výzkum informačních technologií z hlediska bezpečnosti“ a výzkumného grantu GAČR, GA102/07/0850, „Návrh a obvodová realizace zařízení pro automatické generování patentovatelných invencí“.

## Literatura

- [1] Dally, W. J., Towles, B.: Principles and Practices of Interconnection Networks, Morgan Kaufmann publishers, SF, USA, ISBN 0-23-200751-4, 2003.
- [2] Ivanov, A., De Micheli, G.: Guest Editors' Introduction: The Network-on-Chip Paradigm in Practice and Research, IEEE Design&Test of Computers, IEEE Los Alamitos CA, Sept.-Oct. 2005, s. 399-403.
- [3] Duato, J., Yalamanchili, S.: Interconnection Networks – An Engineering Approach, Morgan Kaufman Publishers, Elsevier Science, 2003.
- [4] Gabrielyan, E., Hersch, R. D.: Efficient Liquid Schedule Search Strategies for Collective Communications. In Proc. of the 12th IEEE International Conference on Network ICON 2004, Singapore, Vol 2, s 760-766, 2004.
- [5] Larrañaga, P., Lozano, J. A.: Estimation of Distribution Algorithms, A New Tool for Evolutionary Computation, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [6] Jaroš, J., Dvořák V.: Speeding-up OAS and AAS Communication in Networking System on Chips, In: Proc. of 8th IEEE Workshop on Design and Diagnostic of Electronic Circuits and Systems, Sopron, HU, UWH, 2005, s. 4, ISBN 9639364487.
- [7] Ohlídal, M., Jaroš, J., Dvořák, V., Schwarz Josef: Evolutionary Design of OAB and AAB Communication Schedules for Interconnection Networks, In: Lecture Notes in Computer Science, roč. 2006, č. 3907, DE, s. 267-278, ISSN 0302-9743.
- [8] Ohlídal, M., Jaroš, J., Dvořák, V.: Performance of Collective Communications on Interconnection Networks with Fat nodes and Edges, In: Proceedings of the Fifth International Conference on Networking ICN 2006, Los Alamitos, US, IEEE CS, 2006, s. 619-624, ISBN 0-7695-2570-9.
- [9] Dvořák V., Jaroš, J., Ohlídal, M.: Optimum Topology-Aware Scheduling of Many-to-Many Collective Communications, In: Proceedings of The Sixth International Conference on Networking, New York, US, IEEE CS, 2007, s. 6, ISBN 0-7695-2805-8.