Bayesian networks

Jiří Novotňák

Brno University of Technology, Faculty of Information Technology
Božetěchova 2, 612 00 Brno, CZ
www.fit.vutbr.cz/~inovotnak

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah

Co jsou to byesovské sítě?

- Pravděpodobnostní modely
- Grafová reprezentace
- Vychází z teorie podmíněné pravděpodobnosti

Kde se byesovské sítě využívají?

- Rozhodování na základě neurčitých informací
- Medicína
- Zpracování obrazu
- Klasifikace síťového provozu

Nezávislé jevy

- $P(A, B)$
  - Pravděpodobnost společného výskytu 2 nezávislých veličin
  - $= P(A) \cdot P(B)$

Podmíněná pravděpodobnost

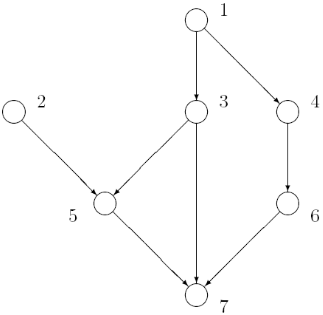
- $P(A|B)$
  - Pravděpodobnost výskytu veličiny A na základě výskytu B
  - $= \frac{P(A,B)}{P(B)}$
  - $= \frac{P(A,B)}{P(B|A)+P(B|\neg A)}$

Podmíněná nezávislost

- $(A \perp B|C)$
  - A nezávislé na B podmíněno C
  - $P(A, B, C) = P(A, C) \cdot \frac{P(B,C)}{P(C)}$

Definice

- Acyklický orientovaný graf $G = (V, E)$
- Uzlům jsou přiřazeny jednotlivé náhodné veličiny
- Systém podmíněných pravděpodobnostních distribucí
  $\{P(X_i|(X_j)_{j\in pa(i)})\}_{i\in V}$
  $pa(i) = \{j \in V : (j \rightarrow i) \in E\}$
- $(j \rightarrow i)$
  - j = rodič
  - i = potomek
- Pro každý uzel grafu je zadána podmíněná pravděpodobnostní distribuce



$P(X_1 = 1)$	0.5
$P(X_2 = 1)$	0.5
$P(X_3 = 1 \vert X_1 = 0)$	0.25
$P(X_3 = 1 \vert X_1 = 1)$	0.75
$P(X_4 = 1 \vert X_1 = 0)$	0.35
$P(X_4 = 1 \vert X_1 = 1)$	0.85
$P(X_5 = 1 \vert X_2 = 0, X_3 = 0)$	1
$P(X_5 = 1 \vert X_2 = 0, X_3 = 1)$	0
$P(X_5 = 1 \vert X_2 = 1, X_3 = 0)$	0
$P(X_5 = 1 \vert X_2 = 1, X_3 = 1)$	1
$P(X_6 = 1 \vert X_4 = 0)$	0.25
$P(X_6 = 1 \vert X_4 = 1)$	0.5
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 0, X_5 = 0, X_6 = 0)$	0.3
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 0, X_5 = 0, X_6 = 1)$	0.15
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0)$	0
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 0, X_5 = 1, X_6 = 1)$	0.3
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 1, X_5 = 0, X_6 = 0)$	0.15
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 1, X_5 = 0, X_6 = 1)$	0.55
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 1, X_5 = 1, X_6 = 0)$	0.6
$P(X_7 = 1 \vert X_3 = 1, X_5 = 1, X_6 = 1)$	0.1

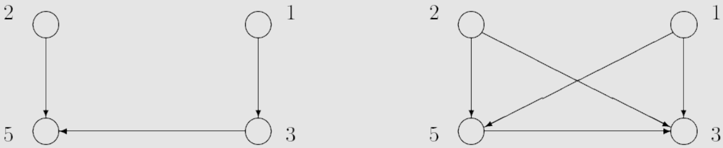
Použití

- Jsou zadány hodnoty jen některých veličin (uzlů)
- Výpočet distribuce ostatních uzlů

Metody

- Metoda postupných modifikací
  - Vypouštění uzlů
  - Otáčení hran
  - Výsledná distribuce zůstává zachována
- Transformace na rozložitelný model
  - Moralizace
  - Triangulizace
  - Strom spojení

Graf



Výpočet

- $P(X_5|X_1, X_2) = \sum_{x \in X_3} P(X_3 = x|X_1) \cdot P(X_5|X_2, X_3 = x)$
- $P(X_3|X_1, X_2, X_5) = \frac{P(X_3|X_1) \cdot P(X_5|X_2, X_3)}{\sum_{x \in X_3} P(X_3 = x|X_1) \cdot P(X_5|X_2, X_3 = x)}$

Moralizace

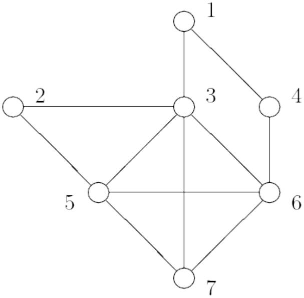
- Spojíme všechny dvojce uzlů, které mají splečného přímého následovníka (rodiče stejného dítěte) neorientovanou hranou
- Všechny orientované hrany nahradíme neorientovanými

Triangularizace

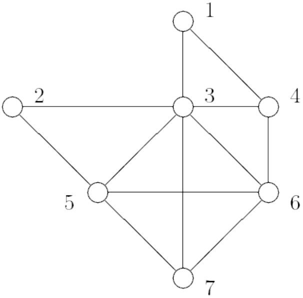
- Doplníme hrany na triangulovaný graf

Strom spojení

- Uzly tvořeny klikami triangulovaného grafu $C_1 \ldots C_k$
- Spojení podle uspořádání odpovídajícího „running intersection property": i spojíme s j, pokud: $C_i \bigcap (\bigcup_{k=1}^{i-1} C_k)$
- Doplníme množinou spojovacích uzlů „uprostřed"dosavadních hran.



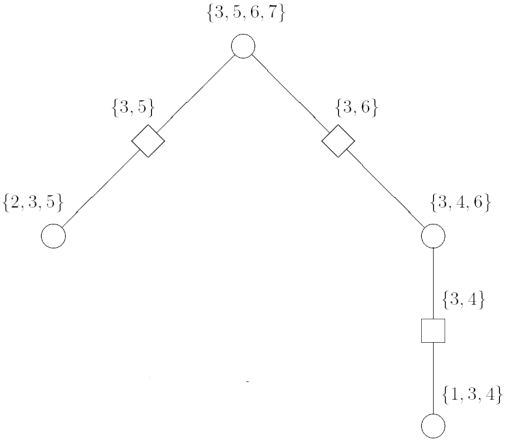
Moralizovaný graf



Triangularizovaný graf

Vzorec

- $P = PC_1 \cdot \frac{PC_2}{PC_2 \bigcap C_1} \cdot \frac{PC_3}{PC_3 \bigcap (C_1 \bigcup C_2)} \cdots \frac{PC_k}{PC_k \bigcap (C_1 \bigcup C_2 \bigcup \ldots \bigcup C_{k-1})}$



Zdroje

Příklady a obrázky převzaty z učebních slidů Bayesovské sítě, Kamil Matoušek, Ph.D., ČVUT, http://screwdriver.felk.cvut.cz/ppd/PPD06-Bayes-KM.pdf

Děkuji za pozornost.